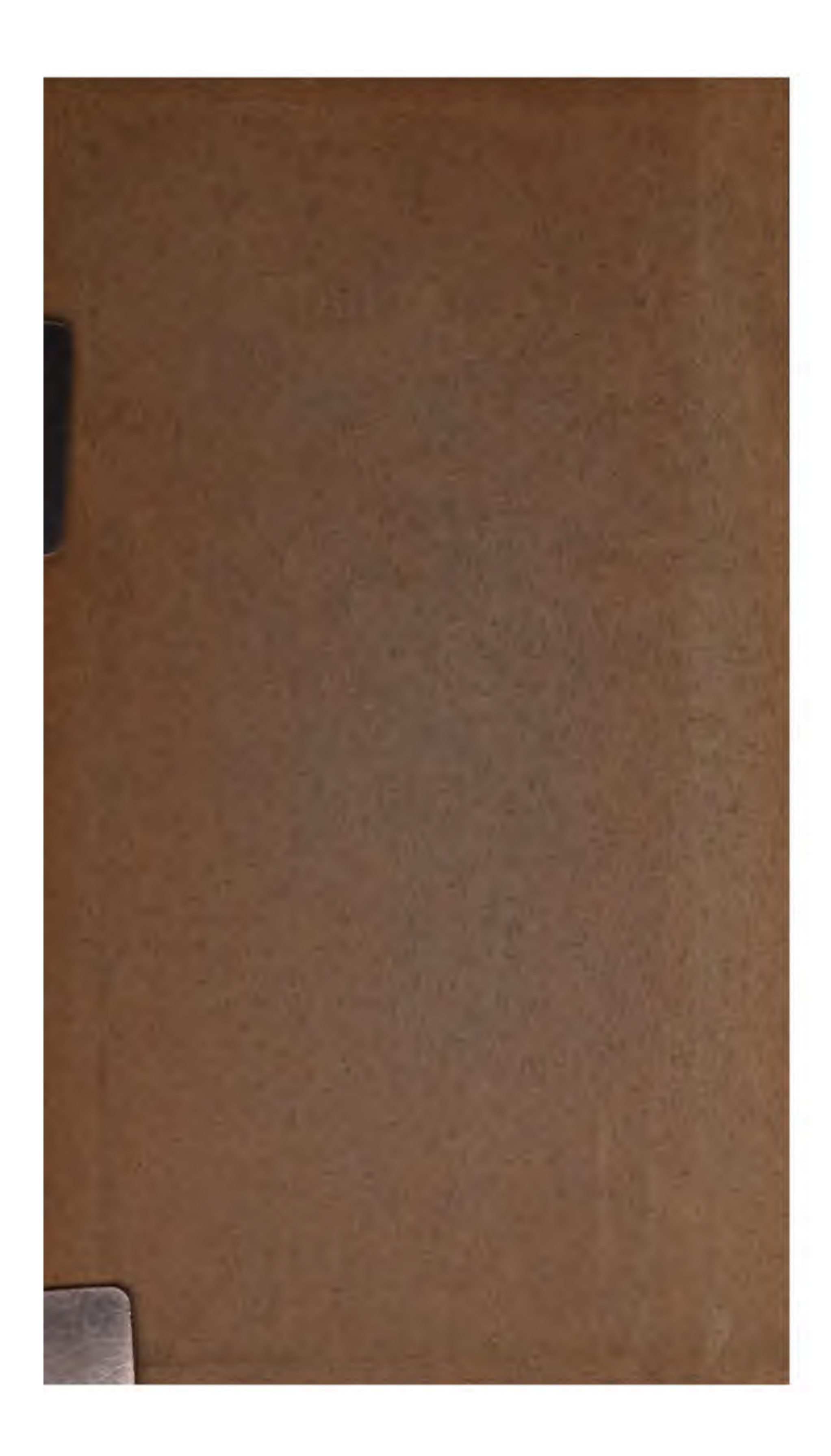

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 07023515 9





ESSAIS

DE

CRITIQUE GÉNÉRALE

PREMIER ESSAI.

ANALYSE GÉNÉRALE DE LA CONNAISSANCE.
BORNES DE LA CONNAISSANCE.

PLUS UN

APPENDICE SUR LES PRINCIPES GÉNÉRAUX DE LA LOGIQUE
ET DES MATHÉMATIQUES,

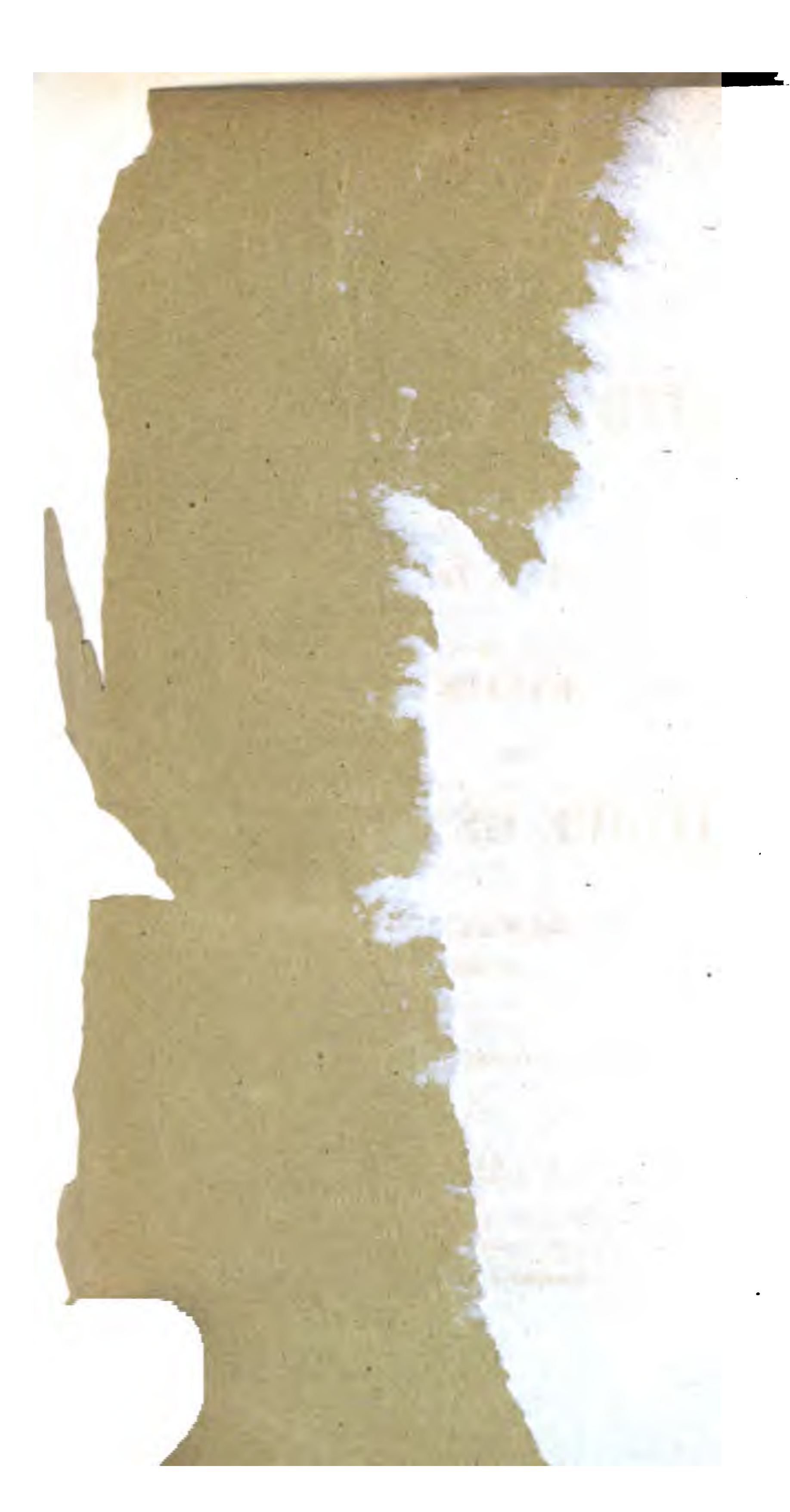
PAR

CH. RENOUVIER,

Auteur des Manuels de philosophie ancienne et moderne.

PARIS,
LIBRAIRIE PHILOSOPHIQUE DE LADRANGE,
RUE SAINT-ANDRÉ-DES-ARTS, 41.

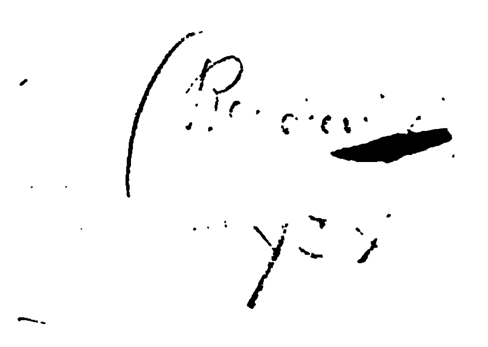
M DCCC LIV



ESSAIS

DE

CRITIQUE GÉNÉRALE.



ESSAIS

DE

CRITIQUE GÉNÉRALE.

Paris. — Imprimerie de L. Martinet, rue Mignon, 2.

ESSAIS

DE

CRITIQUE GÉNÉRALE

PREMIER ESSAI.

ANALYSE GÉNÉRALE DE LA CONNAISSANCE.
BORNES DE LA CONNAISSANCE.

PLUS UN

APPENDICE SUR LES PRINCIPES GÉNÉRAUX DE LA LOGIQUE
ET DES MATHÉMATIQUES,

PAR

CH. RENOUVIER,

Auteur des Manuels de philosophie ancienne et moderne.

PARIS,

LIBRAIRIE PHILOSOPHIQUE DE LADRANGE,

RUE SAINT-ANDRÉ-DES-ARTS, 41.

1854.

PRÉFACE.

La pensée d'une critique générale des connaissances est facile à comprendre et à justifier. Il est naturel, inévitable même, que l'homme se propose l'analyse et la coordination des principes du savoir en général, et de ceux que les sciences constituées placent dans leurs fondements sans se les expliquer. Les principes sont de certaines relations qui se trouvent engagées dans plusieurs, et que l'on ne parvient pas à réduire entièrement à d'autres.

En même temps que ce plan d'une science première est conçu, on se demande si un principe unique, supérieur, existe, commencement et condition de toute spéculation, et quel il est, et par quelle méthode on pourrait l'établir et en développer le contenu. On se demande si la science peut se terminer, et embrasser le monde, en assignant l'origine, le tout et la fin de ce qui est.

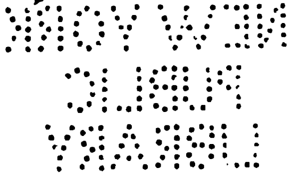
Ces questions renferment tout ce qu'on nomme philosophie. La critique les pose et les scrute. On est en suspicion contre une philosophie divisée, aux évolutions périodiques, qui compte deux mille ans d'impuissance. On n'opposera jamais raisonnablement une fin de non-recevoir à la critique.

Elle s'inspire de l'esprit de la science ; elle est cet esprit même. Elle n'est pas une théologie, une cosmogonie, un système de l'univers en soi. Elle n'a rien de cette ancienne métaphysique dont les poursuivants pénètrent la substance, mesurent l'infini, construisent l'absolu, affirment les contradictoires et ne se croient pas tenus d'entendre leurs propres hypothèses.

Si la philosophie avait ainsi procédé, si elle ne s'était pas créé des religions, si elle n'en avait pas suivi, si jamais elle n'avait été dominée par la passion de savoir au delà du possible et d'atteindre comme évidents de simples objets de croyance, quelquefois légitimes, plus souvent arbitraires, et qu'elle faisait chimériques en les touchant, ses annales constateraient un progrès régulier, une influence croissante, et l'émancipation de la raison du peuple aurait été avancée de plusieurs siècles.

Au contraire, dans le cas où un esprit positif n'aurait pu démêler, parmi les méthodes prétendues et les dogmes opposés des philosophes, l'analyse imparfaite d'un problème impérieusement posé, les germes d'une science des sciences, il ne paraît pas douteux que la philosophie eût enfin succombé sous le mépris des hommes qui savent, qui savent au moins penser.

C'est à peine si la philosophie existe encore. Là où la science est représentée et poursuit son œuvre infatigable, je ne vois plus rien qu'empirisme ; cependant l'expérience a ses lois et ses principes dont on n'est pas dispensé de produire l'analyse et la preuve. Là où des principes ont une existence officielle, dans les rangs de ces philosophes que la science traite d'ignorants, je ne trouve ni méthode claire et suivie, ni bonne foi, ni rigueur. Qui sait seulement poser correctement un problème ? Le soi-disant rationalisme, en



France du moins, emprunte ses dogmes aux traditions théologiques, passées à l'état de hautes convenances ; il a peur de la logique, et ne s'en cache pas, et on le soupçonne de n'avoir pas une foi très ferme dans les *nobles* objets de sa rhétorique usuelle. Ailleurs, je ne sais pourquoi les systèmes qui se disputent l'attention du public lettré auraient plus de valeur qu'on n'en accorde à ceux des philosophes plus anciens, dont ils offrent des reproductions diversement falsifiées.

Les partisans de l'autorité sont hors de cause. L'autorité doit-elle se fonder sur la raison ? donnons-lui son vrai titre, et ne cherchons pas ici plutôt que là son siége inébranlable. A-t-elle sa sanction dans la tradition ? alors, où sera la sanction de celle-ci, aujourd'hui plus que jamais ébranlée, divisée, niée ? Si l'autorité ne s'appuie que sur elle-même en s'affirmant, encore faut-il qu'elle existe ; et dès qu'elle n'existe point par tradition ou par raison, c'est donc par la force ou par la foi. Mais il n'y a jamais eu ni force ni foi suffisantes. Aujourd'hui la force est une tentative ; la foi, indigne de ce nom, velléité chez plusieurs, fanatisme chez quelques-uns ; et souvenons-nous que la rage est un attribut des faibles.

L'incertitude et le désordre des opinions sont extrêmes dans la société, et se révèlent dans la conversation, comme dans le journalisme, qui est la conversation agrandie. La discussion tend à s'établir sur le champ demeuré libre, et plus vaste qu'on ne paraît le croire ; mais les principes de la discussion manquent. On les cherche sans méthode, on les affirme comme au hasard, ou même on les invoque sans les reconnaître. Comment une question serait-elle jamais résolue, quand jamais une question n'est posée ? Et peut-on s'entendre avant d'être convenus d'une langue ?

Il appartiendrait à la critique générale d'ordonner les éléments d'une grammaire et d'un dictionnaire universels propres à remplacer les livres usés ou déchirés qu'épelèrent les siècles précédents. Le temps est venu d'énoncer à nouveau les problèmes, d'en éclairer les termes en commençant par les premiers, et de ramener les esprits au fond de cette mine de la vérité rationnelle, qui peut bien paraître épuisée, mais qui n'a jamais été régulièrement exploitée.

Si le résultat de la critique est de formuler une méthode, une logique définitivement acquises, c'est beaucoup, c'est presque assez pour la science. Si cette logique pose une limite infranchissable aux prétentions chroniques du savoir, la limite établie rationnellement est vérité, science, et les conséquences en sont grandes. D'ailleurs, la critique ne s'arrête pas où s'arrête la raison démonstrative. Les probabilités commencent quand finissent les preuves. Les inconnus de l'ordre du monde appartiennent à la spéculation conjecturale, en tout comme en chronologie et en histoire.

Il est de la nature de l'homme d'exiger quelque chose au delà, et de vouloir à toute force *croire*, là où il n'aurait point la juste confiance de *savoir* maintenant, ni peut-être jamais. Je le pense du moins. Mais en présence d'une critique reconnue, et d'une science qui ne se détruira pas de ses propres mains en élevant des édifices de chimères, l'homme saura que sa croyance peut s'étendre aux choses que la logique n'atteint point affirmativement, et non jusqu'à celles qu'elle déclare contradictoires. La critique contient à cet égard un principe de rupture avec le passé. Lorsque la philosophie luttait de transcendance et d'hypertranscendance avec la théologie, l'ordre prétendu rationnel, plus inintelligible que l'ordre mystique, ne pouvait servir à celui-ci de garde-fou ; *et ambo in foveam....*

La limitation mutuelle et définitive de la science et des croyances est d'une importance majeure pour l'ordre et le progrès régulier des associations humaines. Les croyances sont du domaine individuel, libre, variable, mobile; les élans du sentiment, les efforts de l'éloquence, le magnétisme des assemblées y peuvent plus que les vraisemblances dialectiques. Le jour où la liberté serait connue, et l'homme désaccoutumé de vouloir forcer l'homme à croire ou à ne pas croire, on verrait des églises se former, s'unir, se dissoudre et se reconstituer, sans que la science ou l'État s'y trouvassent intéressés. Mais la raison a pour champ le général, la communauté, la loi. Nul ne peut l'infirmer ni s'en affranchir, même en la dépassant par de certaines affirmations; car elle est le truchement unique et universel du genre humain, l'homme intelligible à l'homme.

Socrate est le plus ancien critique connu. Il fut, durant un demi-siècle, sur l'Agora d'Athènes, ce que Descartes se sentit un moment dans la solitude d'un poêle d'Allemagne, une protestation vivante contre la science prétendue, l'explication du monde. Mais ni l'un ni l'autre, à ces deux grandes époques de la philosophie, ne put fixer la méthode, ou réduire le dogmatisme à l'unité, ou le vaincre, ou laisser après soi d'autre représentant de la critique que le scepticisme. Les sceptiques doutent de tout, et essentiellement d'eux-mêmes, et ainsi ouvrent la carrière au mysticisme, fût-ce le plus irrationnel et le plus arbitraire.

Kant ne semble pas d'abord avoir mieux réussi. Son premier disciple et contradicteur, malgré l'énergie métaphysique dont il fait preuve, s'extravase hors des limites du bon sens. Un autre est démenti par la nature dont il révèle la philosophie, non moins que par la méthode qu'il avoue. Un troisième identifie le monde avec l'esprit de l'homme,

et, forgeant le tout en système, croit posséder l'absolu, parce qu'il habille en façon de logique le rêve cosmogonique du vieil Orient.

Après cela, l'affirmation ou la négation arbitraires, et les petits arrangements dogmatiques, se partagent la scène de la philosophie. L'éclectisme est le bouffon qui occupe les intermèdes. Mais Kant est presque notre contemporain.

Le nouveau venu dans l'examen du grand problème doit annoncer de quelle doctrine ou de quel nom il entend relever, aujourd'hui surtout que l'histoire de la philosophie est partie intégrante de la philosophie aux abois. J'avoue donc nettement que je continue Kant; et, comme une ambition est bonne et nécessaire chez quiconque ose proposer ses pensées au public, la mienne serait de poursuivre sérieusement en France l'œuvre de la critique, manquée en Allemagne. Pour cela je voudrais m'exprimer plus clairement que ne fit ce grand homme, au moins quant à la clarté indépendante du fond des idées, la seule dont on dispose. Le moyen le plus sûr d'y parvenir est de se montrer méthodique, bref, radical, fidèle aux principes une fois posés. On peut espérer, sans trop de fatuité, de surpasser à cet égard celui dont on met à profit les leçons et les fautes. Mais c'est en vain qu'on s'efforcerait d'épargner au lecteur l'attention ou même le travail. Un vice de la philosophie, dans quelques livres, est une certaine fausse lucidité. Je ne connais pas de science qui soit claire en ce sens-là.

S'il arrive que des contemporains trouvent leur bien dans mon livre, et le revendiquent, je suis prêt à le leur reconnaître, ayant toujours eu quelque peine à comprendre la propriété intellectuelle, et n'y prétendant pas pour mon compte. Il me semble même que l'histoire me donne raison en cela, puisqu'il n'y a peut-être pas une découverte, je dis

découverte, qu'on n'ait disputée à son auteur. Cependant je veux déclarer ici que j'accepte une formule fondamentale de l'*école positiviste*: la réduction de la connaissance aux lois des phénomènes. Ce principe, dont je dois faire un constant usage, la plus grande partie de ce *premier essai* est consacrée à l'établir par l'analyse de la connaissance elle-même; et je le crois conforme à la méthode de Kant, quoique ce philosophe, gêné par la tradition métaphysique, ne l'ait pas assez nettement dégagé ou suivi. Si d'ailleurs je ne puis avouer une école dont j'apprécie certaines tendances, c'est que l'absence ou même le dédain des premiers principes m'y semblent manifestes, à ce point que les notions premières de phénomène et de loi n'y sont pas l'objet d'une analyse exacte; c'est qu'elle professe, à l'égard des possibilités laissées à la croyance libre, une négation dogmatique à outrance que je ne crois pas justifiée; c'est enfin qu'elle a conservé de l'esprit de Saint-Simon, dont elle s'inspira d'abord, telles prétentions à l'organisation scientifique et religieuse de l'humanité, chimériques à mon gré, et peu libérales.

Un mot encore, et je finis cette préface d'un livre qui n'est lui-même que l'introduction obligée des questions qui seules intéressent le plus grand nombre. Les personnes au courant de mes premiers travaux, c'est-à-dire de mes premières études, pourront y démêler, si le sujet leur paraît en valoir la peine, une marche régulière vers des convictions maintenant arrêtées. Entre mes *manuels* historiques de la philosophie et l'ouvrage dont je commence la publication, l'anneau est un article *philosophie*, tout un volume, admis dans l'une des Encyclopédies de ce temps, malheureusement restée inachevée. Mon effort spéculatif a été constamment dirigé sur le principe de contradiction et sur la loi réelle ou prétendue des antinomies de la raison. Cette question ca-

pitale de toutes les doctrines, à peine entrevue autrefois, jette le trouble dans les intelligences, et je m'en suis ressenti. En adoptant résolûment la solution conforme à l'esprit indéfectible de la science, il me semble que j'en poursuis les conséquences avec une rigueur nouvelle. Les difficultés abordées sans ménagement s'évanouissent.

Une logique que rien n'arrête est la raison même : elle simplifie tout, elle fait tout comprendre, et l'incompréhensible comme tel. Il est temps de s'en départir quand on arrive à l'ordre des choses pratiques ; encore n'est-ce qu'en apparence et parce que c'est elle qui le permet ou l'exige. En effet, les principes ne sont plus alors aussi simples, et l'expérience se fait une part plus grande.

Juillet 1854.

ESSAIS
DE
CRITIQUE GÉNÉRALE.

PREMIER ESSAI.

ANALYSE GÉNÉRALE DE LA CONNAISSANCE. BORNES DE LA CONNAISSANCE.

§ I.

Aperçu du plan de ces essais.

Tout langage et toute science procèdent par composition et décomposition.

Mais que composons-nous ainsi, que décomposons-nous? Des *mots?* des *idées?* des *choses?*

Avant d'aller plus loin, je dois avertir le lecteur que la critique de la connaissance n'est qu'un long et inévitable cercle. Quelque vérité, quelque rapport que j'entreprenne d'expliquer, de prouver, je suis contraint de proposer d'autres rapports que je n'explique pas. Comment démontrer, en effet, ce que supposerait une première démonstration quelconque? Et que ne supposé-je point dès mes premières lignes?

Lisez les sceptiques.

Donc il faut tomber droit au milieu de la raison et s'y livrer. Quel est mon but, après tout? D'être compris, d'être approuvé. J'écris l'histoire de mes pensées pour que d'autres la vérifient par l'histoire conforme des leurs, en me lisant. Cette histoire est une méthode, et quand le cercle de cette méthode est fermé, la science est acquise. Je serai justifié si mon lecteur la possède avec moi, comme moi.

Je reconnaîtrai si mon opinion se nomme à bon droit science, en cherchant ce que c'est que science et plus tard ce que c'est que certitude. La science m'apparaîtra d'elle-même, et en la pratiquant j'apprendrai à la définir. Quant à la certitude, mon unique ressource sera de m'attacher à démêler, après coup, ce que j'aurai posé de fondamental dans ma construction et à me rendre compte des titres de créance de ce que je penserai savoir.

Le chapitre de la certitude n'a pas sa place marquée dans ce *premier essai*. Il formera contre tout usage, mais en toute raison, la première clef de voûte d'un édifice déjà fondé, et qui doit s'élever plus haut; il n'en sera pas la première pierre. Ici je procède spontanément à l'analyse de la connaissance en tant que donnée.

Dans le cours de cette investigation préliminaire, il y a deux précautions à prendre; j'en préviens les jeunes philosophes, s'il en reste, qui pourraient être tentés de s'appesantir à tout propos sur mes pages; j'en préviens les lecteurs que l'âge et l'étude ont guéris des espérances métaphysiques, afin que, voyant de

quel soin je m'attache à leur épargner les broussailles, ils m'accordent quelque attention et quelque indulgence.

La première précaution est de définir à la rigueur certains des termes que l'on emploie; la seconde est de ne supposer aucune définition précise de tous les autres. Je m'explique.

Il est des termes dont je dois faire un usage suivi, logique, et qui seront comme les nerfs de mes conceptions. Là des définitions expresses sont indispensables; je dis expresses, mais non puérilement didactiques car il faut savoir que toute définition première est une tautologie. Or, j'espère être mieux entendu en avouant qu'en dissimulant les tautologies.

Il est d'autres termes qui servent en quelque sorte de ciment au discours, et ceux-ci, sous peine de ne pas avancer, il faut les prendre en un sens tout à fait vulgaire et sans système. L'emploi de ces termes non définis marque des traces dans l'esprit du lecteur, et le lecteur doit éviter de prêter à l'auteur aucune intention préalable de fixer ses traces en les appropriant à l'une quelconque des doctrines connues. Le mot *esprit* que je viens d'écrire est une trace de ce genre. Au contraire, les mots *fait* et *phénomène* me seront tout d'abord d'un grand usage et j'aurai à en arrêter la signification.

Je procéderai comme pour la tentative d'une science première, et comme devrait procéder un philosophe à qui les contradictions de la raison et des raisonneurs (je n'ai pas encore à décider lesquelles) n'auraient

pas appris à se défier de lui-même, de ses premiers pas et de ses plus sûres découvertes. Néanmoins, je me plais à croire que j'aurai profité des erreurs passées, de celles d'autrui et des miennes propres : il serait difficile qu'une expérience de vingt-cinq siècles ne me fût d'aucune utilité.

Dans cette entreprise, en apparence naïve, j'accepterai simplement et naturellement, mais je prendrai, avec une rigueur inaccoutumée, les données de la raison, qui passèrent toujours pour essentielles et presque toujours pour infaillibles. J'avancerai jusqu'au point où les principes qui, jusque-là, m'auront guidé me signaleront une limite à la spéculation. J'étendrai, s'il se peut, la critique au delà de ce point. Puis, arrêté définitivement, je me trouverai amené soit à m'enquérir des résultats différents ou plus complets que les philosophes croient avoir obtenus, soit surtout à revenir sur moi-même, afin de me rendre un compte plus assuré des vérités précédemment établies, et de découvrir quelque autre moyen d'en atteindre de nouvelles.

Ainsi je poursuivrai ce premier essai aussi loin que le terrain que j'aurai choisi me portera. Le second traitera de l'homme et de la certitude, et servira de point de départ pour les suivants.

PREMIÈRE PARTIE.

DE LA REPRÉSENTATION EN GÉNÉRAL.

[Les phénomènes sont les éléments de la connaissance.]

---

§ II.

Définition de la représentation et du fait ou phénomène.

Je reprends maintenant.

Deux séries de termes opposés, dont je n'ai pas encore à marquer les nuances, expriment une double opération essentielle au mouvement de la pensée. Distinguer, séparer, abstraire, signifient pour moi considérer à part; composer, réunir, généraliser, signifient considérer ensemble. Soit, analyse le nom de l'opération divisive; synthèse, celui de l'opération additive.

Quels sont maintenant les objets de l'analyse et de la synthèse? Que considérons-nous soit à part, soit ensemble? des sensations, des notions, des volitions, des affections; ou encore des corps, des minéraux, des végétaux, des animaux, des hommes, des peuples, des astres, des mondes. Je veux dire, et je ne donne aucune importance à l'ordre ni aux termes de cette énumération grossière, je veux dire que nous considérons des *choses*.

Des *choses!* Voilà un mot d'une souveraine utilité

en philosophie. Les novices le dédaignent, et pourtant il est inévitable. Il est la première des synthèses, la plus complète et la plus claire en même temps que la plus vague, et tandis qu'il dit tout, il n'embarrasse l'esprit d'aucun système.

Or toutes les choses possibles, j'entends pour nous et pour notre connaissance, ont un caractère commun, celui d'être représentées, d'apparaître. S'il n'y avait point de représentation des choses, point d'apparence, en parlerais-je ? Je n'exclus ici aucune sorte de représentation, je laisse à ce mot toute l'étendue qu'on voudra lui donner, mais alors on conviendra que des choses dont il n'existerait aucune sorte de représentation ne doivent pas, ne peuvent pas m'occuper, ne m'occupent pas en effet et n'occupent personne.

J'appelle représentation (c'est ma première tautologie), *cela qui se rapporte aux choses, distinguées ou composées d'une manière quelconque, et par le moyen de quoi nous les considérons.*

Mais que dire de la chose elle-même ? Rien de plus jusqu'ici. Et comment employer ce mot sans placer autre chose dessous ? Faire ce que font journellement ceux qui l'emploient sans philosopher. Si je dis : La pire *chose* que ce gouvernement ait faite, c'est de.... ou, la *chose* qui m'étonne le plus entre toutes, c'est la...., ou la plus belle *chose* du monde est un lever de soleil, ou, l'eau, le fer, le feu, sont *choses* souverainement utiles à l'homme, on ne trouvera pas que je fais des hypothèses ou que je me crée des idoles. Non, je me borne à signaler des synthèses plus ou moins

complexes de représentations que l'expérience nous donne à considérer à tous, sans recourir à aucune définition d'école.

Je puis donc provisoirement et jusqu'à plus ample informé n'envisager les choses que sous ce caractère commun qu'elles ont d'apparaître, de se manifester, de se représenter, d'être en un mot des représentations, et des représentations de fait, ou données par l'expérience.

Les choses en tant que représentations, conformément à ce que je viens d'exposer, je les nomme des *faits* ou des *phénomènes*.

Ainsi j'arrive à définir la *chose* par la *représentation* après avoir défini la *représentation* par la *chose*; et ce cercle est inévitable; et les deux mots *représentation* et *chose*, d'abord distingués, viennent se confondre en un troisième : *phénomène*.

§ III.

Première analyse de la représentation.

Ce qui frappe d'abord dans la représentation, ce qui en est le caractère déterminatif, c'est qu'elle est à double face et ne peut se représenter que multiple à elle-même. Ces deux éléments que toute représentation suppose, je les signale plutôt que je ne les définis en les nommant, l'un, *représentatif*, et l'autre, *représenté*.

Ils sont corrélatifs, et tellement inséparables, alors

même qu'on les distingue, que chacun à son tour les offre tous deux à l'analyse : ainsi le représentatif est un représenté à lui-même, et le représenté un représentatif en autrui. Pour user d'un autre langage, le *sujet* et l'*objet* sont essentiels à la représentation, mais le sujet pris à part se dédouble, s'objective, devient objet à soi; et l'objet aussi se subjective, s'identifie avec ce sujet dont il est l'objet. Sans cela, point de représentation. A moins qu'une pensée ne prenne la forme d'un représenté, il est clair qu'elle n'est pas non plus représentative; et à moins qu'un corps ne se traduise en pensée, c'est-à-dire en représentatif, il ne saurait être un représenté.

Car le représenté est ce qu'on appelle ordinairement *objet* et *objectif*, il s'applique à la nature, à tout ce qu'on désigne comme senti, aperçu, etc.; et le représentatif est ce que les mêmes philosophes appellent *sujet* et *subjectif*, il comprend ce que l'on qualifie de pensée, affection, volonté, etc.

D'après ce qui précède on voit que la nature est aussi représentative et que les idées sont aussi représentées.

Ceci soit dit à titre d'éclaircissement, puisque je ne traite ici que de la représentation en général.

J'éviterai d'ailleurs les termes *objet* et *sujet*, *objectif* et *subjectif*, parce qu'ils ne sont ni suffisamment clairs en français, ni d'une étymologie bien satisfaisante pour celui qui veut fixer leur signification logique au début de la science, ni même exempts de tout fétichisme métaphysique : un sujet, un objet se transfor-

ment aisément, on le sait, en idoles de spéculation, et il n'est question pour moi que de définir les caractères incontestables de ce qui incontestablemont existe.

La division du représentatif et du représenté a cela d'excellent qu'elle est essentielle au discours et, en quelque sorte, plus grammaticale que philosophique; qu'elle est inexpugnable, admise universellement, et nécessairement étrangère à tout système. Mais il faut pour cela s'abstenir d'ériger ces termes en entités et de prendre l'idolologie pour méthode.

J'entends par ce mot *idolologie*, que j'aurais voulu n'avoir point à forger, mais dont la suite de mon travail éclaircira le sens, un procédé nécessaire de l'esprit, nécessaire et sujet à une forte illusion. Toutes les fois que certains éléments d'une représentation sont distingués par une analyse, ou groupés systématiquement dans une synthèse, un tout se forme et se pose; rien de mieux; mais on ne s'arrête pas là; on entend que les relations, sous condition desquelles cette opération s'est faite, disparaissent comme l'échafaudage inutile d'un édifice achevé, et que le tout qu'on a constitué demeure à part, debout, comme de lui-même, en lui-même. Le but principal d'une bonne méthode est de reconnaître de telles illusions et de les dissiper.

Ainsi, l'utile généralité du mot *phénomène* nous permettra de le faire servir à la désignation des choses, non plus en tant que *pleines représentations* seulement, mais aussi en tant que *représentées*, ou en tant

que *représentatives;* et cette distinction est nécessaire, mais nous ne permettrons pas que nos propres analyses nous trompent. Nous n'adorerons pas les idoles faites de nos mains; il n'en existe pas d'autres.

§ IV.

De la représentation en moi et hors de moi.

J'ai posé des représentations, des phénomènes, et nul assurément ne me les contestait. Ce n'est point en les définissant que j'ai pu m'exposer à être réfuté ou démenti par mon lecteur, puisque le but de mes définitions n'était pas tant de faire un système que de repousser tous les systèmes, afin de rester sur le terrain commun et universel.

Il n'en est pas moins vrai, et c'est à quoi maintenant je dois prendre garde, que la plupart de ceux qui ont traité des représentations, sous ce nom ou sous un autre, ne les ont pas entendues comme je les entends.

Le philosophe s'appelle *moi* et ne parle d'abord que de *moi;* les représentations à son gré sont les représentations *du moi*, et soit qu'il demeure ensuite enfermé dans ce *moi*, soit qu'il en sorte, il croit pouvoir commencer par s'y établir.

Je pose des représentations, rien que des représentations. Je ne les pose pas dans le *moi*, car ce serait déjà poser autre chose, et quoi? Qu'est-ce que le *moi?* Est-ce un certain composé de représentations?

j'ai raison alors de poser les représentations avant et par-dessus le *moi* et indépendamment du *moi*. Est-ce plus et autre chose que cela? j'affirme que les représentations, sans lesquelles en tous cas ce *moi* n'est rien, offrent à la science un fondement plus profond, plus sûr et le seul qui soit inébranlable. C'est ce que la suite et l'ensemble de mes études prouveront, si ce n'est déjà assez manifeste.

Mais on peut me dire : En posant *des représentations*, et c'est un droit que nous vous accordons sans peine, vous posez aussi *vos représentations*, vous qui pensez et qui nous parlez, vous admettez donc les *représentations en vous*, et, à cet égard, elles ne sont pas moins évidentes; peut-être même le sont-elles plus, et mieux définies; donc enfin vous connaissez, ne vous en déplaise, et vous connaissez antérieurement à tout *le moi et ses représentations?*

Je réponds que, dans ce *moi* que l'on m'objecte, je ne connais précisément rien de plus que des représentations. Ce qui fait que je les appelle miennes, c'est qu'elles sont liées entre elles (phénomènes de sensation, de conception, de mémoire, de raisonnement, etc.), et liées à certaines autres (phénomènes matériels et organiques), de manière à former un tout distinct et qui a ses lois propres. Ce tout est *le moi*, ou plutôt *tel moi*, *le mien*, que je ne confonds avec aucun autre; ce tout est un composé de phénomènes, dont il m'est permis de rechercher la nature, et non de poser d'abord l'existence comme quelque chose de simple et de primitif; ce tout enfin ne m'est

représenté que partie par partie, dans ses éléments, qui sont des *représentations*. Il est vrai que ces représentations se signalent par un caractère commun, la *conscience*, dont chacun peut être tenté de faire la définition de son *moi* propre; mais séparons cette conscience, et de la mémoire, et de l'imagination, et de leurs objets, c'est-à-dire d'une foule de représentations différentes d'elle-même; et le *moi* propre aura disparu. La conscience et le *moi*, considérés d'une manière générale, ne *me* définissent pas, mais appartiennent à toute représentation, car toute représentation a deux faces, le représentatif et le représenté.

En résumé, lorsque j'ai défini la chose en tant que représentation, et que je l'ai nommée fait, ou phénomène, j'ai posé le fait sans distinction de *moi* ou de *non moi ;* je l'ai posé *en soi*, si l'on veut bien entendre par ces mots dont il a été tant abusé, non pas l'existence absolue, je ne sais ce que c'est, mais l'existence relative sous des conditions quelconques.

§ V.

La représentation n'implique rien que ses propres éléments.

Pour que le philosophe eût le droit de poser un principe de la connaissance autre que la représentation, le phénomène, il ne suffirait pas qu'on pût trouver dans la représentation même un point d'appui pour établir intelligiblement quelque autre chose qu'elle : cette prétention que nous verrons n'être pas

justifiée, quand nous traiterons des doctrines ontologiques, permettrait un second pas à la science et ne tiendrait jamais lieu du premier. Il faudrait plus encore, il faudrait qu'une rigoureuse analyse de la représentation démontrât clairement que la représentation n'est elle-même intelligible qu'autant qu'elle suppose, soit en elle, soit hors d'elle, quelque autre chose qu'elle. Voilà ce que nous devons examiner maintenant avec plus d'attention.

Nous avons distingué dans la représentation ces deux éléments, le *réprésentatif*, le *représenté;* mais à l'exposition logique que j'ai donnée, on peut substituer celle-ci dont la portée semble tout autre :

« Ou les *choses* s'offrent dans une représentation quelconque comme y étant unies au point de ne pouvoir subsister ou continuer d'apparaître aussitôt qu'on les en sépare, ainsi ma volonté, ainsi mon plaisir; ou elles s'offrent à cette même représentation comme divisées d'elle et existant pleinement à part d'elle, sans elle, ainsi l'espace et tout ce qu'il contient. La distinction du représentatif et du représenté, selon ce nouveau sens, nous contraint donc de poser, en posant la représentation, quelque autre chose qu'elle, à savoir le *représenté* absolument parlant, soit celui qui se réfléchit dans la représentation à la manière d'une image, soit celui qui y est comme un original redoublé, soit enfin l'un et l'autre, car il y a trois systèmes. »

Trois systèmes ! c'est assez pour que je ne sois tenu d'en choisir aucun. Trois systèmes ! la seule méthode

sûre est certainement en dehors de tous trois, car ils se partagent et se sont toujours partagé la philosophie, c'est-à-dire que la science est incompatible avec eux.

Et, en effet, ces *choses* qu'on signale dans la représentation ne sont *autre chose* que ses objets sans lesquels elle-même n'est pas. Si les uns s'offrent comme séparables d'avec elle, et les autres comme inséparables, c'est que les représentations ne sont pas isolées, et que le caractère constant d'un phénomène est de se rapporter à d'autres phénomènes. Or, le rapport est ici entre termes liés intimement, là entre termes extérieurement liés, d'où il ne s'ensuit pas qu'un représenté puisse être absolument sans une représentation quelconque.

Je me place au point de vue du connaître, non à celui de l'être sans le connaître, lequel m'échappe entièrement, je l'avoue, et de là j'oppose des fins de non-recevoir aux divers systèmes.

Aux uns qui m'objectent la possibilité de l'*être en soi* de certain représenté, indépendamment de toute représentation et même sans que nulle forme représentative soit, je réponds d'abord par la possibilité opposée que cet être en soi ne soit pas ; puis je demande ce que c'est qu'être et être en soi ; je fais remarquer que ce mot *représenté* qu'on est obligé d'employer, ou tout autre équivalent, *pensé*, *conçu*, *intelligible*, etc., témoignent de l'impuissance où l'on est de dépasser la représentation ; et j'ajoute que la conformité alléguée entre le représenté en soi et le représenté dans la

représentation démontre qu'en voulant poser autre chose que la représentation, c'est encore elle, elle seule que l'on pose.

Aux autres, qui tâchent d'établir, tout au contraire, une espèce de représentatif en soi, et qu'on appelle idéalistes, je dis que j'ignore entièrement ce que c'est qu'une idée en soi et un représentatif à part de ce qu'il représente ; qu'il n'y a pas plus de raison d'admettre une *projection* du représentatif pour constituer le représenté, que d'admettre une *réflexion* du représenté pour constituer le représentatif ; mais qu'il y a des raisons de n'admettre ni l'une ni l'autre de ces imaginations singulières, et les voici : 1° l'une et l'autre ont leurs partisans et elles sont incompatibles ; 2° le représentatif et le représenté pris isolément sont d'irreprésentables entités, réunis sont des termes de rapport qui, par la représentation et en elle, ont un sens, hors de là ne touchent personne.

La réfutation de l'idéalisme absolu, qu'on appelle aussi quelquefois l'égoïsme, n'est pas moins simple dans la méthode que je suis, car je commence par rejeter le moi hypothétique dont l'égoïste fait son idole. Reste le moi empirique, synthèse d'un certain ordre de représentations pour chaque homme et constituant chaque homme ; or, comment pourrais-je dire ce que l'égoïste dit, que *toutes les représentations sont moi*, lorsqu'il est de fait que les mots *soi, lui, autrui, non moi, hors de moi*, qui sont constamment dans ma bouche, désignent précisément des représentations qui ne sont pas *miennes*.

Quant à ces dualistes qui admettent en dehors de toute représentation et l'entité représentative et l'entité représentée, je ne puis que leur opposer tout à la fois les objections faites aux deux systèmes contraires. Ces objections reviennent d'ailleurs à une seule qui est une fin de non-recevoir : La connaissance ne reçoit point de représenté sans représentatif, point de représentatif sans représenté, et c'est dans une représentation qu'elle reçoit l'un et l'autre ; ailleurs jamais.

Je me proposais de prouver que *la représentation n'implique rien qu'elle-même*, et j'ai atteint mon but si véritablement j'ai fait voir que la représentation ne sort d'elle-même que pour poser la représentation, la représentation à d'autres titres, sous d'autres caractères, c'est-à-dire en d'autres rapports, mais encore, et toujours et partout la représentation.

D'ailleurs, je ne saurais trop insister sur deux points : 1° que je ne me représente pas *la représentation* comme *ma représentation* seulement ; 2° que nulle représentation n'est sans un représenté de la même réalité qu'elle, quoique irreprésentable et par conséquent inconnaissable sans elle.

§ VI.

Qu'il n'existe pas de cause en soi pour la connaissance. Sens de cette proposition.

Il faut s'expliquer et se répéter, car le matérialisme prétendu réaliste, et l'idéalisme, dit subjectif, ont répandu de grands préjugés et faussé le langage de la

science. Les propositions les plus simples et au fond les plus vulgaires, si je tente de les énoncer avec quelque rigueur, rencontrent des lecteurs prévenus qui comparent, qui interprètent, qui assimilent, alors qu'il ne s'agit naturellement que de comprendre. Une technologie quelconque est indispensable, et pourtant quel terme trouver qui ne rappelle un des anciens paradoxes de la philosophie ? Vous êtes idéaliste, me dira-t-on, ou vous êtes matérialiste, c'est-à-dire vous êtes jugé.

J'oppose une fin de non-recevoir à tous les systèmes.

Une fin de non-recevoir en philosophie c'est l'inintelligibilité d'un sujet proposé, l'impossibilité bien établie d'une connaissance. En prouvant que la représentation n'implique rien qu'elle-même et ses propres éléments, liés comme elle les lie, j'ai prouvé aussi que ce qu'on croit pouvoir poser à part de toute représentation n'est encore posé que représentativement ; j'ai donc prouvé que les représentations seules sont données et que dès lors *les choses en soi n'existent pas*, si ce n'est que les représentations se nomment ainsi.

Quand je dis *n'existent pas*, j'entends pour la connaissance au moins possible. S'il est une autre existence, en la négligeant que négligeons-nous?

Quand je dis les *choses en soi*, je parle aussi bien de celles qu'il a plu aux philosophes d'appeler des *idées* que de celles qu'il leur a convenu de nommer des *atomes*. La pensée en soi, la matière en soi n'ont rien de représentable.

Je n'oppose pas la *représentation* au représenté

réel, comme font les idéalistes qui la prennent synonyme d'*idée*. Elle est pour moi la chose même, double de sa nature, le phénomène entier, l'unité et le rapport du représentatif et du représenté, la synthèse de deux phénomènes distincts, réels sans doute, également réels, mais corrélatifs, mais inséparables, et inintelligibles hors de cette relation. Il en est ainsi dans la connaissance, et hors de la connaissance je ne sais rien.

Mais on veut que la conscience universelle pose le *noumène* en regard du *phénomène*. Si par ce mot *phénomène* on entend le représentatif, l'apparence elle-même, et par ce mot *noumène* le représenté, chose qui apparaît, et le tout pris dans la connaissance, il n'y a rien de plus vrai, et je l'ai dit; aussi ai-je tout d'abord défini et employé le mot *phénomène* dans une acception générale, sans opposition à quoi que ce soit, comprenant le représentatif et le représenté, le *noon* et le *noumenon* (1). Si l'on a d'autres prétentions, à celui qui ose m'assurer que la connaissance pose quelque chose d'*absolument autre* que la connaissance, je n'ai qu'un mot à dire : Ou ce quelque chose est posé hors de la connaissance, mais tel que dans la connaissance, alors on a beau faire il ne sera pas *absolument autre*, et de plus cette division absolue

(1) La séparation violente du noumène et du phénomène, admise par Kant disparaît grâce à la *critique de la raison pure*, puisque, en fin de compte, le noumène se trouve exclu de la connaissance. J'ai donc cru devoir rendre au mot phénomène une généralité que les sciences physiques ont d'ailleurs consacrée.

conduit à des contradictions qui seront développées dans les chapitres suivants ; ou ce quelque chose est posé hors de la connaissance, et cela sans restriction aucune ; en ce cas, il ne sera ni défini, ni connu, ni connaissable et je n'en dispute pas ; le prenne qui veut.

§ VII.

Suite. — Principes invoqués pour le développement de la démonstration.

Il s'agit du point fondamental de la méthode. Après l'avoir établi d'une manière générale, il convient que pour plus de clarté, nous reprenions la question par les détails et que notre démonstration s'appuie sur des principes appropriés à chacun des objets de la représentation dont on serait tenté de faire la *chose en soi*.

Nous posons toujours des *représentations*, car les partisans des *choses* ne nous les contestent pas. Nous posons de plus, comme ils veulent, des *choses*, et notre but est de faire apparaître l'absurdité, l'impossibilité de cette dernière hypothèse (hors de la sphère de la connaissance).

Nous raisonnons d'abord ainsi :

Ou les *choses* n'ont aucun rapport avec les *représentations*. — Mais il faudrait alors les tenir pour non avenues, étrangères à nous, et, même existantes, pour non existantes, de sorte que tout se bornerait de fait, du fait à nous, à des représentations.

Ou plutôt, les *choses* ont quelque rapport avec les *représentations*. — Alors ce rapport est donné dans

les représentations mêmes, car autrement il serait encore comme non existant, et les choses avec lui comme non existantes.

Le rapport des *choses* avec les *représentations*, donné dans les représentations, ne peut se définir que de deux manières, attendu que tout ce qui est dans la représentation nous est connu : ainsi donc, ou le rapport de la chose avec la représentation est donné dans celui du représenté avec le représentatif (c'est-à-dire que le représenté est comme la chose et le représentatif comme la représentation); ou il l'est dans celui du représentatif avec le représenté (c'est-à-dire que la chose est comme le représentatif et le représenté comme la représentation).

Commençons notre examen par la première hypothèse et cherchons si la chose peut être conforme au représenté. Posons nos principes.

Et d'abord, point de représenté qui ne s'offre à nous sous quelque relation. Nous transporterons à la chose en soi le rapport une fois constaté dans le représenté, sans nous demander encore comment il se peut faire qu'il y ait du relatif dans un absolu : mais du moins nous serons en droit d'exiger que le représenté correspondant à la chose ne disparaisse pas tout entier quand nous essayerons de mettre celle-ci à part de ses relations.

En second lieu si les relations sont telles, que l'existence d'une chose en soi entraîne celle de plusieurs autres, également en soi, nous raisonnerons ainsi sur ces choses :

Ou ces choses composent actuellement, toutes ensemble, un tout, ou elles ne composent pas un tout. Mais si ces choses ne composent pas un tout, il est donc des choses qui sont et qu'on ne saurait considérer, sous le simple rapport de l'existence conjointement avec d'autres choses qui sont. Cette conséquence est incompatible avec la représentation, donc ces choses composent un tout.

Or, avec un tout donné, un nombre est toujours donné. Des choses qui sont, ou des parties quelconques de ces choses, formeront toujours des nombres, c'est-à-dire des nombres déterminés, différents de tous autres nombres. Sans cela point de représentation ni effective ni possible d'un tout.

L'application de ce principe du nombre, ou du déterminé, du fini, comme on voudra le nommer, nous interdit de prendre pour choses en soi les représentés suivants, tous d'une importance majeure : espace, temps, matière, mouvement. C'est ce qu'il faut prouver.

§ VIII.

Suite. — Preuve quant à l'espace.

L'espace envisagé dans la représentation a pour caractère essentiel la divisibilité ; l'espace, chose en soi, doit donc avoir des parties et des parties effectives qui sont aussi des choses en soi : la conformité de la chose et du représenté l'exige. Mais l'espace est aussi toujours et partout homogène, de sorte que s'il

a des parties, ses parties elles-mêmes en ont. Donc la division de l'espace est sans terme, et cela, soit qu'il s'agisse de l'espace total, ou de ce qu'on appelle une étendue finie. Donc, tout nombre assigné ou assignable en fait des parties de l'espace, est impropre à nous donner le nombre effectif de ces parties. Donc enfin, l'espace, chose en soi, se compose de choses sans nombre et il existe des choses réelles, actuelles qui ne sont pas en nombre déterminé, ce qui est absurde.

On dit quelquefois que l'espace est indivisible, n'a point de parties. Cependant quand il nous est représenté comme le lieu des corps, il nous est par là même représenté comme divisé. Autrement, que serait-ce que la *place* que tel corps occupe? Une idée de rapport, une imagination, une forme de la sensibilité? Soutenir de semblables thèses c'est abandonner, avec la division en soi, l'étendue en soi, et tout enfermer dans la représentation, ce qu'on ne veut pas. D'ailleurs, il est facile de voir que l'espace total doit partager le sort des étendues partielles, et ces mots mêmes *espace total*, *étendues partielles*, inévitables ici, se trouvent inscrits en faux contre toute supposition contraire. Si les étendues partielles ne sont pas en soi, si l'espace total, très mal nommé dès lors, est au contraire en soi, un indivisible, absolu, il n'y a rien de commun entre ce dernier et l'espace représenté qui est essentiellement divisible. L'espace a cessé d'être le lieu des corps, et, d'étendue devenu point, il est un hors-d'œuvre à la représentation de la nature.

Il reste une ressource aux partisans de l'étendue en

soi, car un compromis est possible, chose singulière! entre les thèses de l'unité et de la multiplicité quant à l'espace. L'étendue partout et toujours divisible, dit-on, n'est pas pour cela partout et toujours divisée; ses parties actuelles forment sans doute un nombre déterminé, mais ses parties *en puissance* ne forment aucun nombre, ce qui n'a rien de contradictoire. Je reconnais que toute la difficulté serait levée si nous n'avions pas à sortir de la représentation, car il est certain qu'on ne saurait arguer d'un nombre de représentations possibles, mais qui actuellement ne sont point. On oublie qu'il s'agit ici des choses en soi, que l'espace est supposé en être une, et que la question est de savoir s'il en est de même de ses parties. Or, que fait-on maintenant? On avoue qu'une étendue partielle existe en soi dans le cas de la division, on le nie dans le cas de la simple divisibilité. Et qu'est-ce à dire? que la place occupée par un corps ne commence d'être qu'à l'instant où ce corps vient à l'occuper, qu'auparavant elle n'était rien en soi et qu'aussitôt après elle s'anéantit? Comme si la représentation, qui exige un nombre indéfini de représentés possibles d'étendue, tous antérieurs à l'expérience et indépendants d'elle, pouvait se prêter à ce que certains d'entre eux soient ou ne soient pas, deviennent ou cessent d'être des choses en soi, par un fait étranger, tandis qu'elle les envisagerait indistinctement et les prendrait pour ses objets au même titre! Comme si un *mètre cube*, portion du sphéroïde terrestre mesuré, existait actuellement, était là, présent, effectif, différent de tout

autre étendue, au passage de la terre dans son orbe et n'y existait pas avant que la terre passât! Il faut prendre un parti, il faut choisir entre l'hypothèse d'une *infinité actuelle de choses en soi* et celle d'un *nombre indéfini de représentations possibles*. Et véritablement il est à croire qu'ils tenaient au fond pour cette dernière hypothèse, ceux qui ont résolu le problème de la division de l'espace en distinguant l'acte de la puissance.

Enfin si quelque doute pouvait rester sur la vanité d'une telle distinction appliquée à l'étendue en soi il serait définitivement levé dans la question du mouvement que nous aborderons à son tour.

Le *principe du nombre* sur lequel toute mon argumentation repose est de telle nature que nul *à priori* ne le contesterait, mais après en avoir aperçu les conséquences, le partisan de l'étendue en soi peut revenir et tenter de le retirer. Alors il soutiendra qu'il existe une *infinité* de choses, et une *infinité actuelle*. Sur ce, on lui fera seulement remarquer que l'*infinité en nombre* signifie *un nombre plus grand que tout nombre assignable de fait, un nombre qui n'est pas déterminable, un nombre qui n'est pas déterminé en soi, un nombre qui n'est pas un nombre*, de sorte que la thèse qu'il adopte est contradictoire, même dans les termes. Nous examinerons plus tard, et la valeur du principe de contradiction pour la science et celle du système moderne des antinomies. Ici bornons-nous à poser en fait que le dogme de l'étendue en soi conduit la raison à se mettre en contradiction avec elle-même.

§ IX.

Suite. — Preuve quant au temps.

L'analogie du *temps* et de l'*espace*, de la *durée* et de l'*étendue*, de la *succession* et de la *position*, de l'*époque* et du *lieu*, quant aux représentations de grandeur, de quantité, de tout et de partie, a été reconnue de tous les philosophes. Tous ont tenu compte de cette analogie dans leurs doctrines, et pour eux le *temps* a toujours suivi la destinée de l'*espace*.

Nous ne ferons donc ici que nous répéter, mais nous abrégerons, et nous serons peut-être plus clairs.

A la représentation du temps se joint la représentation de sa divisibilité. Si donc le temps est une chose en soi, il a des parties en soi qui sont des durées. Or, ces durées se composent d'autres durées, puisque leurs représentés sont divisibles aussi; et ainsi de suite sans fin. Donc il n'est pas de nombre déterminé de durées partielles qui puisse reproduire le véritable et dernier nombre des durées du temps ou de la moindre durée quelconque. Ainsi des durées seraient en soi et ne seraient pas en nombre déterminé, ce qui est absurde. Donc enfin le temps, le temps divisible, n'est pas en soi.

La supposition d'un temps en soi, un, indivisible, absolu, supprime tout rapport entre le temps et la représentation du temps. D'une part, le temps ainsi conçu n'est pas plutôt l'*éternité* que l'*instant* ou que le

néant de temps; de l'autre, les durées déterminées ne sont plus des *durées partielles*, n'ont plus rien de commun avec le temps en soi; et l'on ne sait comment les considérer. Si alors on prend celles-ci pour de simples rapports, elles entraînent le temps, le seul temps représentable, avec elles; et que reste-t-il pour le temps en soi?

Enfin, la supposition de durées en puissance, excellente s'il s'agit de la représentation, équivaut à celle de durées actuelles quand on considère le temps comme en soi; ou bien, il faut dire que l'intervalle de deux phénomènes successifs n'a d'existence qu'à la condition que ces phénomènes soient effectivement produits, et que la durée d'oscillation d'un pendule à secondes n'était rien avant que ce pendule fût construit. Cependant la représentation nous donne le temps comme s'*écoulant.* Veut-on qu'il ne s'écoule, en effet, qu'autant qu'un mouvement ou une pensée le mesurent? Alors il faut convenir que ses parties successives ne sont rien en soi, et il en est du tout comme des parties.

§ X.

Suite. — Preuve quant à la matière.

Si l'on entend par matière une *chose en soi*, étendue, figurée et divisible, la matière n'existe pas.

En effet, si l'on admet que la divisibilité de la matière est sans bornes, et qu'il n'y a pas d'atomes, il faudra dire de la matière ce que nous avons dit de

l'espace et du temps. Les parties de la matière sont en nombre infini, nombre qui n'est pas nombre, ce qui est contradictoire.

(Comme l'absurdité est ici très sensible à cause de la facilité que nous avons à nous représenter des parties effectives de la matière, je confirmerai, en passant, ce que j'ai dit ci-dessus de l'espace par une simple remarque : c'est que la matière diffère principalement de l'espace par la résistance ou l'impénétrabilité; or, cette propriété donne bien *un corps* aux parties de l'espace, mais elle ne les fait pas être en tant que parties; donc l'argumentation qui portait sur le nombre des parties de l'espace est aussi probante que celle qui porte en ce moment sur le nombre des parties de la matière.)

Si, au contraire, on admet des atomes, il est certain qu'on échappe à la difficulté tirée de l'infini, si, d'ailleurs, le nombre des atomes est borné. Mais alors, il s'en présente un autre.

En effet, les parties effectives et dernières des corps ne peuvent se soustraire quant à la représentation, à ces mêmes conditions d'étendue, de figure et de divisibilité qui s'appliquent à leurs ensembles. Les atomes sont dans l'étendue et ils sont étendus, sans quoi on composerait, ce qui est absurde, une matière étendue avec des éléments qui ne le sont pas. Or, le propre du représenté dans l'espace est de diviser l'espace, et le propre de l'espace est de renfermer, de mesurer en quelque sorte la divisibilité de ce qui est représenté en lui. L'atome, tout insécable qu'on le

pose, est donc représenté divisible, de cela seul qu'il est représenté étendu. Donc enfin, si la chose en soi est ici conforme à la représentation, l'atome a des parties effectives, actuelles, quoique non divisées, et ces parties en contiennent d'autres, et nous arrivons à cette propriété impossible de la composition infinie qui nous a déjà fait rejeter l'espace et le temps comme choses en soi.

La solidité attribuée à la matière ne modifie en rien ce résultat. Au contraire, elle le rend plus manifeste, en ce que l'étendue solidifiée est une étendue dont la composition s'est déterminée d'une manière invariable.

§ XI.

Suite. — Preuve quant au mouvement.

Le temps, l'espace et la matière, pris pour choses en soi, se composent d'un nombre sans nombre de parties ; tel serait le sens de la *continuité de la quantité*. Cette vérité (vérité si l'existence de la chose en soi en est une), nous l'avons démontrée en nous fondant sur le principe de conformité du représenté avec la chose. On peut s'en assurer par une simple réduction à l'absurde : admettons, en effet, que le temps, l'espace et la matière se résolvent en premiers et derniers éléments dont la répétition en nombre déterminé les constitue ; ces éléments ne sont ni temps, ni espace, ni matière puisqu'ils ne sont pas divisibles ; en d'autres termes, ils ont pour mesure à la rigueur

zéro temps, zéro espace, zéro matière; donc, dans notre hypothèse, une chose qui est quantité se composerait par la réunion de choses qui ne sont point quantité, et plusieurs néants formeraient un nombre concret, ce qui est inintelligible quelque grand que soit ce nombre de néants.

L'existence en soi du continu est absurde à son tour et par la même raison, car le continu nous est représenté comme composé et tout composé en soi exige corrélativement des éléments en soi. Or, que peuvent être ces éléments en soi, dans l'étendue par exemple? Des étendues? Ce ne sont pas là les éléments cherchés, et d'ailleurs, un nombre sans nombre d'étendues égales, si petites soient-elles, ne peut jamais produire une étendue déterminée. Des zéros d'étendue? Alors l'étendue se compose d'un nombre sans nombre de zéros d'étendue, ce qui est doublement inintelligible.

La considération du mouvement achèvera de mettre en évidence l'impossibilité du continu en soi. Le mouvement nous est représenté, en effet, comme une application successive de quelque portion de matière aux parties juxtaposées de l'espace. Nulle difficulté quant à la représentation, parce que les étendues parcourues et les durées écoulées, en tant que représentées, sont toujours mesurables, toujours déterminées par comparaison à d'autres durées, à d'autres étendues également représentées. Mais il en est tout autrement si l'on fait du temps un continu en soi, de l'espace un continu en soi. On se demandera comment

un nombre sans nombre de parties d'étendue peuvent être parcourues en fait et un nombre sans nombre de parties de durée s'écouler en fait. A cette question indiscrète les partisans de la chose en soi n'ont jamais répondu. Il y a contradiction dans les termes.

On voit que je parle de l'espace et du temps relativement au nombre : de l'un, comme simplement parcourable (sans parler d'aucun rapport au temps) et de l'autre, comme s'écoulant simplement (sans aucun rapport à l'espace). Ce n'est donc pas résoudre la difficulté, mais c'est ne la pas comprendre, que de faire aux prétendus sophismes de Zénon d'Élée cette réponse banale : *Le temps se divise indéfiniment dans le même rapport que l'espace, en sorte qu'une étendue finie, même avec ses parties considérées à l'infini, peut être effectivement parcourue dans une durée finie, dont les parties suivent la même loi.* Encore une fois, la question porte séparément sur l'espace et le temps, ces choses en soi continues et composées, infinis actuels qui forment des tous finis, nombres sans nombre qui se comptent, qui sont comptés; et l'inintelligibilité du temps en soi ne remédie pas à celle de l'espace en soi.

La contradiction que Zénon exposa dans ses mythes ingénieux peut donc se réduire à ces termes très simples : l'infini est fini, l'indéterminé est déterminé, ce qui n'est pas nombre se compte; plus vulgairement l'inépuisable s'épuise.

En résumé, si le mouvement pour être en soi exige le temps en soi et l'espace en soi tous deux

divisibles et continus, nous concluons : le mouvement n'est pas quelque chose en soi.

§ XII.

Suite. — Preuve quant aux représentés quelconques sous des conditions d'espace et de temps.

Puisque ni le temps, ni l'espace ne sont choses en soi, nul représenté, non plus, ne l'est en tant que donné sous des conditions de temps ou d'espace. C'est donc à d'autres caractères de la représentation que la chose en soi se fera reconnaître, si elle est.

Je trouve d'abord parmi les représentés sous des conditions d'espace et de temps les *qualités sensibles*, *qualités secondes, qualités premières de la matière*, ainsi qu'on les nomme : odeurs, saveurs, sons, couleurs, degrés de chaleur ou de froid, etc.; impénétrabilité ou résistance.

Les *qualités secondes* réduites à leur spécificité stricte, c'est-à-dire abstraction faite de l'étendue et du mouvement, se trouvent si difficiles à saisir et à dénombrer, varient tellement à la suite des rapports divers qui s'attachent à leur représentation, qu'on a dû renoncer à les prendre non seulement pour des choses en soi, mais même pour les attributs fixes de certaines de ces choses. En un mot, toutes relations ôtées, il ne reste rien de déterminé et de constant dans les qualités secondes, j'entends hors des représentations elles-mêmes.

Les *qualités premières* des philosophes et des physi-

ciens sont au nombre de deux seulement : l'étendue dont nous avons assez parlé et l'impénétrabilité. Celle-ci peut s'envisager de deux manières : proposée à l'imagination comme une sorte de congélation de l'espace, c'est-à-dire de certaines de ses parties, elle ne saurait non plus que lui constituer de chose en soi, nous l'avons reconnu à l'article *matière;* mais la notion de résistance sans laquelle l'impénétrabilité ne se comprend pas bien est un peu moins simple.

S'il est vrai que la résistance suppose quelque chose en soi, nous devons, pour trouver cette chose, faire abstraction : 1° de sa représentation dans l'espace, en la concentrant en un point mathématique pour éviter les difficultés insolubles attachées à la divisibilité; 2° de sa représentation sous quelque autre forme sensible, et notamment par le toucher (soit la dureté), parce que cette impression, variable et relative comme les qualités secondes, ne nous donne rien en dehors des phénomènes très complexes dont elle fait partie. Que nous reste-t-il de la résistance, une fois ces éliminations faites? Il nous reste encore un représenté, la force.

Mais qu'est-ce que la force? *Toute cause propre à altérer l'état de repos ou de mouvement d'un corps est une force.* Plus généralement *la force est ce quelque chose d'indéfinissable que chacun connaît par sa conscience.* Or, il nous faut encore ici supprimer tous les caractères tirés de cette matière et de ce mouvement qui n'ont rien à démêler avec la chose en soi, et nous voilà réduits à la cause et à la force notions repré-

sentatives, ou du moins à ces sortes de représentés qui ne paraissent dans l'espace et dans le temps que par leurs effets, et en eux-mêmes s'y évanouissent. Nous en traiterons à propos du représentatif considéré comme en soi.

Ce que j'ai dit des qualités et des forces représentées sous des conditions d'espace s'applique à tout le surplus du contenu de la représentation, et encore plus manifestement. Ainsi le plaisir et la douleur, l'amour et la haine, toutes les affections, toutes les passions se rapportent également à des objets envisagés dans l'étendue; mais, ces relations mises à part, il ne reste rien qui semble séparable des représentations elles-mêmes. Et les idées, les notions, les principes, tout ce que d'ordinaire on comprend sous les titres de l'esprit ou de l'entendement, se lient par des rapports intimes et de plus d'un genre à la représentation de l'étendue et à celle du temps; isolés autant qu'ils peuvent l'être, ils appartiennent essentiellement à celui des deux éléments de la représentation que nous avons distingué sous le nom de représentatif.

§ XIII.

Preuve quant aux faits de l'ordre représentatif.

Nous avons admis pour cette analyse deux sortes d'objets de la représentation, et cela suivant les partisans de cette chose en soi que nous poursuivions : les uns (représentés proprement dits), qui tout d'abord

semblent s'offrir à la représentation comme existants pleinement à part d'elle et sans elle; les autres (plutôt représentatifs), qui ne peuvent subsister, continuer d'apparaître aussitôt qu'on les en sépare.

Les premiers de ces objets sont l'espace ou le temps même, ou s'y rapportent; nous avons reconnu que nous ne pouvions sans contradiction les poser comme choses en soi. Les suivants ne sont étrangers non plus ni au temps, ni à l'espace, mais ils s'en laissent abstraire, et s'offrent à nous alors comme les éléments formels de la représentation pure. Il s'agit de savoir si, considérés à leur tour comme des représentés (grâce au redoublement qui est le caractère propre à la représentation), ils nous révéleront enfin l'existence et la nature de la chose en soi.

Afin de poursuivre ici mon analyse, je suis obligé de diviser et de classer les représentations, ce qui s'appelle en langage reçu faire une *psychologie*. Mais cette classification sera de ma part tout empirique; elle me suffira et me sera d'un usage irréprochable s'il est vrai que par le fait aucun philosophe n'a proposé de chose en soi de l'ordre représentatif qui ne se rapporte à quelqu'une ou à plusieurs de mes divisions. C'est de quoi il sera facile de juger.

Je distinguerai donc dans la représentation, abstraction faite de tout représenté dans l'espace, les principaux attributs suivants, quoique étroitement unis les uns aux autres selon l'expérience.

1° L'attribut intellectif qui est la représentation représentative, proprement dite, ou sous lequel elle

se représente elle-même à soi, ou ses représentés; elle est dite alors, en divers sens, *perception*, *conscience*, *jugement*, *entendement*, etc., et ses objets sont les rapports diversement nommés *choses*, *images*, *idées*, *principes*, *notions*, etc.

2° L'attribut actif qui est la représentation considérée comme productive ou d'elle-même, ou de quelque représenté. On la nomme alors, *cause*, *force*, *effort*, *volonté*, etc. La force est quelque chose d'éminemment représentatif selon la définition de ce dernier mot, car, si l'on essaie de l'envisager autrement qu'avec la conscience d'elle-même, par exemple dans l'espace, on ne tarde pas à reconnaître qu'il n'en reste rien de directement représentable, sauf les effets.

3° L'attribut affectif auquel la représentation doit les noms de *plaisir*, *peine*, *attrait*, *répulsion*, *passion*, etc., tous dénués de sens s'ils ne s'appliquent à elle représentativement, quoique relatifs d'ailleurs à des représentés.

Ces divisions posées, nous remarquerons que ce n'est point dans les *forces* particulières ou dans les *passions* particulières qu'on peut trouver des choses en soi : il est trop manifeste que ces représentations sont relatives à d'autres de même ordre et d'ordre différent et s'évanouissent aussitôt qu'on les met à part de leurs relations. Nous devons en dire autant des *idées* particulières.

Restent les idées générales; mais alors même que les partisans des *genres en soi* seraient parvenus à

expliquer les rapports de ces genres entre eux et avec les représentations particulières, et c'est à quoi tous leurs efforts ont échoué, il faudrait encore que l'on pensât quelque chose en pensant à une idée générale abstraction faite de tous rapports : alors seulement elle pourrait passer pour une chose en soi. Je m'arrêterai tout à l'heure sur certaines de ces idées.

Voici le moment de prononcer un grand mot, le mot *substance*. On a nommé la chose en soi *substance* (de *sub stare*), parce qu'elle est, dit-on, sous les phénomènes : elle n'est rien qui paraisse, elle est le support de tout ce qui paraît.

On a donc pris pour substance, d'une manière absolue, *ce qui pense;* on a pris ou pu prendre encore *ce qui veut*, ou *ce qui aime;* on a pris, d'une manière composée, *ce qui a force, appétit, et perception en soi.* Nous n'entrerons pas ici dans le détail des systèmes; opposons seulement aux défenseurs de la substance leurs propres aveux.

Premier aveu : la substance n'est connue que par son attribut; dans *ce qui pense*, par exemple, le connu est l'adjectif *qui pense*, et le *ce* demeure ignoré. Si *substance* et *chose en soi* sont synonymes, on peut dire que rien en soi n'est connu non plus que rien de connu n'est en soi. L'unique définition de ce singulier *ce*, pronom général de la substance, est d'être indéfinissable, définition tout à fait insuffisante. Quant au *support*, à la nécessité alléguée d'un *support*, je ne vois là qu'une comparaison ; encore se retourne-t-elle contre ses auteurs, attendu que les sujets, substan-

tifs ou supports exigés par la grammaire, et les seuls aussi qui soient donnés à la représentation selon l'expérience, impliquent des phénomènes définis et n'aboutissent point à des choses en soi.

Second aveu : L'attribut lui-même ne se manifeste que par ses modes; c'est-à-dire que nous connaissons bien *nos pensées*, mais nullement *notre pensée* ou *la pensée*, et que l'adjectif *qui pense* n'a de valeur qu'avec accompagnement de certaines conditions tant d'objet que de sujet. En effet, comment la pensée se pense-t-elle jamais si ce n'est comme *pensée de tel* ou *pensée de ceci?* Il en est de même de l'*appétit*, de la *force* et de tout ce dont on peut vouloir faire un attribut principal de la substance. Donc, l'attribut n'est pas plus connu en soi qu'il ne fait connaître une autre chose en soi.

Enfin les modes, par leur définition même, sont dans la substance et ne sont pas en soi, et il ne reste dès lors aucun moyen de fixer comme en soi quelque chose que ce puisse être, sachant ce que c'est que cette chose.

On peut regarder les attributs comme assez connus en qualité d'idées générales, telles que *penser*, *vouloir*, etc., indépendamment de tel ou tel des rapports que ces idées mènent à leur suite; il est vrai, mais on doit avouer que tous ces rapports ne sauraient être supprimés à la fois sans que ces idées elles-mêmes se trouvent anéanties pour la représentation. Et alors, qu'affirme-t-on en affirmant le penser en soi, le vouloir en soi? Parmi les rapports dont nous parlons, il

en est un, celui du sujet à l'objet dans le penser ou dans le vouloir, dont la séparation est tout à fait impossible, et ce rapport en implique nécessairement d'autres, attendu que le *penser du penser* ou le *vouloir du vouloir*, toute détermination exclue, sont des conceptions vides et ne nous représentent rien. Le *général* n'existe pas plus sans le *particulier* que le *particulier* n'est intelligible sans le *général*. On voit que de proche en proche on arrive à rétablir dans la prétendue chose en soi, et comme ses indispensables éléments, tout cela précisément dont il faudrait qu'on pût la séparer.

La plus générale de toutes les idées, l'idée *d'être* est aussi l'exemple le plus frappant qu'il soit possible de citer à l'appui de l'impossibilité de concevoir une chose en soi. Qu'on dépouille cette idée de tout caractère impliquant relation, par conséquent de toute qualité, de toute quantité, et voilà que dans l'état d'indétermination ou plutôt de vacuité où on la pose, elle n'*a* plus rien en soi, et c'est alors vraiment qu'elle *est* en soi. Elle n'a, dis-je, plus rien qui la distingue de l'idée du néant.

En résumé, je puis dire :

Tout représentatif, aussi bien que tout représenté, implique des relations. Si donc nous posons la chose en soi, la substance, à part de toutes relations, la chose en soi, la substance, n'ont rien de commun avec la représentation, et alors ne sont pas, ou sont pour nous comme n'étant pas. Si, au contraire, nous posons les relations dans la chose en soi, ce qui ne

se conçoit point, nous ne sommes pourtant pas plus avancés, car, alors dans la chose en soi, ce n'est pas la chose en soi, mais les relations posées que nous connaissons.

Je dis que dans la chose en soi les relations ne se conçoivent point, en d'autres termes que de même qu'il n'y a pas représentation sans relation, de même aussi, réciproquement, il n'y a pas relation sans représentation. Et, en effet, la seule exception qu'on pourrait objecter à cette dernière loi se tirerait du temps, de l'espace et du mouvement que j'ai prouvés n'être rien d'intelligible en dehors de la représentation. Donc enfin, nous ne connaissons que des phénomènes.

§ XIV.

Suite et fin. — Preuve quant à la somme totale des phénomènes.

L'impuissance où les philosophes se sont vus de fixer pour la connaissance, aucune chose en soi, tant dans l'esprit que dans l'espace, les a jetés dans un parti violent. « Puisque tout est lié, semblent-ils s'être » dit, et que rien n'est à la rigueur séparé de tout le » reste, considérons la totalité des *attributs* et *modes*, » qui nous sont connus, et rapportons-les à une sub» stance unique qui sera la vraie chose en soi, principe, » nature et fin de tous les phénomènes. »

Ainsi se produit la plus étrange de toutes les doctrines et pourtant la plus vivace. Plutôt que d'abandonner la substance, son idole, le métaphysicien

embrasse l'organisation de la contradiction que voici en deux mots :

D'une part, ce sont des phénomènes, tous les phénomènes qui ont été, qui sont ou qui seront, la multiplicité, la diversité, la relativité universelles ; d'autre part, on pose la chose une, simple, absolue. Puis, dans celle-ci, on met tout cela, de celle-ci, on tire tout cela. Rien de ce qui est pour la représentation n'est en soi ; au contraire, tout est dans ce qui pour la représentation n'est rien ! Et *ce qui est en soi* n'est ni connu, ni connaissable que par *ce qui n'est rien en soi !* et, pour achever, *ce qui n'est rien en soi* renferme tous les contraires, et c'est eux qu'il faut envisager pour connaître *ce qui est en soi*, autant qu'il peut être connu.

Pourquoi ces solutions qui ressemblent à des énigmes? Parce qu'il plaît aux philosophes de rapporter les phénomènes comme attributs ou modes à des choses en soi ; ce qui, non seulement, n'est pas nécessaire, mais ce qui n'est pas même intelligible. Soit, en effet, qu'on prenne pour substance le sujet de telle ou telle représentation, ou celui de toutes, il demeure impossible de se rendre compte et des relations dans la chose en soi et de la chose en soi sans relations.

En outre, quand il s'agit de la substance universelle, on suppose tous les phénomènes indissolublement liés. Mais, s'il est prouvé que chaque phénomène est relatif, il ne l'est pas, qu'il existe entre tous une chaîne de dépendance en sorte que chacun soit rigoureusement déterminé par quelque autre ou par l'en-

semble des autres. Nous traiterons ailleurs cette question avec toute l'étendue qu'elle comporte.

Autre chose est considérer l'ensemble des phénomènes, synthèse à laquelle on ne peut en aucune façon se refuser, autre chose les englober dans une mystique unité dont toute représentation est impossible. Puisque des phénomènes sont, ils forment une somme, ceci n'est pas douteux, et les phénomènes passés forment une somme aussi; mais que cette somme soit une série unique, et cette série un infini, et cet infini le développement de quelque chose d'inconnu, un et absolu, autre que la série, autre que tout phénomène, et enveloppant l'avenir même qui n'est point donné : voilà une proposition dont le sens m'échappe, loin que je puisse en admettre la vérité. Pourtant cette somme que vous reconnaissez, dira-t-on, ne peut pas être en une de ses parties; elle ne peut pas être en soi puisqu'elle n'est pas même simplement et se trouve toujours en voie de formation; elle est donc dans la substance et la substance seule est en soi. Je réponds que la somme est donnée quant au présent et au passé seulement et que jusqu'ici j'ignore si l'avenir est donné par cela seul. Or, en tant que la somme existe à la manière des phénomènes, elle est véritablement en soi, dans ce sens qu'elle ne peut pas être en autre chose, étant elle-même la somme et le tout; elle n'est pas en soi si l'on entend par ces mots que la multiplicité s'évanouit dans l'unité, la diversité dans l'identité, et que tous lés phénomènes s'engloutissent dans ce qui n'est point

phénomène; et elle n'est pas dans la substance, car, où est la substance et en quoi est-elle?

Je reviendrai sur ces questions pour les traiter avec les développements nécessaires quand elles seront mieux posées.

§ XV.

Récapitulation. — Le fétichisme en philosophie.

La conclusion à tirer de cette longue analyse, c'est que s'il existe des choses en soi, indépendamment de toute représentation, ces choses nous sont inconnues, ne sont rien pour le savoir, rien pour nous, et que, en conséquence, il n'existe que des représentations.

Je dis *des représentations* et non *mes représentations* ou *les représentations à moi*, puisque j'ignore encore ce que c'est à vrai dire que *moi;* je dis mieux des *phénomènes*, ou des *choses en tant que représentantes* et *représentées*, car la chose exclue comme en soi reparaît comme phénomène.

Et cette analyse n'était pas même nécessaire; un seul mot bien compris la contient et la remplace: *ou nous parlons des choses* (il faut bien en parler) *en tant qu'elles représentent et sont représentées, ou nous parlons des choses en tant qu'elles ont de tout autres rapports ou qu'elles n'en ont aucun; mais en tant qu'elles représentent et sont représentées, les choses se confondent avec les représentations; et en tant qu'elles ont de tout autres rapports ou qu'elles n'en ont aucun, elles n'apparaissent pas et sont*

comme n'étant pas; donc les choses sont des phénomènes quant à la connaissance, et les phénomènes sont les choses.

Ainsi, nous avons commencé par distinguer les choses des phénomènes, et dans cette hypothèse que l'ancienne métaphysique nous imposait, nous avons démontré que les choses ne sont pas données à la connaissance. Cela fait, les mots *chose* et *phénomène* deviennent pour nous synonymes et nous nous retrouvons à notre point de départ. Mais nous possédons une méthode et notre esprit est débarrassé de l'obsession des fausses doctrines.

Je sais que l'appareil dialectique des pages précédentes peut sembler en un sens couvrir des vérités très claires, très évidentes, presque puériles une fois saisies, et, en un autre sens, donner lieu à une accusation de bizarrerie, de paradoxe, de sophisme. Ma justification est dans ce contraste même; il faut passer par les jeux d'une métaphysique nébuleuse, et lutter contre des ombres que la philosophie a douées d'un corps, avant d'aborder au pays de la lumière et des réalités toutes nues. L'idole qu'on doit abattre offusque d'abord la vue; son antiquité, sa divinité prétendue imposent aux plus hardis, et telle est la force du préjugé que chacun s'attend à voir la nature entière s'abîmer quand tombera le dieu. Les coups mêmes qu'on lui porte ont quelque chose de fantastique et rendent des sons étranges. Mais l'œuvre de démolition n'est pas plutôt accomplie qu'un étonnement tout nouveau se produit : L'idole est connue,

pour ce qu'elle est, on touche le bois qui est vermoulu, et lorsque enfin, elle tombe en poussière, il se trouve que rien n'est changé autour d'elle ; chaque chose a conservé sa place et son nom, il ne s'est point fait de vide dans la réalité.

L'esprit comme le cœur a ses idoles. L'idolâtrie de la pensée, l'idolâtrie de la matière, l'idolâtrie du temps, l'idolâtrie de l'espace, l'idolâtrie de la substance qui a volonté les contient toutes, composent le fond légèrement varié d'une religion à l'usage des philosophes, religion primitive assez comparable au fétichisme des peuples en enfance ; et presque toute la philosophie n'est que idolologie. Sans doute, on ne peut sans quelque trouble se sentir conduit par la logique à rejeter un espace en soi, une matière en soi ; car l'autorité de la coutume est grande. Mais on se rassure en songeant que les motifs d'affirmer ces sortes de substances sont les mêmes qui ont fait aux uns, poser des *idées* en soi, aux autres, des *forces pures*, à ceux-ci, des *monades*, à ceux-là, des *atomes*, et puis, des *qualités réelles*, des *espèces intentionnelles*, des *formes substantielles*, des *formes plastiques*, et des *âmes* au nombre de trois ou quatre espèces. On se rassure surtout lorsque après avoir banni la méthode idolologique, on voit les éléments naturels de la science, apparaître et se classer d'eux-mêmes.

DEUXIÈME PARTIE.

REVUE ÉLÉMENTAIRE DES PHÉNOMÈNES.

[Les lois des phénomènes sont les fins de la connaissance.]

---

§ XVI.

Définition des mots réalité et vérité.

Les phénomènes sont, tel est donc le principe de la connaissance; *les phénomènes sont*, proposition tautologique équivalente à celle-ci : *les phénomènes sont les phénomènes*, dans laquelle on doit n'attacher à ce mot *sont*, qu'une signification copulative, une signification de rapport. Toute proposition intelligible exprime une relation, et la relation, ici, c'est l'identité, parce que le phénomène, en général, n'a de terme de comparaison que lui-même.

Gardons-nous d'opposer le mot *phénomène* au mot *réalité*. Les écoles idolologiques assurent que le réel n'apparaît point et que l'apparent n'est point réel. Cette erreur est uniquement fondée sur le dogme de la substance; et dès qu'il est prouvé que la chose est identique avec le phénomène, quant à la connaissance, on n'a point à chercher d'essence réelle autre que cela qui seul existe pour nous, puisque seul il nous apparaît de quelque manière, ou peut nous apparaître. Sans

doute, l'apparence d'un instant ne remplit pas l'idée que nous avons de la réalité; mais conçoit-on rien de plus réel que ce qui apparaîtrait, non pas seulement longtemps, mais constamment, toujours?

Le mot *réalité* peut se prendre en deux sens : généralement, il est synonyme de chose, ou d'être comme phénomène, c'est-à-dire en un mot de phénomène; il est alors également applicable à tout ce qui se manifeste à un titre et sous des modes quelconques, et l'on ne parviendra jamais à l'entendre autrement. Particulièrement, il est susceptible de plus et de moins et se dit de certains phénomènes ou ensembles de phénomènes comparés à d'autres, lorsque ceux-là se font remarquer par des caractères de durée, de constance, de nécessité, de cohérence mutuelle, et que ceux-ci sont fugitifs, variables, accidentels, isolés, ou du moins nous semblent tels. C'est la constatation d'une loi fixe, c'est la vérification des éléments de cette loi, les uns par les autres, qui nous enseignent la réalité, au sens le plus usuel de ce mot.

Il en est de la *vérité* comme de la *réalité*, à cette différence près que le second de ces deux termes se dit des phénomènes ou de leurs ensembles en tant que représentés, tandis que le premier s'applique aux phénomènes représentatifs qui posent de certaines relations. Les rapports que nous pouvons affirmer sont qualifiés de *vrais* ou de *faux* selon qu'ils s'accordent ou non avec des lois crues ou reconnues réelles, selon que ces lois les impliquent ou qu'elles les excluent.

L'étude de l'*être* et de la *loi* apportera un éclaircissement, nécessaire peut-être, à ces définitions que j'ai cru devoir jeter en avant (voir le § xx).

§ XVII.

Composition des phénomènes. Principe du relatif.

Un point nous est acquis : *Le phénomène est l'élément de la connaissance; le phénomène sous sa double face est donné par la représentation et en elle.* Cette vérité déjà posée dans la définition du phénomène a été confirmée par l'étude du représentatif et du représenté pris à part et en soi, comme l'ancienne métaphysique le voulait. Or, toute représentation implique deux éléments, et comme ni l'un ni l'autre n'existent isolément, ne subsistent absolument pour la connaissance, il est permis de dire, de ce chef seulement, que le phénomène est toujours composé.

Cependant nous donnons aussi le nom de *phénomène* à chaque élément que l'analyse découvre dans un tout quelconque : les divers modes représentatifs, les divers modes représentés sont, dans notre langage, des phénomènes, aussi bien que les représentations en leur entier. Nous devons dire alors que *le phénomène est relatif à d'autres phénomènes.* A cet égard, un phénomène peut être dit simple, mais relativement.

Le phénomène exclusivement considéré comme représentatif ou comme représenté, si simple qu'on le prenne, est encore et toujours composé. Toute donnée véritable est synthétique. En d'autres termes, tout est

sujet d'analyse ; or, l'analyse sépare d'un composé des éléments relativement simples, et non absolument, parce que nul des éléments séparés n'est représentable sans condition et à part de tout autre : si bien que dans chaque *partie* on peut toujours retrouver un *tout*.

La nature composée des phénomènes est évidente s'il s'agit des représentés proprement dits, car, l'espace, le temps, la matière et le mouvement qu'on dit être ou leur essence même ou leurs conditions générales d'existence ont toujours été regardés comme des synthèses, et, de fait, se définissent explicativement par des analyses.

Passons au représentatif. Personne assurément ne proposera comme simples les phénomènes désignés par les noms de *mémoire*, de *comparaison*, de *jugement*, de *raisonnement*, etc. ; il est trop clair que toute opération intellective, même en ne tenant nul compte de l'objet, renferme plusieurs éléments, et, par exemple, elles impliquent toutes le sentiment avec la conscience. Nous en dirons autant des phénomènes affectifs et des phénomènes volitifs. La conscience, du moins, sera-t-elle un phénomène simple ? Nous ne le dirions même pas alors que nous admettrions une *substance du moi*, car encore faudrait-il que la conscience se trouvât rapportée à cette substance qui ne saurait jamais nous être proprement donnée ; mais on avoue que *rapporter à la substance* n'est rien de plus que *rapporter aux attributs et modes de la substance*. Celui qui n'admet que des phénomènes doit conclure à plus forte raison,

et regarder comme le plus complexe de tous les phénomènes représentatifs cette conscience dont la fonction est de rapporter une représentation à un grand nombre d'autres représentations agglomérées.

Les sensations les plus simples, si elles sont accompagnées d'aperception, rentrent dans le cas précédent; sinon, supposées sans conscience, elles sont de véritables représentés dans le temps ou dans l'espace, et composées à ce titre : une couleur a de l'étendue; un son, de la durée, etc. Dira-t-on que le rouge, en tant que rouge, n'est pas étendu? Il est vrai que l'abstraction peut se faire et se fait effectivement; mais qu'on essaie de se représenter le rouge sans superficie aucune! L'analyse qui distingue deux phénomènes liés ne fait pas que leur synthèse ne soit inévitable.

Enfin, voulons-nous chercher les phénomènes simples dans ces sujets éminents du mode représentatif, qu'on appelle *idées générales, formes essentielles de l'entendement, concepts, catégories*, etc.? La thèse n'est soutenable à aucun point de vue. En effet, si les idées générales sont obtenues *par voie de généralisation après expérience préalable,* elles se trouvent relatives, de fait, aux idées particulières dont elles sont des synthèses. Si on les suppose *innées, données à priori* je n'aperçois qu'une différence puérile entre ces deux hypothèses tant débattues), les mêmes relations ne laissent pas de leur incomber; et de quelque façon qu'on se rendre compte de ces dernières, il est constant qu'on ne saurait faire abstraction de toutes

sans supprimer leur sujet commun. Qu'est-ce que l'idée de *grandeur* et dans un autre genre, qu'est-ce que l'idée du *bien* indépendamment des phénomènes, déjà composés, au classement desquels ces idées président? Qu'est-ce que la *cause* à part des faits d'activité et de la conscience appliquée à ces faits? Qu'est-ce que l'*être*, cette idée générale entre toutes, sans les attributs et modes de l'être, en un mot, sans une série de phénomènes?

En rejetant la chose en soi, la substance, nous avons aussi et par là même rejeté l'*un pur*, l'*absolu* et le *simple ;* et toute notre démonstration pouvait se résumer en deux mots qui s'appliquent ici : *Ce n'est jamais qu'en posant des relations qu'on arrive à définir cette chose même qu'ensuite on affirme contradictoirement n'être point relative.*

On vient de voir que la thèse du *relatif* est claire, appliquée aux phénomènes. Si nous envisageons ceux-ci dans l'espace et dans le temps, ils sont relatifs et composés; si nous les prenons dans la pensée, ils peuvent encore se trouver définis par des rapports du même genre, et si enfin nous éloignons ces rapports, il nous reste des idées relatives à d'autres idées, des facultés relatives à d'autres facultés et à des objets divers. Qu'est-ce que penser, sinon, poser des relations; vouloir, désirer, sentir, si ce n'est en faire, en supposer et en être?

Mais tout rapport a ses termes. Si les termes sont composés, sont des rapports, devons-nous donc aller à l'infini de relation en relation? La composition est

circulaire, et, sans jamais nous conduire à l'absolument simple, elle a ses bornes pourtant. L'analyse s'arrête à certaines synthèses irréductibles et, par exemple, à des termes corrélatifs, comme le *multiple* et l'*un*, la *partie* et le *tout*, le *simple* et le *composé* (puisque ces derniers termes eux-mêmes ont un sens clair et acceptable, quand on ne prétend pas les poser hors de la corrélation qui les détermine). Enfin les synthèses premières rayonnent en plusieurs directions, les unes sur les autres et vers les sujets particuliers qu'elles embrassent : le système général de leurs rapports est celui des éléments abstraits de la connaissance. Tout ceci sera développé plus tard.

Il ne faut pas objecter que tout rapport, impliquant des termes, implique par là quelque chose qui n'est point relatif; tout au contraire, les termes ne sont intelligibles que dans leurs rapports. Et il ne faut pas dire que le relatif suppose l'absolu et le démontre, car, l'absolu lui-même, n'est que le corrélatif du relatif. Ces deux termes sont la négation l'un de l'autre et tous deux se conçoivent eu égard à des rapports qu'on peut affirmer ou nier. Abstraits et généraux, ils s'opposent comme l'affirmation et la négation en général, comme l'être et le néant des partisans de la substance. Ceux-ci pensent-ils que l'existence de l'être entraîne l'*existence du néant?*

Je conclus : Les phénomènes sont simples et composés, mais seulement les uns par rapport aux autres; enveloppants et enveloppés mutuellement, ils s'enchaînent et se déroulent, selon de certains ordres; rien

ne nous est donné que par synthèse et rien ne nous est éclairci que par analyse. Je conclus encore : Tout est relatif pour la connaissance. *Tout est relatif*, ce grand mot du scepticisme, ce dernier mot de la philosophie de l'antiquité, est le premier de la méthode, et par conséquent de la science dont il trace la voie hors du domaine des ombres.

C'est pour n'avoir pas connu ce principe ou en avoir manqué l'application que les plus fortes écoles de la Grèce, se sont vues arrêtées par des difficultés très simples. Le génie de l'analyse s'est tourné contre lui-même, et les mêmes hommes qui nous ont laissé des chefs-d'œuvre de dialectique (la philosophie depuis n'a que balbutié) ont épuisé tous leurs efforts contre de ridicules sophismes. Nous qui méprisons les argumentations captieuses au point de les tenir pour réfutées, sans prendre seulement la peine de les étudier, nous oublions trop souvent le principe qui en rend la solution aisée.

§ XVIII.

Définition générale d'une loi de phénomènes : Ordre représentatif.

Ainsi les phénomènes sont multiples, composés, liés, entrelacés ; certains ordres d'enveloppement et de développement les agrégent et les désagrégent, les assemblent en groupes définis et les désassemblent. La relativité des phénomènes est réglée et permanente,

et cela même est un phénomène que l'expérience constate autant qu'elle est consultée, dans toutes les sphères possibles ; un phénomène que l'ensemble de la représentation suppose, car chacun des éléments de la représentation est une relation, c'est-à-dire un ordre ; et ces éléments rapprochés et liés forment de nouvelles relations, des ordres nouveaux de plus en plus complexes, qui ne seraient rien s'ils n'étaient permanents.

Je parle ici d'une permanence apparente, la seule que les phénomènes comportent, et je ne cherche pas à dépasser les phénomènes. Mais précisément comme apparente et comme représentée d'une part fragmentairement, suivant l'expérience, comme représentative de l'autre, d'une manière universelle, la permanence de l'ordre, inséparable de l'ordre lui-même, est un phénomène élevé au-dessus de tous les phénomènes, un *phénomène général* pour ainsi dire.

Phénomène général, ce terme peut sembler bizarre à ceux qui bornent le nom de phénomène aux seules données de l'expérience sensible et divisée ; il s'explique pourtant sans difficulté quand on admet des phénomènes représentatifs au nombre desquels sont les abstractions et les idées de genre. Le phénomène de l'*ordre représentatif* peut très bien alors se qualifier de général : les représentés proprement dits que l'expérience donne, sont toujours particuliers, mais lorsque ceux-ci viennent à la représentation sous une condition d'ordre, l'ordre leur est inhérent et se vérifie en eux, de sorte que leurs synthèses figurent un *ordre représenté* que l'expérience sensible confirme par

tiellement et indéfiniment sans pouvoir le reproduire dans son ensemble. Il en est ainsi de toutes les lois de la nature : en un sens l'expérience les donne et en un autre non.

Tout ordre qu'une relation constitue, s'il est constant ou supposé tel, prend le nom de *loi*. C'est pourquoi *relation* et *loi* sont souvent synonymes. Nous pouvons poser cette définition :

Une loi est un phénomène composé, produit ou reproduit d'une manière constante, et représenté comme un rapport commun des rapports de divers autres phénomènes.

Toute loi est donc une synthèse, toute loi se vérifie par analyse. La synthèse est plus ou moins complexe, en sorte qu'il y a des lois de lois et, pour ainsi dire, des phénomènes de phénomènes.

J'éclaircirai cette définition par des exemples empruntés successivement à l'ordre représentatif et à l'ordre représenté.

L'ordre représentatif tout entier n'est qu'une synthèse de rapports, une synthèse de lois. L'application de cette vérité à des exemples est très facile. Les actes particuliers, les passions, les sentiments actuels, les perceptions, les faits d'imagination, de réminiscence, de jugement, de raisonnement, tous réduits à leur plus simple expression, sont des rapports et ne se définissent que comme tels; et les éléments de ces rapports sont eux-mêmes des rapports, rapports de temps, rapports d'espace, et beaucoup d'autres diversement déterminés, et liés régulièrement dans leurs

genres respectifs. A ce titre, les moindres phénomènes représentatifs manifestent déjà des lois, *des rapports et des rapports communs de phénomènes, reproduits d'une manière constante.*

Si des actes ou impressions, nous passons à ce qu'on appelle des facultés, que seront pour nous la *volonté*, la *sensibilité*, la *mémoire*, l'*entendement*, la *raison*, pour nous qui savons qu'on ne sort pas des phénomènes? Quoi, si ce n'est des phénomènes enveloppant les précédents, des rapports de leurs rapports, des lois de leurs lois? La volonté, par exemple, est l'ensemble des rapports de vouloir, la mémoire, l'ensemble des rapports de souvenir, sous d'autres conditions données que l'expérience fait connaître. Ces deux ensembles se réunissent à d'autres sous une loi commune, la conscience. De telles sommes de faits soit actuels, soit passés, soit même futurs ou possibles composent l'homme intellectuel et moral, qui n'est pas encore tout l'homme. Le dernier rapport et la dernière loi de cet ordre définissent l'un des deux éléments de la représentation dans sa plus haute généralité, en ce qui concerne l'individu humain : j'ai déjà nommé la conscience. Or, la conscience est bien le *phénomène composé, produit ou reproduit d'une manière constante et représenté comme le rapport commun des phénomènes dans l'homme.*

§ XIX.

Suite. — Ordre représenté.

La loi est donc la forme essentielle de la représentation ; représenter c'est rapporter, rapporter c'est le nom du phénomène composé, du phénomène de phénomènes, de la loi.

Ainsi, nul représenté défini n'est sans loi. Définir, en effet, suppose abstraire et généraliser, et les idées générales sont des lois. Que seraient les sciences sans l'emploi du langage et de l'écriture, c'est-à-dire des signes, c'est-à-dire encore de l'abstraction et de la généralisation? On voit que les lois de l'ordre représentatif sont indispensables à la conception d'un ordre représenté, et comment ne le seraient-elle pas, puisqu'elles sont de l'essence de la représentation?

Mais il convient de montrer, par un exemple, comment se groupent les phénomènes donnés par l'expérience, comment se font les lois.

Je tiens une pierre entre deux doigts, je l'abandonne, elle tombe; cette chute est un phénomène déjà complexe, mais relativement simple si je ne l'approfondis point. Je répète plusieurs fois l'expérience et la chute se renouvelle : ce résultat constant devient pour moi l'un de ces phénomènes généraux dont j'ai défini le sens. C'est une loi.

Je soumets à la même épreuve un morceau de fer, une plume, une plante, un animal, etc., etc.: Mêmes

effets. Le phénomène appelé dès lors *gravité* se lie invariablement aux divers ensembles de phénomènes appelés *corps* : la loi se généralise.

Je construis le baromètre et j'apprends que les fluides aériformes sont, à l'égard de la gravité, des corps comme les autres : la loi se généralise encore, grâce à l'intervention du raisonnement qui la rapproche de certaines autres lois connues.

Je prends des corps qui tombent dans l'air avec des vitesses inégales et je les soumets à l'action de la gravité dans un tube, d'où j'ai retiré l'air; je les vois alors sensiblement précipités dans le même temps. Toutes les parties des corps quelconques reçoivent de la gravité la même impulsion, lorsque rien ne fait obstacle à leur chute : autre loi, développement de la précédente.

J'observe la direction de la gravité en divers lieux de la terre et je la trouve partout perpendiculaire à la surface des eaux tranquilles. Les mouvements dus à la pesanteur aboutissent tous au centre du globe que je sais d'ailleurs être à peu près sphérique : nouveau développement de la loi.

Je mesure la vitesse de la chute des graves et je reconnais que le corps qui tombe librement, parcourt un espace trois fois plus grand durant le second temps de sa chute que durant le premier qui lui est égal, et puis cinq fois, sept fois, neuf fois, etc., plus grand durant des temps égaux consécutifs. Les vitesses croissent donc proportionnellement aux temps écoulés, et les espaces parcourus, comptés de l'origine, crois-

sent proportionnellement aux carrés de ces mêmes temps.

Je connais d'ailleurs des lois de figure et de mouvement observées dans les révolutions de certains astres. Je rapproche ces lois de celle de la chute des graves qui modifiée selon les masses et les distances des corps en présence, et étendue au soleil, aux planètes, aux comètes, et par induction jusqu'aux étoiles fixes, devient enfin aussi vaste que la nature.

Ainsi se fait la science, sans quitter les phénomènes, autant du moins que le permet l'expérience et que l'induction peut s'éviter. Quant aux *forces* qu'on fait intervenir dans l'énoncé ordinaire des lois du système du monde, la considération n'en est point indispensable ; on les remplace aisément par leurs effets qui seuls nous sont connus. Au plus haut degré de cette échelle de généralisation des phénomènes, la loi, c'est-à-dire, selon ma définition, *le phénomène constant représenté comme l'ensemble des rapports des autres phénomènes,* peut se formuler de la manière suivante.

Tous les éléments des corps placés à des distances sensibles ont, les uns par rapport aux autres, un mouvement dit de gravitation, qui considéré à part de tout autre mouvement, modifie leurs positions relatives de telle sorte que si deux quelconques d'entre eux existaient seuls, chacun s'avancerait vers l'autre avec une vitesse proportionnelle à la masse de celui-ci, et qui croîtrait continuellement en raison de la décroissance des carrés de leur distance mutuelle.

Il est bon de remarquer que la découverte de ces lois graduellement ramenées à une seule, suppose une double étude des phénomènes : 1° l'observation proprement dite des faits particuliers ; 2° la constatation des rapports généraux des représentés, temps, espace, matière et mouvement, envisagés dans la représentation. Cette dernière étude est l'objet des sciences mathématiques. En outre, on doit faire abstraction des mouvements qui n'appartiennent pas à la gravitation, jusqu'à ce qu'on arrive à la connaissance d'une loi plus vaste, enveloppant avec les phénomènes de la pesanteur, d'autres phénomènes encore. Jusque-là l'expérience vérifie sans doute la loi, mais modifiée selon les cas, et seulement dans la mesure où les abstractions faites pour la poser le permettent.

Si d'autres exemples étaient nécessaires pour éclaircir le sens du mot *loi* dans l'ordre représenté, il serait aisé de montrer que les théories de l'électricité, de la chaleur, de la lumière, celle des combinaisons chimiques et des proportions quantitatives des éléments combinés, celles de la biologie enfin, n'ont d'autre objet positif que de rapprocher et de grouper divers ordres de phénomènes, de manière à obtenir dans chaque sphère distincte, l'énoncé du phénomène qui embrasse, sous un point de vue, les rapports de tous les autres.

§ XX.

Définition du sujet et de l'attribut. Définition générale de la fonction.

Lorsque des groupes de phénomènes sont définis, c'est-à-dire établis dans une relation déterminée entre eux, ils deviennent, considérés dans leur circonscription mutuelle, ce qu'on appelle un *sujet* et un *attribut*. Ces termes sont corrélatifs et doivent s'entendre ainsi : le phénomène constitué en synthèse régulière, est dit le sujet de ses composants quelconques, et ceux-ci réciproquement sont dits les *attributs* de leur composé. Le sujet une fois formé reçoit les phénomènes nouveaux qu'on peut avoir à lui rapporter accidentellement, ou dont il n'est pas la synthèse constante ; ces derniers se nomment des *modes* ou des *accidents*. Les exemples seraient superflus sans doute.

Comment les modes et attributs prennent aussi le nom de *qualités;* en quoi les qualités sont genres, espèces, différences ; et ce que c'est qu'une propriété ; et de quelle manière un sujet se transforme en attribut, ou un attribut en sujet, c'est ce que j'exposerai plus tard. Ici les définitions les plus générales me suffisent.

Ces définitions, purement logiques et grammaticales, renferment tout ce qui peut subsister pour nous de l'ancien dogme de la substance. Le langage constitue des sujets à volonté, et souvent la science fait comme le langage. Entre le sujet et l'attribut, la composition offre un double sens : chacun des deux

peut figurer comme un groupe auquel un autre groupe se rapporte, mais non de même. Le groupe attribut, convenablement analysé, présente, en général, un nombre de choses diverses parmi lesquelles est le groupe sujet ; celui-ci, analysé sous un autre aspect, est une chose dont la composition admet, avec d'autres relations, la relation commune afférente à toutes les parties du premier. Exemple *la vertu est aimable :* La vertu fait partie des aimables dans une acception, et, dans l'autre, c'est l'aimable qui fait partie de la vertu (Voy. § xxxiii.)

Entre plusieurs phénomènes liés on peut en distinguer un comme attribut de l'ensemble des autres, auquel ensemble on conserve le nom qu'il portait avant que la séparation se fît. On dira, par exemple, que la résistance est une propriété de la matière, l'étendue de même; qu'est-ce pourtant que la matière, abstraction faite de ces propriétés? On appellera l'imagination, la raison, etc., des facultés (propriétés ou attributs) de l'esprit; mais on ne connaît cet esprit dont on parle que comme une synthèse de ces mêmes facultés, ou des phénomènes enveloppés sous leur nom. Ainsi un phénomène quelconque a pour sujet logique le composé dont il fait partie. Cet arbitraire est levé par la connaissance des lois quand elle est assez avancée pour que l'ordre des phénomènes à un point de vue donné soit invariablement fixé.

Nous avons donné le nom de *loi* à tout phénomène enveloppant les rapports de plusieurs autres. Nous envisagions ainsi les relations en elles-mêmes et pour

ainsi dire à l'état d'immobilité. Il y a cependant un autre point de vue. Les mathématiques ont consacré le terme précieux de *fonction* aux lois qui lient les phénomènes, objets de leur étude, en tant que certains des rapports embrassés par ces lois sont variables, et que les uns varient et se déterminent en raison de la variation et de la détermination des autres. Or, les lois de la quantité abstraite ne sont pas les seules à présenter ce caractère ; les relations de qualité ou de force, les relations soit logiques soit causales, le présentent au plus haut degré. Il est donc permis, et il est aisé d'étendre à tous les phénomènes et à tous les rapports cette conception mathématique, et de transporter le mot *fonction* dans le domaine général des sciences.

On parle quelquefois des *fonctions physiologiques*, des *fonctions intellectuelles;* on dit, si je ne me trompe, *fonction de circulation*, *fonction de respiration*, et l'on a dit *fonction de la sensibilité*, *fonction de l'entendement*. Que signifient ces expressions, si ce n'est une détermination constante de certains phénomènes à la suite de la détermination de certains autres, et cela conformément à une loi particulière à chaque ordre et que l'expérience fait connaître? C'est dans ce même sens que nous dirons *fonction de la mémoire*, *fonction de la volonté ;* que nous dirons aussi *fonction de la matière;* et s'il s'agissait spécialement de physique, en admettant que cette science pût se borner enfin à l'étude des phénomènes et se passer d'hypothèses, nous oserions proposer une *fonction de*

l'électricité, une *fonction de la lumière*, etc., etc.

Toutefois, on doit faire une distinction importante entre la fonction, au sens mathématique du mot, et la fonction généralisée telle que nous l'entendons ici. Les relations qui appartiennent à la science de la quantité et de sa mesure sont toujours dans le fond des relations numériques : elles sont exprimées par des équations entre des quantités évaluées, ou rapportées à leurs unités respectives, c'est-à-dire entre des nombres. Il suit de là, que la détermination des phénomènes les uns par les autres dans ces sortes de fonctions se définit toujours numériquement, et c'est ce qui ne peut avoir lieu lorsque la nature des relations que l'on envisage exclut toute évaluation exacte au moyen d'une unité. Nous devrons donc borner strictement l'emploi du mot *fonction* à la signification générale du *phénomène loi* dans les deux cas suivants :

1° Le cas d'un phénomène représenté, en tant que produit, reproduit, ou persistant, mais diversement modifié selon ses rapports avec une multitude d'autres phénomènes que l'observation et l'expérience font reconnaître comme liés avec le premier. Telles sont les fonctions physiques, chimiques et physiologiques.

2° Le cas d'un phénomène représentatif, en tant que produit, reproduit ou persistant, mais diversement modifié selon ses rapports avec d'autres phénomènes de même ordre ou d'ordre différent. Les fonctions intellectuelles, actives et affectives, sont comprises dans cette catégorie. Mais les fonctions actives susci-

tent un grand problème que j'aborderai en son lieu.

L'espace et le temps sont des fonctions générales de tous les phénomènes en tant que sujets à des lois de quantité. C'est par l'intermédiaire de ces fonctions que certaines autres peuvent se présenter, sous un point de vue, comme des fonctions mathématiques : la physique et la chimie, mais surtout la mécanique et l'astronomie en offrent de continuels exemples.

Il y a des fonctions essentiellement dépendantes les unes des autres : la mémoire et le temps, l'imagination et l'espace; toutes les facultés supposent la conscience qui, elle-même, n'est rien sans la mémoire, etc., etc.

On pourrait appeler la conscience une *fonction de fonctions* de tous les phénomènes représentatifs, et la nature une *fonction de fonctions* de tous les phénomènes représentés. Ces deux grandes fonctions sont corrélatives et leur corrélation générale se vérifie à tous les degrés de l'échelle : c'est ainsi que les mouvements réglés de l'air et de l'éther (si ce dernier existe) ont une relation constante avec les sensations de l'ouïe et de la vue, avec les sons et les couleurs.

§ XXI.

Définition de l'être et des êtres.

J'ai posé des phénomènes, des lois et des fonctions de phénomènes. J'ai réduit toute la connaissance à ces termes. Mais la substance bannie, il reste l'*être*

dont on peut me parler, et dont je parle moi-même comme tout le monde. En quel sens devons-nous poser l'être et les êtres? La réponse à cette demande sera l'objet d'une déduction des principes que j'ai établis.

Acceptons pour un moment la signification confuse du mot dont nous nous occupons, et, dans cette donnée, essayons successivement deux hypothèses :

1° *Qu'il y ait être et qu'il n'y ait pas loi dans les choses :* Avec toute loi, tout rapport disparaît ; avec tout rapport toute chose, puisqu'il n'y en a que de relatives, au moins pour la connaissance; il ne nous reste donc que *l'être irreprésentable*, c'est-à-dire rien. L'être n'est rien.

2° *Qu'il y ait loi et qu'il n'y ait pas être dans les choses :* La loi amène les rapports; les rapports représentent les choses; avec les choses, la possibilité, la nécessité d'appliquer le mot *être* se fait sentir; la loi elle-même *est*, les rapports et les termes de ces rapports *sont*, faute de quoi la loi demeure comme suspendue, inapplicable, la loi n'est rien.

Chacune de ces hypothèses est en elle-même contradictoire, d'où il suit qu'*être sans loi* et *loi sans être* sont des mots dénués de sens.

Pour éviter l'*être sans loi*, nous devons dire que l'*être* dénomme les phénomènes en tant que relatifs, et sert de signe à tous les rapports sans exception. Ce mot exprime l'idée de rapport dans sa plus entière généralité. C'est de quoi la langue fait foi, comme nous le verrons.

Et pour éviter la *loi sans être*, il faut ajouter que

l'*être* s'applique absolument à ces mêmes rapports et à leurs termes, c'est-à-dire à tous les phénomènes que peut distinguer l'analyse, en tant qu'ils *apparaissent, existent, se posent, viennent d'une manière quelconque à la représentation.*

L'être semble donc avoir un sens absolu aussi bien qu'un sens relatif; mais le premier séparé du second est entièrement vain, ce qui nous a permis d'affirmer ailleurs que *tout est relatif.* En effet :

L'absolu est en quelque sorte donné dans le phénomène en tant que simplement présent, ou posé; mais, aussitôt que posé, le phénomène apparaît dans une relation qui peut bien n'être pas *telle ou telle*, mais qui est nécessairement *quelque.* Ainsi le phénomène est, et l'absolu disparaît; ou l'absolu est et reste, et le phénomène n'est plus, et rien n'est. On dira donc *absolument* d'une pierre, d'un homme, d'une idée, etc., qu'*ils sont*, mais en même temps on supposera *ce qu'ils sont*, sous peine *absolument* de ne rien dire. On dira absolument *je suis*, et l'on pensera *je suis homme,* ou *je suis esprit*, ou *je suis corps,* etc.; car de cela seul qu'on dit : *telle chose est*, on se représente certaines déterminations attributives dont *cette chose* figure le sujet. Enfin, si l'on dit *absolument*, mais avec une généralité sans limite cette fois, *le phénomène est, l'être est,* on énoncera une proposition absolue, sans doute, et qui paraît avoir un sens, puisqu'elle exprime la représentation de toutes les représentations (*quelque chose existe*); et pourtant, ici comme partout, on est en droit de demander de *ce qui est:*

Qu'est-il? et la seule réponse possible en ce cas : *l'être est l'être* ne sera que l'abstraction de toutes les relations.

La proposition *l'être est*, qui ne va pas au delà d'elle-même, vide en tant que jugement, équivaut à l'exclamation être! représentation! phénomène! Elle énonce le grand mystère que nulle représentation n'a pénétré et ne pénétrera; mais ce mystère même, si l'être n'était pas déterminé, si les relations n'étaient pas, se poserait-il?

La proposition *l'être est l'être*, dont les termes demeurent indéterminés, est l'énoncé du rapport abstrait et général, le phénomène universel de la relation, la forme suprême de toute représentativité; mais elle est vide aussi, en tant que jugement. La même proposition, lorsque l'*être* est déterminé, mais le même de part et d'autre, est l'identité, ce rapport du même au même dont la stérilité est connue. Enfin, quand l'*être* déterminé est différent des deux parts, nous avons la relation intelligible et féconde, la relation d'un phénomène à un autre phénomène, et nous sommes ramenés au sens relatif de l'être, le seul dont il soit affecté dans les représentations déterminées.

L'être est donc *un mot*, *un signe*, *exprimant relation entre des phénomènes*. C'est ainsi que la grammaire l'envisage. Grammaticalement *être* énonce toutes les relations possibles, et de là vient qu'il peut suppléer tous les verbes, si un attribut l'accompagne. Réciproquement, et sauf l'usage qui est arbitraire, on

supprimerait sans inconvénient l'*être* dans toutes les propositions, en y substituant des verbes connus ou faciles à forger. Et en effet, les langues varient sur ce point, et ce que l'une interdit, l'autre le permet. On dit donc indifféremment, avec ce signe unique et pour les rapports les plus divers : *la neige est blanche, il est aimé, l'homme est menteur*, etc., et l'on peut dire à volonté : *les corps pèsent* ou *les corps sont pesants, je crois* ou *je suis croyant, amor* ou *je suis aimé*, etc., etc. On a enseigné à tort que le verbe *être* était essentiel et devait être sous-entendu dans tous les autres, car pourquoi ces derniers ne suffiraient-ils pas pour exprimer des relations particulières sans que l'existence générale de la relation soit posée par l'intervention de la copule? Toute la différence est là. Chaque verbe énonce un rapport déterminé, et la copule *est* énonce le rapport en général, sous cette forme qui est celle de tout élément du discours dans notre langue et qui ne laisse pas de sembler un peu bizarre : *un phénomène est un autre phénomène*. La bizarrerie ne disparaît que devant une bonne définition de l'*être*.

En résumé, *être* est le nom vulgaire du *rapport*, et s'il est aussi le nom du *phénomène*, c'est qu'il n'y a ni phénomène sans rapport, ni rapport sans phénomène. C'est un fait éminemment digne d'attention que l'emploi nécessaire d'un signe unique pour exprimer le relatif et pour exprimer l'absolu. Quelle preuve plus concluante voudrait-on de cette vérité que le relatif et l'absolu, comme le multiple et l'un, le com-

posé et le simple, sont des termes inintelligibles l'un sans l'autre?

Mais le langage ne se sert pas seulement de l'*être*, il mentionne aussi *des êtres*, et en particulier *tels ou tels êtres*. Le sens et la valeur du mot *être* employé de la sorte est un nouveau problème qui se présente à nous.

Je dirais simplement que *les êtres* sont de *certains ensembles de phénomènes liés par des fonctions déterminées*, que d'après toutes les considérations précédentes je devrais être compris; mais il sera bon de spécifier davantage, afin de rendre palpable la pensée qui exige l'application d'un nom particulier aux principales fonctions que l'expérience fait connaître.

§ XXII.

Des êtres quant aux phénomènes matériels.

Parmi les objets qui sont ordinairement qualifiés d'*êtres*, je ne m'arrêterai ici qu'à ceux du domaine de l'expérience, *êtres inanimés, êtres vivants, êtres pensants;* les autres se composent par analogie sur le modèle des premiers, et se forment de parties qui en sont extraites (ex : les *anges*, les *démons*, les *dieux*), ou, comme *Dieu* et la *Matière* en général, appartiennent aux systèmes plutôt qu'à la raison commune de l'humanité.

J'appelle *phénomènes matériels*, les phénomènes représentés, en tant que liés invariablement à des

phénomènes représentatifs de l'ordre de la sensation. Cela posé, les corps sont pour moi des *fonctions distinctes de phénomènes matériels.*

Les physiciens ont coutume de définir le corps *ce qui affecte nos sens*, ou encore, *ce qui produit la sensation*. Mais, ce qui affecte immédiatement nos sens, c'est la couleur, l'odeur, la saveur, le son, la chaleur, la résistance; sont-ce là des corps? Ces qualités nous sont présentes aussi dans l'hallucination et dans le rêve. D'autre part, *ce* qui *produit* la sensation participe de la vanité de la *substance* et de l'obscurité de la *cause*. Un savant doit-il entendre de quelque chose d'inappréciable et de latent, d'une véritable qualité occulte, le nom commun de ce qu'il y a au monde de plus vulgaire et de plus connu? Mais les physiciens, il faut bien le dire, définissent ici par manière d'acquit et ne réfléchissent guère à ces sortes de choses. Ils méprisent la métaphysique et sont métaphysiciens sans le savoir.

Développons notre définition :

1° Comme représentés généralement, les corps sont des fonctions de l'espace et du temps, conditions d'existence de tous les phénomènes; et ces fonctions sont mathématiques, c'est-à-dire, exactement mesurables et traductibles en équations. C'est à ce titre qu'appartiennent aux corps les *propriétés générales* suivantes : *étendue*, *figure*, *divisibilité*, *mobilité*, qui leur sont communes à tous et en sont inséparables. On y joint l'*inertie*, c'est-à-dire, l'indifférence au repos et au mouvement; mais il faut alors faire

abstraction des principaux éléments des fonctions matérielles autres que ceux que je viens de nommer. C'est le point de vue propre de la mécanique, applicable seulement, en toute rigueur, à des corps de convention.

2° Les phénomènes matériels, comme relatifs à la sensation d'une manière générale, et plus particulièrement à celle du tact, et venant ainsi tomber sous l'expérience, voient leurs fonctions déjà nommées, se diviser en se différenciant les uns des autres. De nouvelles propriétés générales, mais susceptibles de degrés, apparaissent : la *porosité*, la *compressibilité*, l'*élasticité*, la *résistance;* il faut y joindre les trois états, phénomènes généraux qu'un seul et même corps (*même* à d'autres égards), présente en divers temps, et que tous probablement peuvent présenter : *gazéité*, *liquidité*, *solidité*. Jusque-là, les corps ne se classaient que suivant des lois de temps et de lieu; maintenant les fonctions qui les constituent se spécifient davantage.

(Je ne mentionne pas l'impénétrabilité, cette propriété absolue, chimère des anciens atomistes. Je me tiens dans les limites de l'expérience et des sens, et je parle des corps, non d'une matière que personne n'a touchée. Or, l'impénétrabilité relative au tact se nomme *résistance*, et la résistance varie.)

3° Aux fonctions ainsi définies s'ajoute, sans exception vérifiée, la *pesanteur* dont j'ai indiqué ailleurs la nature. Les notions de *poids*, *masse* et *densité* s'y rattachent. Il est clair que l'inertie disparaît quand

la pesanteur est posée, comme déjà ci-dessus quand l'est la résistance.

4° Les propriétés physiques spéciales sont des fonctions qui se développent relativement à divers organes des sens et sous des conditions qu'enseigne l'expérience. Les corps se présentent alors comme chauds, colorés, électriques, etc.; et la *chaleur*, la *lumière*, l'*électricité*, etc., dénomment les ensembles de phénomènes de chaque ordre, abstraction faite des autres, et groupés sous des lois propres plus ou moins étendues que la métaphysique soi-disant physique a personnalisés, comme de coutume, sous les noms d'*agents* et de *substances inpondérables*. Il serait inutile d'énumérer les propriétés secondaires qui se rapportent à celles-ci : *opacité, réfrangibilité, conductibilité*, etc.

5° Enfin, la distinction et la classification des corps inorganisés, commencées par la connaissance des fonctions mécaniques, continuées par celle des fonctions physiques soit générales, soit spéciales, s'achèvent par celle des fonctions chimiques. Le fait fondamental de cette catégorie consiste dans la *transformation* des corps en présence les uns des autres, sous des circonstances données; il y a, pour ainsi dire, un passage de certaines *habitudes* à certaines autres *habitudes de phénomènes*, et cela par des phénomènes intermédiaires. Les *combinaisons* et leurs modes de s'effectuer, leurs proportions quantitatives, enfin les états physiques qui s'ensuivent, sont des lois dont la spécification des corps résulte d'autant mieux que ceux-ci semblent se détruire ou se créer aux yeux de l'obser-

vateur. La chimie est donc l'étude des changements de fonctions des phénomènes matériels, et comme l'objet de cette science est tout entier dans les corps, il faut reconnaître en ceux-ci des éléments de devenir et un principe d'activité, mais soumis à des lois constantes.

L'énumération qui précède, tout imparfaite qu'elle est, fait ressortir du groupe des phénomènes appelés corps plusieurs groupes distincts, qui subsistent en vertu de lois particulières, se rattachent les uns aux autres par des lois plus étendues, et tous ensemble dépendent de quelques lois générales que l'expérience révèle et des lois mathématiques de l'étendue et du mouvement.

Cette même énumération une fois terminée, les fonctions classées et définies en ce qui les distingue et en ce qui les lie, la définition du corps se trouverait aussi obtenue. Mais comment mener à fin une telle œuvre ? Aux physiciens de la poursuivre. La définition exacte et du corps et des corps est donc le but de la science, tant s'en faut qu'elle puisse en être le principe.

Je conclus, pour revenir au problème de ce chapitre, que la notion commune d'*être*, cherchée et vérifiée dans les corps, s'applique à divers ensembles de phénomènes et de fonctions, dont chacun de nous forme aisément de grossières synthèses, et dont l'analyse est du fait de la science infatigable et progressive.

Celui qui doute qu'une synthèse ainsi formée suffise à nos représentations habituelles est libre de continuer

cette poursuite de la substance que les Indiens et les Grecs commencèrent il y a deux ou trois mille ans. Mais, auparavant qu'il réponde : Pourquoi les philosophes n'ont-ils jamais pu définir à la satisfaction générale une chose que d'après eux tout le monde connaît parfaitement, la matière ? Aussitôt qu'un homme entreprend de creuser l'*être*, et, quittant les phénomènes et leurs lois sensibles, vise à l'absolu, le voilà philosophe, il n'est plus du vulgaire. Mais le plaisant c'est que de ce moment date sa prétention à faire accepter pour une donnée universelle de l'esprit ce que lui-même ignorait naguère, que d'autres contestent, que la plupart ne comprennent pas et qu'il pourrait bien à son tour refuser de comprendre demain. *Point d'opinion que quelque philosophe n'ait une fois soutenue*, disait un ancien ; ajoutons : *et que quelque philosophe n'ait une fois abandonnée*.

Ainsi le sens commun, ou plutôt sa vivante manifestation, le peuple, affirme sous le nom d'*être* attribué aux corps les fonctions diverses qu'une expérience journalière nous apprend à distinguer et à classer en les extrayant du vaste ensemble des phénomènes. Il n'importe que les définitions savantes soient incomplètes, l'observation vulgaire peu précise. Celle-ci suffit pour que chacun reconnaisse dans les phénomènes matériels une parfaite régularité de production et d'enchaînement, des caractères constants, des rapports fixes. C'est par là que des groupes naturellement formés tombent sous les sens ; c'est à cela que le peuple

attache l'*existence des corps*, et ce que nous avons appelé *fonctions* n'est pas autre chose.

§ XXIII.

Des êtres quant aux phénomènes vitaux.

Passons aux phénomènes de l'organisation et de la vie et considérons ces ensembles animés qu'on appelle plus particulièrement des *êtres*.

Les fonctions mécaniques, physiques et chimiques par lesquelles nous avons vu se constituer les corps les plus simples, les corps proprement dits, se conservent dans les corps vivants ; seulement de nouvelles fonctions s'ajoutent alors aux premières, et en partie les modifient : c'est un fait constant et dont l'interprétation seule peut varier.

Les phénomènes généraux de la vie consistent en ceci : que certains corps joignent incessamment à leur propre composition quelques parties des corps environnants et se défont de quelques-unes de leurs propres parties. De là les fonctions d'*absorption*, d'*assimilation*, d'*exhalation* et de *développement*. En outre les corps vivants se reproduisent ; l'expérience constate que, en général, ils proviennent de parents et sont précédés par des germes. Cette fonction de *génération* met le sceau à la distinction profonde des corps vivants et de tous les autres. Ce sont encore là des faits.

Le mouvement propre aux corps vivants et l'accroissement plus ou moins durable qui en est la suite exigent une condition en quelque sorte constitutionnelle

pour leurs fonctions élémentaires : c'est l'*organisation*. Tous ces corps sont formés d'un ensemble de réseaux et de mailles, de tissus et de lames solides. Des liquides ou des gaz s'exhalent de ces tissus flexibles et dilatables ; d'autres les parcourent tandis que les parties solides éprouvent une série de contractions.

A la suite de ces fonctions générales il s'en présente de particulières qui divisent les corps vivants en deux classes. La *nutrition* et la *génération* étaient communes aux végétaux et aux animaux ; la *sensibilité* et la *locomotion spontanée* sont propres à ces derniers. L'exercice de ces deux nouvelles fonctions n'a lieu d'ailleurs qu'à la condition de modifications dans le plan de l'organisation, et nous voyons apparaître alors la *cavité intestinale*, les *systèmes musculaire et nerveux*, l'appareil de la *circulation* et celui de la *respiration*. Le système nerveux comprend ici les organes des sens.

Ces nouvelles fonctions physiologiques se joignent donc aux premières dont j'ai donné l'énoncé sommaire, et toutes ensemble complètent l'aperçu général des phénomènes de la vie. A ce propos on est forcé de remarquer que la sensibilité et le déplacement spontané, outre leur rapport aux fonctions mécaniques et physiques, impliquent aussi des fonctions représentatives. Cependant j'envisagerai celles-ci à part de toutes les autres. Il est incontestable que parcourant de bas en haut, comme de haut en bas, l'échelle des phénomènes, on trouve toutes les lois liées; mais il ne suffit pas d'unir, il faut encore distinguer, sous peine de donner, au lieu d'une classification naturelle et logique,

de vaines théories fondées sur des affirmations inintelligibles. Je me borne donc dans ce chapitre à la considération des fonctions organiques.

L'histoire naturelle, la physiologie générale ou comparée, et toutes les sciences qui s'y rattachent ont pour objet l'étude de ces fonctions, soit en elles-mêmes, soit dans leurs rapports les unes avec les autres et avec celles que définissent la mécanique, la physique et la chimie, soit enfin quant à l'ordre en quelque sorte historique suivant lequel elles se manifestent. Cette étude est immense et sujette à de grandes difficultés. La complexité des phénomènes de tant de sortes, dont les liens les plus élémentaires sont quelquefois ignorés, paraîtra surtout un sérieux obstacle à quiconque sait comment les sciences mathématiques se trouvent arrêtées dans le domaine de la physique pure, où leur application est tout à fait rationnelle, désirable, indispensable peut-être, et cela par suite du défaut de simplicité des problèmes. Et en effet le calcul lui-même, hors les cas les plus simples, est impuissant pour *intégrer*; cependant l'intégration seule, jusqu'ici, promet de notables ressources pour la détermination des lois les plus générales de la nature.

Mais une connaissance si vaste n'est pas nécessaire pour l'établissement des principes de la méthode. Je marche sûrement à mon but au milieu de l'ignorance et en la reconnaissant.

De quoi s'agit-il? de définir l'*être*. Je l'ai défini dans les corps en l'envisageant comme une synthèse grossière des phénomènes matériels, synthèse que tout le monde

fait et qui suffit à chacun. Je le définirai de même dans les corps vivants ; je l'appellerai une *synthèse grossière des fonctions organiques, dans laquelle reparaissent les fonctions matérielles plus ou moins modifiées, liées aux premières par des lois connues ou à connaître.*

Cette synthèse, mais exacte, la science travaille à la constituer, après analyse préalable, fonction par fonction, groupe par groupe, et en totalité s'il se peut. Nous tous, cependant, nous donnons le nom d'*être* aux ensembles distincts de phénomènes et de fonctions apparentes que la botanique, la zoologie, l'anatomie, la physiologie s'attachent à déterminer avec plus de précision. La synthèse est faite avant la science, elle est sous nos yeux, elle est un phénomène. C'est pourquoi la raison commune l'affirme et la nomme sans attendre que la raison scientifique la définisse.

En appelant les corps organisés des *êtres*, nous sommes pénétrés de ce même sentiment de l'ordre qui nous anime, ai-je dit, lorsque nous considérons dans les corps bruts les lois dont ils sont des concrétions sensibles. Et l'ordre vivant nous saisit d'autant plus que sous une grande simplicité apparente il enveloppe des rapports plus complexes. Mais ces nouvelles lois si merveilleuses semblent manquer de fixité, de sorte qu'un des caractères les plus frappants de l'*être*, par opposition au *phénomène*, nous abandonne ici. Je veux dire que la plupart des fonctions inorganiques se perpétuent indéfiniment dans les mêmes groupes, moyennant certaines conditions de stabilité qui sont

même assez communes ; d'ailleurs le corps, décomposé ou combiné, subsiste et peut toujours se régénérer : dans le cercle de l'analyse et de la synthèse il n'est rien qui ne se retrouve. Au contraire, que voyons-nous dans les corps vivants ? Des assemblages dont l'accroissement mène à la dissolution. La vie a pour fin la mort, et la nature du composé dissous, dans ce cas, se prête mal à l'idée d'une recomposition future. L'animal meurt et non pas l'hydrogène.

Nous nous demanderons plus tard, et après avoir défini l'être quant aux phénomènes représentatifs, ce que nous devons penser de cette apparente anomalie dans la constitution des plus hautes fonctions. Au point de vue borné où je me tiens ici, qu'il me suffise de remarquer que la permanence, caractère reconnu des fonctions inorganiques, ne semble faire défaut dans les fonctions organiques qu'autant que celles-ci sont prises individuellement. Elle reparaît au contraire, aussi marquée que jamais dans les fonctions d'espèce ou de race, qui sont les *êtres* véritables pour la science, et en tant que nous ne dépassons point l'observation.

Le progrès dans l'*être*, c'est-à-dire dans la loi d'union et de distinction des phénomènes, se fait admirablement sentir au passage des phénomènes matériels aux phénomènes vitaux. D'une part, en effet, les fonctions deviennent de plus en plus complexes, puisque les supérieures impliquent toujours les inférieures ; de l'autre les individualités se caractérisent, et ce dernier point est capital, car un ensemble de phénomènes auquel la dénomination d'*être* s'applique le plus volon-

tiers est toujours celui dont la distinction est le plus saisissante. Or, les végétaux plus que les simples corps, les animaux plus que les végétaux se font remarquer par la séparation profonde des fonctions qui les constituent, d'avec toutes les autres. Les derniers des *êtres* sont des parties distinctes de certains touts, et sensiblement régis par des lois externes ; les premiers sont des touts distincts qui portent en eux leurs lois propres et fondamentales.

§ XXIV.

Des êtres quant aux phénomènes représentatifs.

Les corps, c'est-à-dire les fonctions tant organiques qu'inorganiques composent la série des phénomènes représentés. Mais ils ne sont connus que par la représentation et en elle. De là vient que l'élément représentatif est toujours et partout uni à l'élément représenté. On s'explique ainsi ce qu'on ne saurait autrement comprendre, l'existence de deux faits constants et incompatibles : La raison populaire d'un côté qui prend pour de simples représentés les qualités sensibles : sons, couleurs, etc.; la raison scientifique de l'autre qui, invariablement depuis deux siècles, regarde les sensations comme purement représentatives et confine les représentés dans ces phénomènes du mouvement (ondulations de l'air ou de l'éther) rattachés à nos perceptions par une corrélation constante.

Le représenté implique donc le représentatif. Réciproquement le représentatif implique le représenté :

il n'y a sensation, pensée, affection, volonté que s'il y a corps, et particulièrement corps organisé, et les notions d'espace et de temps sont formellement essentielles à toutes les représentations possibles. De même que les fonctions organiques supposent les fonctions inorganiques, et sous un rapport les enveloppent tandis que sous un autre elles sont enveloppées par elles, ainsi les fonctions représentatives supposent les fonctions représentées de tout ordre, les embrassent et en sont embrassées. Les faits sont tels.

Donc, et pour procéder comme j'ai fait jusqu'ici, je dois définir les fonctions représentatives dans leur intime union avec les fonctions représentées, et me trouver conduit à envisager l'*être* le plus accompli dans la plus complexe des fonctions, dans celle qui forme le groupe de toutes les fonctions générales connues. C'est le cas de l'homme.

La définition spéciale et le classement des fonctions représentatives sont moins avancés encore que ceux des fonctions représentées. A peine avons-nous de misérables fragments de l'histoire naturelle de...., le mot même nous manque; car, pourquoi dirais-je de l'*entendement* ou de la *raison*, plutôt que de l'*instinct*, plutôt que des *affections*, plutôt que de la *volonté* et de la *force?* C'est de la *représentation* que je dirai, mais *en tant que représentative*, si je m'en réfère aux termes que j'ai adoptés.

La raison de cet état si imparfait de la science de l'élément représentatif est profonde. Il s'agit de construire cela même qui sert à construire tout. Les uns

se sont aidés de l'arbitraire métaphysique et de son cortége d'hypothèses. Les autres ont essayé de l'observation et de l'expérience, sans songer que toutes les conditions de la méthode sont changées lorsque l'objet étudié est identique avec le sujet qui étudie.

Appuyons-nous provisoirement, comme ci-dessus, sur une synthèse grossière. Qui n'est accoutumé à la faire, cette synthèse, et à s'en contenter? Mettons en bloc la sensation, la mémoire, l'instinct, le jugement, le raisonnement, la volonté, le désir, etc. Joignons-y leurs rapports aux fonctions représentées; joignons-y ces fonctions elles-mêmes déjà concrétées dans des corps organisés, et telles que chacun les sait, et nous obtiendrons ce que chacun aussi conçoit comme l'*être* en son plein accomplissement quant à l'expérience.

S'il s'agit des animaux, nous modifierons plus ou moins gravement les fonctions organiques, nous abaisserons les affections et les appétits, nous substituerons en grande partie et selon le degré de l'animalité où nous voudrons nous arrêter, l'instinct au jugement, la force aveugle à la volonté qui délibère : l'instinct, c'est-à-dire une certaine représentation uniforme et constante qui tient lieu de comparaison et de choix.

L'individualité, caractère déjà marqué des fonctions organiques, va s'étendant et s'élevant de plus en plus dans cette synthèse de l'être organisé, animé, pensant. Elle paraît à sa plus haute expression connue dans l'homme où elle devient conscience et personnalité.

L'homme est donc au milieu de l'ordre total un ordre aussi distinct et complet que le permet l'exis-

J'avoue, ou plutôt j'aime à constater que le peuple a toujours cru en quelque chose de plus que les simples phénomènes, car il a toujours posé la persistance et la permanence des *êtres*, tandis que les simples phénomènes sont variables et passagers. Mais je nie que le principe du *persister* soit, dans sa pensée, celui du *subsister pur*, de ce *quelque chose sous les phénomènes*, inapparent, immanifesté, en soi, que les philosophes entendent. Si vous en doutez, parlez-lui du substratum, des formes et des monades; essayez de lui expliquer ce que vous ne comprenez pas vous-même, le grand sujet de deux mille ans d'élucubrations logomachiques !

Les phénomènes considérés avec leurs lois, dans leurs fonctions, présentent le double caractère de persistance et de changement, de permanence et de développement ordonné que le sens commun reconnaît aux êtres. La fonction, on peut l'affirmer avec une entière bonne foi philosophique, n'est que le nom savant de l'être, au sens le plus vulgaire d'ailleurs, pourvu qu'en la posant on s'abstienne de borner systématiquement l'ordre du monde aux seuls fragments de lois que l'expérience actuelle nous apprend. Il y a pour cela deux conditions à remplir; je me contente ici de les indiquer.

Gardons-nous de l'hypothèse d'une division absolue entre les grandes fonctions unies dans l'être. Distinguer n'est pas séparer. Notre méthode admet des lois distinctes, elle n'admet ni l'*esprit* pur, ni la pure *matière* et le peuple ne les a jamais compris. Il est

vrai qu'il croit aux *âmes*, mais comment? Il les imagine, il leur donne un corps, léger, inaltérable si l'on veut, mais enfin un corps. En se représentant l'âme corporelle et le corps animé, il proteste contre les chimériques essences des métaphysiciens et ne suppose rien d'incompatible avec le système des phénomènes et des lois. Il n'y a point d'absurdité à accepter comme possibles d'autres êtres que ceux qui sont actuellement manifestés pour nos sens.

Ensuite, nous avons à repousser le dogmatisme négatif et toutes les tentatives d'un prétendu savoir pour limiter les fonctions individuelles à leurs évolutions présentes. La conclusion de la *mort* à l'*anéantissement* n'est pas légitime, et le peuple en donnant à la permanence des âmes une portée ultérieure, indéfinie, a bien pu outre-passer les données actuelles de la science, il ne les a pas contredites.

§ XXV.

Définition de la science et des sciences.

L'être est donc, pour la connaissance, une agglomération réglée de phénomènes de tout ordre, et chaque être est une fonction distincte en rapport avec d'autres fonctions. Certaines lois constituent la fonction pour elle-même, en sont le lien propre et intérieur; certaines autres, plus générales que les premières, président aux communications. Par exemple, la conscience, la mémoire et les autres *facultés* d'une part, et de l'autre, les organes, composent la fonction humaine

tant représentative que représentée; puis les organes et les facultés plongent respectivement dans des ordres plus vastes (qui sont les lois dites de la *matière* et les lois dites de la *pensée*), où s'établissent les communications des fonctions diverses. Enfin, ces ordres eux-mêmes se montrent constamment et régulièrement corrélatifs, intimement associés, pénétrés mutuellement et à fond dans la représentation, dans laquelle seule ils sont donnés.

Toutes ces lois viennent à la connaissance en synthèses confuses; ou plutôt la représentation de ces lois plus ou moins vagues, plus ou moins imparfaitement classées, constitue la connaissance même, que chacun de nous apporte en germe et développe dans le cours de l'expérience.

Le passage de la *connaissance* à la *science* est le résultat de l'analyse. *Connaître*, c'est posséder la synthèse naturelle et grossière des lois essentielles à la vie; *étudier*, c'est s'attacher à démêler et à classer les éléments de cette synthèse; *savoir*, c'est la reconstituer distinctement, en assemblant par ordre, de phénomène à phénomène et de loi en loi, ces éléments dont l'analyse a défini les rapports. En ce sens (et dans un autre aussi qu'il n'est pas temps de mentionner), on a pu dire justement que l'homme ne sait que la vérité qu'il a faite.

Le savoir a des degrés, car l'analyse peut ne s'appliquer qu'à des synthèses très partielles, très secondaires, en sorte que les lois exactement définies soient des abstractions plus ou moins naturelles ou violentes :

Celui qui découvrit la loi de la circulation du sang ignora le rapport de cette loi avec celle de la respiration antérieurement connue, mais non analysée.

Il s'ensuit de là, et de ce que l'homme est à l'état de savoir imparfait, qu'il faut distinguer diverses sciences, et dans chaque science diverses parties. Mais surtout distinguons ici, *la science* et *les sciences*, ou pour parler plus modestement, car la modestie est forcée, l'*essai de la science*, les *fragments des sciences*.

Les sciences se refusent à l'investigation des lois les plus générales. Les données proposées à leur analyse sont des groupes que l'observation vulgaire a déjà discernés dans le vaste ensemble des phénomènes. Hors de la sphère propre de chacune, elles participent toutes au lot commun de la connaissance, c'est-à-dire, qu'elles professent l'ignorance ; ou du moins elles doivent la professer. Heureuses, dans un domaine ainsi borné, celles qui peuvent exécuter sans trop d'incertitude le double mouvement de l'analyse exacte et de la synthèse rigoureuse, et fixer très haut la loi de tout un ordre, à l'abri des atteintes de la critique et du temps !

Expliquer un fait, c'est le rattacher à d'autres faits, le mettre à sa place dans un ensemble défini de rapports de phénomènes ; c'est donc signaler une loi. De même, une loi peut s'expliquer, c'est-à-dire, apparaître comme un élément d'une fonction plus enveloppante. Ainsi, pour les sciences, d'abord divisées en elles-mêmes et les unes d'avec les autres, les distances tendent à se combler, les limites à se confondre,

comme si l'on devait arriver un jour à la considération d'un seul système de lois. Au demeurant que possédons-nous ? un nombre assez arbitraire de groupes détachés de phénomènes, que de grands vides séparent, dont les rapports, même sensibles, échappent à l'analyse, dont les synthèses données à la connaissance la plus superficielle et la plus commune demeurent soustraites à toute détermination scientifique.

La construction successive de ces synthèses est l'objet *des sciences* considérées ensemble. La construction d'une synthèse unique est la fin *de la science*. Mais tandis que *les sciences* trouvent la matière de leurs phénomènes et de leurs lois dans les données de la connaissance, *la science* semble poursuivre ce qui n'est ni ne sera donné, ni ne peut l'être. Voilà pourquoi d'efforts en efforts toujours trompés, la science dut se résigner à s'appeler *philosophie* ou étude du savoir, puis *scepticisme*, qui est encore *recherche*, enfin *critique*, aujourd'hui son vrai nom. Le dogmatisme, ou plutôt les dogmatismes, s'effacent à mes yeux du plan de la philosophie donné par l'histoire, comme dans un chemin parcouru s'annulent des longueurs tantôt comptées en plus et tantôt comptées en moins.

Or, la critique est plus que scepticisme et moins que dogmatisme, car le jugement (*crisis*) détermine au lieu de suspendre sans fin, et, d'autre part, sa portée ne doit jamais dépasser les limites essentielles de la connaissance.

La question de la science était : *construire une*

synthèse unique; la question de la critique est : *tracer les bornes du savoir en essayant la construction de la synthèse unique, après avoir assemblé tous les éléments disponibles de cette construction.* La critique achevée serait la vraie science.

Mais est-il bien prouvé que la synthèse unique soit impossible? Par un scrupule tout contraire, on pourrait se demander si la critique elle-même, générale comme je l'entends, présente les caractères d'un vrai savoir. Je répondrai provisoirement à ces questions en me mettant à l'œuvre, ou plutôt en continuant l'œuvre commencée. Il s'agit maintenant de spécifier les méthodes propres aux sciences et à la science.

Les sciences s'établissent au milieu des lois et des fonctions données, sans se poser jamais les problèmes premiers. Elles s'appuient donc sur l'*observation.* Toute donnée est un fait ou phénomène plus ou moins complexe, abstrait de tous les autres faits et dont il faut d'abord faire l'analyse, ensuite refaire la synthèse. Or, il y a deux sortes de données.

Les unes correspondent à l'observation du représenté, proprement dit, et de ses lois les plus constantes et les plus générales : nombre, mesure, espace, temps, vitesse. Les lois de cet ordre ont un grand privilége. En même temps que l'expérience nous les montre à l'état fragmentaire et unies intimement aux autres fonctions de la matière, elles nous apparaissent aussi comme conditions universelles de la représentation et en cela d'une abstraction aisée, d'une définition souverainement claire. Ainsi les données des sciences ma-

thématiques sont à la fois représentées *à priori*, vérifiables et vérifiées *à posteriori*. Si la vérification n'est qu'approximative, c'est qu'il faut tenir compte de la nature de ces lois, pures ou abstraites d'une part, concrètes et mêlées de l'autre. L'intervention de l'élément régulateur *à priori* rend, en algèbre, en géométrie, en dynamique, l'observation positive et l'analyse infaillible. Le contenu des données mathématiques est développé par un raisonnement rigoureux.

Les autres données sont beaucoup plus enveloppées, et ce n'est pas aux lois générales de la représentation qu'on peut s'adresser pour en obtenir des synthèses préliminaires, confuses sans doute (1), mais bien délimitées, telles que la géométrie en trouve à son point de départ. Les phénomènes généraux de la chaleur, de l'électricité, de la spécificité matérielle, de l'organisation, etc., ne renferment rien de semblable à ces notions de *point, ligne, surface, volume*, en un mot, de *dimensions,* qui portent en germe la science de l'étendue; et la représentation ne nous offre de prime abord aucun axiome du genre de ceux qui servent de levier à l'analyse mathématique et suffisent pour la mener très loin. De là, vient que l'observation et l'analyse affectent un caractère descriptif, non positif, au début des sciences physiques. Et ce caractère

(1) Pour se rendre compte de l'espèce de confusion que j'attribue aux données mathématiques, il faut songer que toute la géométrie est contenue dans quelques définitions et quelques axiomes. La science développe, là comme ailleurs, ce qui n'est donné que confusément à la connaissance.

demeure propre à l'histoire naturelle qui est comme le vestibule de la physique et de la physiologie, dans le sens le plus large de ces mots.

La méthode de description et de classification conduit sans doute à la manifestation de certain ordre et de certaines lois, mais il s'en faut qu'elle révèle complétement le mode de succession et de production des phénomènes et la nature des fonctions en elles-mêmes. Les sciences physiques avancent par un autre procédé : l'*expérience systématique*, à l'appui de laquelle, et pour diriger au besoin sa marche et sa conclusion, se présentent l'*hypothèse*, l'*analogie* et l'*induction*. L'expérience commence par isoler certains phénomènes que l'observation pure ou descriptive aurait présentés compliqués de plusieurs autres qui leur sont étrangers quant à la loi qu'il s'agit d'explorer : c'est une sorte d'abstraction physique. Puis elle fait ressortir et paraître en son mode d'enchaînement quelque fait qui, de lui-même, ne serait ni tombé sous l'observation, ni venu à la représentation comme loi nécessaire de celle-ci. *L'hypothèse* doit diriger l'expérimentateur parce que la préparation même de l'expérience comporte une anticipation plus ou moins claire de la loi qu'il faut mettre en évidence ; et ce sont des *analogies* tirées de lois antérieurement connues, soit mathématiques, soit physiques, qui décident ordinairement du choix de l'hypothèse. Enfin *l'induction*, c'est-à-dire la généralisation des faits acquis, intervient toujours, et il ne saurait y avoir de vraie conclusion sans elle. Je ne parle pas ici de cette induction, comprise dans

l'hypothèse ou dans l'analogie, qui consiste à poser la totalité d'un ordre dont il n'est encore apparu que des fragments, car je ne ferais alors que me répéter, mais bien d'une affirmation essentielle, indispensable aux sciences physiques, celle de l'identité de nature et d'action des lois dans les mêmes circonstances et quant aux mêmes phénomènes : *l'expérience révèle constamment sous des données identiques des fonctions identiques.*

En résumé, *les mathématiques* partent de données fixes, rigoureusement abstraites dans la représentation; et l'analyse de ces données, poursuivie par la méthode de déduction pure, permet une reconstruction exacte des synthèses primitives dont le contenu se développe de plus en plus, indéfiniment. *Les physiques* partent de données mobiles, variables et très composées que l'on ne saurait constituer à l'état de synthèses exactes en les identifiant avec certaines lois générales de la représentation. Elles s'adressent donc principalement à l'observation et à l'expérience. L'ordre représentatif intervient toujours et nécessairement dans cette analyse de l'ordre représenté externe, puisque l'expérience doit être conduite avec plan et système, et que les plus simples observations entraînent des jugements avec elles. L'hypothèse, déjà si utile aux mathématiciens, si ce n'est même indispensable aux inventeurs, devient d'un usage nécessaire et continuel pour les physiciens, et donne à leurs procédés d'exploration et de découverte un caractère de tâtonnement sans règles fixes qui semble tenir de la divination.

Mais sitôt que la science est acquise, l'hypothèse doit ou du moins devrait se retirer, comme tombe un échafaudage inutile, et ne laisser paraître à la vue que des phénomènes ordonnés selon leurs lois.

L'esprit humain ne possède point d'autres méthodes pour *les sciences*. *La science*, dès lors, quelle méthode a-t-elle? une méthode propre? une méthode empruntée de l'une des précédentes ou de toutes deux?

Les données de la science diffèrent nécessairement de celle des physiciens, car il s'agit de s'élever aux lois les plus générales possibles, et non de se borner à quelques synthèses abstraites de toutes les autres et tombant sous l'observation externe. Elles ont plus d'étendue que celles des mathématiciens, puisque les lois proprement mathématiques ne vont pas au delà des représentés qui comportent la *mesure*. Au surplus, et en tant que ces derniers représentés font partie des objets de la science, la critique les envisage en eux-mêmes et s'attache à remonter aux premiers rapports qui les enveloppent, au lieu de descendre aux lois subordonnées susceptibles de tomber sous l'observation jusqu'à un certain point et de se vérifier expérimentalement.

Les données de la science ne peuvent donc se trouver que dans la représentation en général, et elles s'y trouvent, tout autant que celle-ci, quant à sa généralité même ou sous ses conditions universelles, appartient à la connaissance.

Dès que les données de la science et des sciences diffèrent, les méthodes aussi doivent différer. Et en

effet, c'est vainement, c'est par un abus étrange des mots, qu'on a prétendu que l'analyse de la représentation en elle-même (la psychologie comme on dit) est une affaire d'observation et d'expérience. En un sens, tout phénomène est observable, tout phénomène est matière à expérience. Mais il n'est pas raisonnable de confondre l'observation physique avec cette autre observation dans laquelle l'observateur s'observe, et se modifie comme observateur et comme observé, pendant qu'il s'observe ; l'expérience physique avec une expérience dont il n'est possible ni de fixer invariablement l'objet, ni de préparer, de conduire et d'ordonner extérieurement les éléments. Ainsi nous devons borner le rapport entre la méthode physique et la méthode de la science à ceci : que des deux parts il y a des phénomènes à constater, des analyses et des synthèses à faire. La similitude est plus marquée entre la méthode de la science et la méthode mathématique, attendu que la constatation des phénomènes s'y fait identiquement, je veux dire sous la forme positive. Mais la différence est grande, parce que les phénomènes mathématiques se rattachent étroitement aux données de l'imagination et des sens, alors que la science s'étend à d'autres ordres de phénomènes dont la représentation n'a pas lieu sous le mode de la sensibilité, le seul qui comporte une vérification directe par l'expérience.

La méthode de *la science* ou *critique générale* consiste donc en l'analyse des données de la représentation, considérées dans la plus haute généralité possible.

A ce sujet, deux questions étroitement liées se présentent : Quel peut être le principe de la division et de la classification des données de la représentation en général? Sur quel fondement poser un *système de catégories?*

Qu'est-ce que la *certitude?* A quel signe juger de la vérité de la critique en elle-même, de l'exactitude des analyses et de la perfection des synthèses?

Je me suis placé jusqu'ici, et je me place encore au point de vue de la représentation en général, non de l'homme et des représentations individuelles. Si donc je répondais aux deux questions, si je pouvais y répondre, on me demanderait à bon droit de faire connaître le principe de mon principe, le fondement de mon fondement, la certitude de ma certitude. A cela point de réponse.

Je suis forcé de procéder empiriquement comme je l'ai dit au début de cet ouvrage. La vérité, si elle est ici, se présentera d'elle-même et mon lecteur la jugera; et l'erreur aussi. Il est libre à chacun de prendre la vérité pour fausse et l'erreur pour vraie. Qu'a-t-on fait de plus jusqu'à ce jour soit dans la philosophie, soit dans la vie? Plus tard, en étudiant l'homme, c'est-à-dire en m'étudiant moi-même, je répondrai peut-être à la question de légitimité de ce que je crois savoir quant à moi.

J'ai montré que *le principe de la connaissance est le phénomène*, et que *les fins de la connaissance sont les lois des phénomènes*. Il en est de la science comme de la connaissance et à plus forte raison, car l'analyse

ne crée point, et le contenu de la science ne peut surpasser les données de la connaissance. Maintenant j'aborde l'étude de ces données générales, éléments du problème de la possibilité d'une synthèse unique.

TROISIÈME PARTIE.

ANALYSE DES LOIS FONDAMENTALES.

CATÉGORIES. — LOGIQUE.

§ XXVI.

Définition des catégories. — Distribution préliminaire.

Afin de mieux éclairer la marche de cette partie de mon *essai,* je commence par où il serait peut-être plus naturel de conclure. Je trace un aperçu rapide de ces lois de la représentation dont l'analyse m'est proposée. D'ailleurs, je n'attache à l'ordre que je décris qu'une valeur empirique, et j'ignore comment je pourrais faire autrement. On aura donc à se demander si cet ordre est satisfaisant de lui-même, et si le contenu de la représentation y est vraiment épuisé. A une telle question le fait seul peut répondre.

Quatre philosophes, jusqu'ici, ont tenté systématiquement l'entreprise, car il en est bien peu qui aient approfondi les premiers et derniers éléments de la connaissance : Aristote, que le moyen âge a suivi; Descartes, le maître des nouveaux temps moyens (où trouver un âge final?); Kant et Hégel, enfin, derniers initiateurs, les seuls qui ne se soient pas contentés d'une esquisse, et qui aient conçu le plan d'un système arrêté dans toutes ses parties. Ailleurs je reviendrai

sur les travaux de ces hommes, travaux divergents dont je profite ici sans les exposer, et que je modifie de la manière la plus grave en les refondant (1).

Puisque dans la représentation *tout est relatif*, que rien n'est connu ni su qu'à la faveur d'une relation quelconque, la loi la plus générale entre toutes est la *relation* même. Rapporter des phénomènes à d'autres phénomènes, c'est-à-dire *attribuer*, dans le sens le plus large de ce mot, c'est-à-dire encore, au point de vue des représentations humaines, *penser*, *juger*, c'est fixer la forme et la matière d'une relation. J'entends ici par la forme ce qu'une relation a de général et par quoi elle embrasse un nombre indéfini de relations d'ailleurs distinctes : le nombre, l'étendue, etc., sont des formes suivant ce langage; et j'entends par la matière ce qui est propre à une relation donnée dans un phénomène tout à fait individuel et différent de tout autre phénomène : ce nombre concret, cet intervalle déterminé sensible, cette sensation, l'objet représenté dans cette sensation, etc., sont les matières qui entrent dans les relations où elles se subordonnent à des formes communes.

L'expérience fournit la matière des relations tant représentatives que représentées; elle donne les rapports particuliers qu'on a coutume d'appeler *faits* et *phénomènes*, mais j'ai dû généraliser ces deux mots,

(1) On trouvera à la fin du volume, appendice I, des indications que je ne pouvais tout à fait omettre sur les différences qui séparent le système de catégories que j'expose d'avec les systèmes antérieurs, et surtout d'avec ceux d'Aristote et de Kant.

parce que les lois sont des phénomènes aussi. Ce contenu de la représentation, et par conséquent l'expérience elle-même, sont supposés dans une analyse quelconque ; autrement les rapports généraux porteraient sur le vide. Toute synthèse les implique également. On voit que l'expérience est la représentation des phénomènes particuliers, et c'est la seule définition qu'on en puisse donner.

Les catégories sont les lois premières et irréductibles de la connaissance, les rapports fondamentaux qui en déterminent la forme et en règlent le mouvement. Comme données dans une représentation actuelle, elles tombent sous l'expérience, elles sont particulières, et cela à quelque point qu'elles se multiplient et que les hommes s'accordent à les poser, et à les poser générales : en ce sens, il importe peu que le phénomène soit plus ou moins répété, constaté dans un esprit ou dans plusieurs autres : l'expérience, en tant que telle, ne donne point le général. L'universalité propre aux catégories consiste en ce que, passant nécessairement sous les conditions de l'expérience pour se manifester, elles se présentent pourtant comme supérieures à l'expérience, capables de l'envelopper, propres à la conduire et à lui imposer des règles. Nous nous attendons à trouver les catégories constamment vérifiées par le développement indéfini de l'expérience, et l'ensemble des rapports qu'elles sont propres à embrasser compose pour nous la série de *l'expérience possible.*

Le moment n'est pas venu d'aborder les questions

qui se pressent ici, du point de vue de la certitude. Mon but est l'analyse des catégories telles quelles et la déduction des conséquences de cette théorie quant à la possibilité d'une synthèse unique de la connaissance.

Je néglige aussi la question si mal posée, presque oubliée maintenant, de l'*origine des connaissances* (idées innées, idées provenues des sens). Je la néglige ou plutôt je la résous très suffisamment en deux mots, suite des considérations précédentes : l'expérience est essentielle à toute représentation, mais logiquement elle est précédée de ce qui rend l'expérience possible, quelque puisse être l'ordre chronologique des phénomènes. Il y aurait contradiction à supposer que l'expérience définit d'une manière complète et radicale cela qui se pose dans la représentation comme embrassant l'expérience possible; or on ne saurait nier qu'il en soit ainsi des catégories, thèses générales de *relation*, de *nombre*, de *temps*, de *cause*, etc. Cette solution ne diffère pas au fond de celle qu'un philosophe illustre a ainsi résumée : *nihil est in intellectu quod non priùs fuerit in sensu—nisi ipse intellectus*. Il n'est pas inutile de remarquer que l'école dite sensualiste a toujours admis certaines *facultés* dont l'expérience donne sans doute le contenu, mais qui anticipent elles-mêmes l'expérience. Le grand débat n'était dès lors qu'une question de mots.

J'ai dit que la loi la plus générale est la *relation* même, que toutes les lois possibles ne font, en effet, que diversifier. La *relation* est donc aussi la première

des catégories, et nous aurons à reconnaître ce qui lui appartient sous sa forme universelle, c'est-à-dire ce que les autres lois fondamentales ont de commun.

Ensuite nous devrons parcourir les lois déterminatives de la *relation* dans l'ordre suivant, en procédant du simple au composé, de l'abstrait au concret, et des formes qui se laissent le plus aisément distraire de l'ensemble des représentations, renfermées qu'elles sont dans toutes, à celles qui, au contraire, les renferment toutes :

1° Loi d'*être* ou de *relation*, déjà posée et reproduite ici pour mémoire. Le cercle des catégories, ouvert par l'être indéterminé, se refermera au même point par l'être complétement déterminé, après que les lois fondamentales auront été parcourues.

2° Loi de *nombre*, grandeur, quantité et mesure. Les éléments de cette loi réclament une définition et une classification rigoureuses.

3° Loi d'*étendue*.

4° Loi de *durée*.

Ces deux lois présentent à l'analyse des rapports de quantité, mais joints à des représentations spéciales dont la portée embrasse tous les phénomènes. Nous aurons à étudier ces représentations en elles-mêmes, à définir le *continu* qui y est inhérent, à traiter la question de la mesure du quantum dans le cas de la continuité, à indiquer enfin certaines fonctions qui, mesurées par l'intermédiaire de l'étendue, se laissent ramener à la loi du nombre sous un point de vue.

5° Loi de *qualité*. Il s'agit maintenant de phénomènes distincts et hétérogènes (hétérogènes comparativement à l'homogénéité propre aux parties de l'étendue entre elles, ou aux parties de la durée). La seule mesure applicable en général à ces phénomènes est celle de l'espèce dont il faudra donner la théorie. Ici se place tout ce que la notion de substance a de positif. C'est par la catégorie de qualité que les phénomènes se rapportent les uns aux autres et se classent; aussi est-elle toujours et partout supposée, partout présente, et le langage même en dépend. A ce titre, la qualité pourrait venir immédiatement après la relation, celle-ci ne l'impliquant pas moins qu'elle n'implique le nombre.

Après l'analyse de la qualité, l'étude du syllogisme a sa place marquée. Le syllogisme est une loi d'enchaînement des qualités ramenées en quelque façon à des quantités, en vertu du rapport d'identité abstraite des espèces dans le genre.

6° Loi de *devenir*. Un élément tout à fait nouveau entre dans la relation. Jusqu'alors nous ne considérions que des rapports invariables ; les catégories embrassaient les phénomènes du point de vue de la stabilité. Maintenant les rapports nous sont représentés comme inconstants : ils sont et ne sont plus ; et de nouvelles catégories s'appliquent à l'instabilité des phénomènes qu'elles règlent encore. La loi de devenir se constitue d'abord par la synthèse originale, irréductible, de l'être et du non-être, du posé et du non-posé sous une relation quelconque, d'où le changement.

Ainsi s'opère la transition des rapports d'entendement, soit de quantité, soit de qualité, aux rapports d'activité et à la loi de force.

7° Loi de *force* ou de causalité efficiente. L'analyse de cette catégorie comprend celle des relations dites modales, le possible et le nécessaire considérés sous leurs faces diverses et spécialement quant au devenir. La critique du probable suit naturellement la théorie des modalités.

8° Loi de *finalité*. De même que la cause s'attache au devenir, ainsi la fin s'attache au devenir et à la cause. Ce qui commence est *pour* quelque chose aussi bien que *par* quelque chose. Sous ce titre se présentent les rapports affectifs, appétits, désirs, passions, qui tous ont ce caractère éminent de n'être et de ne se développer que sous condition de fins proposées.

9° Loi de *personnalité*. Le contenu formel de la représentation semble maintenant épuisé. Mais une dernière question s'élève au sujet du phénomène. J'ai posé les thèses suivantes qui définissent autant de catégories; soient brièvement, *est* (ou *refertur*), *quantum, ubi, quando*, *quid, fit, à quo*, *propter quid;* or toute loi étant donnée dans une représentation complète, et nulle part ailleurs, on peut toujours demander de quel ensemble de phénomènes un rapport quelconque fait partie représentativement. La réponse à cette question est la loi de conscience ou de personnalité, ou, pour continuer à parler latin, la thèse *in quo* (*quo referente, quo cogitante*). Cette dernière catégorie em-

brasse toutes les autres, et particulièrement au point de vue de l'homme.

CATÉGORIES	THÈSE.	ANTITHÈSE.	SYNTHÈSE.
RELATION.	**Distinction** . . .	**identification**	**détermination**
Nombre.	Unité	pluralité	totalité.
Position.	Point (*limite*) . .	espace (*intervalle*) .	étendue.
Succession.	Instant (*limite*). .	temps (*intervalle*). .	durée.
Qualité.	Différence	genre.	espèce.
Devenir.	Rapport	non-rapport	changement.
Causalité.	Acte.	puissance.	force.
Finalité.	État	tendance	passion.
Personnalité.	Soi	non-soi.	conscience.

§ XXVII.

Loi générale de RELATION.

DISTINCTION, IDENTIFICATION, DÉTERMINATION.

De la proposition catégorique et de ses deux espèces.

Toute science, tout langage, ainsi que je l'ai dit à la première page de cet *essai* procédent par composition et décomposition. Le phénomène est la matière que l'analyse et la synthèse distinguent, embrassent, mettent en œuvre. Le phénomène, pour la connaissance et pour la science, paraît dans un rapport. Unir et séparer des rapports, telle est donc la fonction de la pensée, tant usuelle que scientifique, et tel est aussi le développement que reçoit la catégorie des catégories, la *relation*.

En d'autres termes, l'attribution ou acte de rappor-

ter en général a deux formes, l'une positive, l'autre négative; les rapports s'établissent par agrégat suivant celle-là et par division suivant celle-ci. Au point de vue du jugement, considéré dans l'homme, ajouter ainsi, c'est affirmer; séparer, c'est nier. Mais pour traiter des catégories abstraites, il faut laisser de côté l'affirmation et la négation comme fonctions spécifiquement humaines, et n'envisager dans l'une que l'union, dans l'autre que la séparation des rapports à quelque titre que la proposition les présente.

Je nomme *proposition catégorique* l'énoncé d'un rapport de deux termes, simples ou complexes d'ailleurs, pourvu que ce rapport n'implique ni doute ni devenir; et les termes sont eux-mêmes donnés par d'autres rapports. La proposition détermine un groupe de phénomènes pour la connaissance; déterminer, c'est limiter. Vérifions d'abord ceci dans l'application.

Celui qui détermine un objet donné d'une manière quelconque unit certains phénomènes, et à la fois les discerne d'un ensemble plus vaste. Tout ce que nous connaissons en fait, nous le constituons négativement et par exclusion d'une part, positivement et par composition de l'autre : cet arbre que je vois est un groupe de rapports variés dont je distrais les rapports environnants, le ciel, les champs, etc.; ou il n'a rien de défini à mes yeux. Ainsi se déterminent les quantités, ainsi les qualités, et dans toutes les catégories possibles on réunit pour connaître, et en même temps on distingue; on limite, en un mot, et tout objet

a sa limite, toute limite suppose un objet posé au delà.

La catégorie de relation, en tant qu'appliquée, tire donc son effet de la détermination ou limitation, qui est une synthèse de la distinction et de l'union, deux catégories subordonnées, inverses l'une de l'autre. Maintenant serrons la question de plus près et considérons la proposition catégorique simple et en elle-même.

La formule de la proposition, *A est B*, implique d'abord la distinction des deux termes : A d'un côté, B de l'autre, doivent être définis de quelque manière par des rapports qui leur sont propres ; en même temps la copule exprime qu'il existe entre A et B quelque chose de commun, et à ce point de vue, abstraction faite du premier, ces deux termes sont identifiés : un seul et même rapport les donne. Des exemples tirés de la quantité et de la qualité éclairciront plus tard cette théorie ; qu'il me suffise de remarquer, sans développements, que le rapport de deux qualités s'obtient par la *différence* où elles se distinguent, et par le *genre*, où elles s'identifient ; et le rapport de deux quantités, dans le cas de l'équivalence, se tire d'une identité de mesure jointe à la diversité à d'autres égards.

Ainsi l'énoncé du rapport pris dans sa formule fondamentale, *détermine* en *distinguant* et en *identifiant* ; d'où il s'ensuit que la *relation*, en général, et quant à sa forme, est une synthèse de la *distinction* et de l'*identification*, qui lui sont pareillement inhérentes, et au

défaut de l'une ou l'autre desquelles elle cesse d'exister. On peut dire encore que le *rapport* est une synthèse de l'*autre* et du *même*.

La proposition dite négative, dont la formule est *A n'est pas B*, ne diffère pas à cet égard de la proposition affirmative. En effet, cette formule équivaut à celle-ci, *A est non B*. Mais qu'est-ce que *non B* si ce n'est l'*autre que B?* Ici l'*autre* n'exprime pas seulement la distinction entre A et B, que la proposition, même affirmative, exigerait, mais il caractérise un terme positif auquel se rapporte par identité le terme A. Par exemple, la proposition : *le poisson n'est pas mammifère*, se comprend de telle sorte que le *poisson* distingué du *mammifère*, au lieu d'être en même temps, sous quelque rapport, identifié avec le *mammifère*, comme dans la proposition affirmative, est, au contraire, identifié avec le groupe formé généralement de *tous les autres que le mammifère* et en tant qu'*autres que mammifères*. La proposition négative par elle-même ne comporte pas une détermination plus grande ; mais il arrive ordinairement que la pensée la complète en fixant parmi les *autres* une espèce attribuable au sujet ; et dans ce cas elle est affirmative au fond. Il n'est pas possible de nier un rapport sans en affirmer quelque autre, et cette affirmation plus ou moins exprimée ou sous-entendue limite plus ou moins le sujet. Mais selon la rigueur logique, la formule *non A* se traduit par *tous les autres que A* et n'a point d'autre sens. (Voyez ci-dessous le principe de contradiction et l'analyse de la loi de qualité.)

Puisque la proposition ne détermine un rapport qu'en identifiant deux termes distincts et distinguant deux termes identifiés, il est clair qu'elle se constitue par analyse et par synthèse tout à la fois ; il n'existe donc pas de jugements proprement analytiques, et il n'existe pas de jugements proprement synthétiques, dans la rigueur des mots. Cependant ces deux dénominations ont été proposées et doivent être maintenues, parce que les rôles respectifs de l'analyse et de la synthèse dans le jugement ne sont pas toujours les mêmes. La donnée première de la connaissance peut être une synthèse dont le jugement présente dès lors l'analyse, ou propose l'explication, le développement ; et cette donnée peut se composer d'éléments d'origine diverse dont la fonction du jugement consiste à opérer la synthèse. Dans le premier cas, celui des jugements dits analytiques, les termes du rapport proposé dans le jugement, quoique distingués, ne sont pas de nature à venir à la représentation l'un sans l'autre ; dans le second cas, celui des jugements dits synthétiques, ces mêmes termes sont complets par eux-mêmes, et, quoique isolés l'un de l'autre, ne laissent pas de se représenter clairement.

Propositions analytiques.— Le type de ces propositions se rencontre dans les définitions purement nominales. Si je dis, par exemple : *le triangle scalène est formé de trois côtés inégaux,* le rapport que j'établis entre le *scalène* et l'*inégalité des côtés dans un triangle* est une proposition analytique, parce que le sens du mot *scalène* est convenu pour qu'il en soit

ainsi, et, hors de là, est nul. Il en serait de même de ces définitions de la *droite* et du *cercle : la droite est la ligne de plus courte distance entre deux quelconques de ses points; la circonférence est la ligne dont tous les points sont à égale distance d'un même autre point;* il en serait ainsi, dis-je, si les termes *droit, circulaire,* n'exprimaient pas certains rapports de position parfaitement représentables à part des déterminations de distance ou quantité contenues dans les définitions, et qu'on ne peut se dispenser d'invoquer. (Les géomètres introduisent ces rapports, tant bien que mal, dans la définition du cercle, en caractérisant la ligne comme courbe et le point comme intérieur.) (Voyez le § XXX et l'appendice III.)

Le caractère analytique n'appartient pas exclusivement aux définitions nominales. On ne saurait le contester à des propositions telles que celle-ci : *toute quantité est divisible, tout corps est étendu, la partie est moindre que le tout,* parce que la représentation de la *quantité,* celle du *corps,* celle de la *partie,* sont respectivement inséparables de la représentation d'une *division possible,* de celle d'un *espace occupé,* de celle d'une *grandeur moindre.* Il en est de même de certaines propositions moins simples, par exemple, *deux choses identiques avec une troisième sont identiques entre elles,* car il n'est pas possible de se représenter simultanément la double identité énoncée dans le premier terme sans se représenter la conséquence exprimée par le second.

Propositions synthétiques. — On pouvait se représenter la lumière réfléchie sous une certaine incidence avant de connaître l'angle de polarisation comme tel, et celui qui ignorerait les phénomènes de la pesanteur ne serait pas pour cela hors d'état de se représenter un corps. Les jugements qui énoncent des rapports fondés sur l'expérience seule : *les corps sont pesants, la lumière réfléchie sous un angle de* 35 *degrés se polarise*, etc., etc., sont donc synthétiques. Mais, en dehors de toute expérience, le même caractère convient aux jugements qui, d'une manière générale, en vertu des lois de la représentation, établissent un rapport entre deux catégories différentes, une quantité et une position, une qualité et une force, une force et une fin, etc., etc. Tel est le cas des jugements renfermés dans les définitions de la *droite* et du *cercle*, citées ci-dessus, et tel est le cas de ceux-ci : *ce qui commence a une cause ; ce qui commence est en vue d'une fin*, etc.

Il existe donc un lien très étroit entre la distinction des propositions et celle des catégories. On reconnaîtra que deux catégories sont irréductibles l'une à l'autre à ce signe, que tout sujet de l'une, pour être affirmé du sujet d'une autre, exige un jugement synthétique intermédiaire.

La distinction des jugements se présente ici comme un phénomène logique, comme une loi dépendante de la catégorie universelle et qui sert à discerner les autres, quoique toutes fonctions de la première. Son importance à d'autres égards n'apparaît qu'au moment

où se pose la question de la certitude ou de la légitimité du savoir.

§ XXVIII.

Loi régulatrice des relations constantes:—Principe d'identité ou de contradiction. — Principe de l'alternative.

Nous avons vu que le *rapport*, envisagé dans la proposition catégorique, est une synthèse du *même* et de l'*autre:* c'est-à-dire qu'il se compose de deux rapports élémentaires, ou, en d'autres termes, que la formule *A est B* pose l'identité de A et de B, *sous un rapport* et leur diversité *sous un autre rapport*. Si deux phénomènes que l'on compare étaient identifiés et distingués tout à la fois, sans succession et *sous un seul rapport*, le même et l'autre seraient confondus, et le rapport composé qui implique ces deux éléments disparaîtrait avec eux. Afin que la représentation soit d'accord avec elle-même, et plus encore, afin qu'elle subsiste, *il faut que le même et l'autre soient eux-mêmes distincts*. Telle est la forme fondamentale du principe qu'on a nommé *principe d'identité* et qu'on nommerait tout aussi justement *principe de distinction*.

Il n'est applicable qu'aux relations supposées constantes, ou tant qu'elles demeurent telles ; et en effet, le devenir consiste précisément en ce qu'un phénomène peut être caractérisé comme autre et même, sous un même rapport, à divers instants.

On l'appelle encore *principe de contradiction* parce que, se contredire, n'est proprement qu'appliquer le

même et l'autre à deux phénomènes comparés sous un seul rapport : dire une chose et dire à la fois que l'on dit autre chose que cette chose. Le principe qui interdit la contradiction a cette vertu de ne pouvoir être combattu sans être supposé ; la représentation tout entière lui rend témoignage.

J'ai montré le principe d'identité dans le fait de la distinction des rapports suivant lesquels A est, d'une part, autre que B, et, d'une autre part, le même que B, dans la proposition *A est B*. Comparons maintenant les deux propositions *A est B*, *A n'est pas B;* il est clair que le rapport d'identité de A et de B dans la première ne sera pas le même que celui sous lequel on donne A comme autre que B dans la seconde. Ainsi, par le principe déjà établi, les deux propositions sont incompatibles lorsqu'on y envisage un rapport unique. De là l'énoncé vulgaire : *A ne peut être en même temps B et non B sous le même rapport.* De là aussi la formule scolastique : *idem de eodem secundum idem simul affirmare et negare*, *contradictio.*

Les termes B et non B qui entrent dans l'énoncé vulgaire réclament, comme *termes contradictoires*, une définition exacte qu'on n'a pas coutume de donner. C, D, etc., termes autres que B, sont toujours en un sens des non B, et cependant *A est B*, *A est C*, *A est D*, etc., sont des propositions compatibles en bien des cas. Pour ne l'être point, d'après ce qui précède, il faut qu'elles énoncent un même rapport, et par exemple que le rapport d'identité de A et de B soit aussi celui de A et de C. B et non B, pour se trouver con-

tradictoires, doivent être autres sous le même rapport. Soient l'*homme raisonnable* et l'*homme mortel; raisonnable* et *mortel* expriment divers rapports de l'homme et ne sont pas contradictoires, bien que tout à fait autres; mais soient *A nombre deux* et *A nombre trois*; deux et trois sont contradictoires ici, parce qu'ils posent un même rapport, celui de la détermination numérique, et que sous ce rapport ils sont autres. Il en est de même de deux couleurs, *A rouge, A bleu*, etc., etc.

On voit que le *contradictoire* rentre dans l'*autre*, et sous quelle condition. On voit aussi que le *contradictoire* n'est pas toujours un *contraire*. Les contraires logiques sont des termes tels, que l'un exprime *tout l'autre* ou *l'ensemble des autres* que l'autre (exemples, l'*organisé* et l'*inorganisé* qui comprennent une grande sphère de la connaissance, ou le *juste* et l'*injuste* qui n'épuisent qu'un sujet plus déterminé). Ces contraires sont des cas particuliers du *contradictoire* et par conséquent de l'*autre*, auquel le *contradictoire*, a été ramené. Quant aux contraires mal définis qui figurent quelquefois dans le discours, ils n'ont aucun intérêt pour la science. Je crois que ces remarques n'étaient pas inutiles pour éclaircir ce qu'on laisse ordinairement de vague dans la notion de la contradiction qui doit être la plus claire de toutes.

En résumé, je proposerai pour le principe d'identité dans la proposition l'énoncé suivant comme le meilleur : *Un terme n'est point à la fois le même et l'autre qu'un autre terme, sans succession, sous le même rap-*

port. Absolument, et c'est aux contraires logiques que ce second énoncé s'appliquera, je dirai : *Un terme n'est point à la fois le même et tout l'autre qu'un autre terme, sans succession, dans une sphère donnée de phénomènes.* Dans ce cas, en effet, la considération d'un seul et même rapport est impliquée dans les définitions du *même* et de *tout l'autre,* qui ne sauraient se poser que corrélativement.

Principe de l'alternative. — Puisque les termes contraires sont ceux qui se partagent le champ de la connaissance, soit totale, soit du moins exactement délimitée, il est clair que B et non B étant deux de ces contraires, et A un terme quelconque de ce domaine, on aura toujours la relation alternative *A est B ou non B.* En effet, le sens de cette proposition est celui-ci : *Si A n'est pas B, il est non B ; si A n'est pas non B, il est B.* Or chacun de ces derniers énoncés est rigoureusement analytique, en ce qu'il ne fait qu'expliquer et confirmer la partage de tous les phénomènes possibles entre B et non B, voulu par la définition même de ces termes. Les propositions *A n'est pas B, A est non B,* sont précisément équivalentes, parce qu'en excluant un rapport d'identité entre A et B, on pose un rapport d'identité entre A et *tout l'autre* que B; et ces deux points de vue s'impliquent réciproquement.

Le principe de l'alternative admet encore cet énoncé: *A n'est pas à la fois ni B ni non B :* la définition des contraires étant comme ci-dessus. Si on le rapproche

du principe d'identité qui a pour énoncé dans le même cas, *A n'est pas à la fois B et non B*, on reconnaît qu'il en est le complément. Il est même aisé de voir que ces deux principes sont réciproques l'un de l'autre, car, le premier disposant que *si A n'est pas B, il est non B*, le second dispose que *si A est non B, il n'est pas B*. Les propositions sont distinctes et ne se servent pas mutuellement de preuve ; toutes deux résultent directement du principe général de *distinction du même et de l'autre :* ici, parce que posant le même ou l'autre, on exclut l'autre ou le même ; là, parce que excluant l'autre ou le même, on pose le même ou l'autre. De plus, il y a cette différence que B et non B peuvent n'être pas des contraires, et le principe d'identité subsister, comme on l'a vu, ce qui n'a pas lieu pour le principe de l'alternative.

Le caractère de l'alternative dont il vient d'être question est l'*option obligatoire*. Aussi, d'ordinaire, introduit-on dans les énoncés précédents une idée de *nécessité* ou de *ne pouvoir pas ne pas être ainsi*. Je me suis dispensé de cet usage, parce que le nécessaire ne signifie rien de plus ici que ce qui est constamment attaché à nos représentations quelconques, impliqué formellement dans toute pensée. Je traiterai du sens de ce mot sous une catégorie spéciale à laquelle il se rapporte suivant une acception tout autre (voy. § XXXVIII).

Mais la conjonction alternative, par une singulière imperfection du langage, exprime aussi l'*option facultative*. On dit *A est B ou C*, et l'on entend concurremment : *A peut être B*, *A peut être C*, quand bien même

C serait non B. Ici paraît une idée de *possibilité*, étrangère à la possibilité de contingence, et qu'il faut expliquer dès à présent. Le sens unique d'une proposition telle que *A peut être B* est celui-ci : *j'ignore si A est B, et j'ignore si A est non B.* Cette possibilité est donc une forme et un énoncé de l'*ignorance*, et de l'*hypothèse*, suite de l'ignorance; d'où ce principe de fait, d'ailleurs fondamental : *La représentation sous ses lois générales admet de certains rapports indéterminés, A comme B, A comme non B, qu'il n'appartient qu'à l'expérience ou à l'analyse prolongée de fixer à l'exclusion l'un de l'autre.* Ces rapports nous sont représentés par anticipation comme indifféremment exclus ou donnés dans l'ensemble des lois des phénomènes.

Remarque générale. — Certaines synthèses présentes à la connaissance, lorsque l'analyse entreprend de les décomposer, semblent impliquer un seul et même rapport posé tantôt comme A et tantôt comme non A, sans succession. La science, en se proposant l'explication des données fondamentales aboutirait, selon quelques philosophes, à reconnaître l'égale vérité de propositions contradictoires. Mais nous devons achever l'étude des catégories avant d'examiner la nature et la valeur des anomalies prétendues de la loi de l'identité.

§ XXIX.

Loi de NOMBRE.

UNITÉ, PLURALITÉ, TOTALITÉ.

Rapports de grandeur et de quantité : mesure. — Principes de l'arithmétique.

La catégorie de *nombre* est étroitement unie à celle de *relation*. Sans doute le nombre n'est qu'une espèce de rapport ; mais les rapports de toute espèce enveloppent des nombres, et la relation même, en général, a un élément numérique.

Les phénomènes viennent à la représentation comme *plusieurs*, puisqu'ils y viennent en tant que rapports. Or le *plusieurs* est toujours représenté corrélativement à l'*un*, et l'*un* corrélativement au *plusieurs*. Cette corrélation, abstraction faite de la nature des phénomènes considérés respectivement comme un ou comme plusieurs, donne le *nombre* en général, c'est-à-dire le *tout d'unités*. La synthèse de ces deux contraires, *unité*, *pluralité*, est donc la *totalité*.

C'est le phénomène, toujours composé, toujours relatif, qui se présente à volonté comme *un*, comme *plusieurs* et comme *tout*. On ne doit pas objecter ici que la composition du phénomène s'oppose à l'existence de véritables unités, en sorteque notre catégorie manquerait par la base. L'*un* est une abstraction, un produit de l'analyse, lequel n'est point représentable sans le *plusieurs;* et le *plusieurs* et l'*un* ne sont eux-mêmes représentables que dans le *tout*. Des phénomènes composés quelconques sont des unités dans un

phénomène plus enveloppant qui est leur tout ; et ces unités en tant que telles, c'est-à-dire abstraites, sont rigoureusement identiques ; et ce tout par rapport à ces unités est un nombre abstrait.

Passons du nombre en général au nombre déterminé. La détermination du tout numérique se fait selon la catégorie de *relation* par le moyen de deux opérations inverses, *identification* et *distinction*, qui deviennent ici *addition* d'unités, *soustraction* d'unités. *Une et une* unités jointes, séparées de toutes autres unités possibles, donnent le *nombre deux; une et une et une* unités, jointes et séparées de même, donnent le *nombre trois*, et ainsi de suite. La série des nombres est indéfinie, et si nous nous bornions à cette conception élémentaire, les nombres, en s'élevant, ne tarderaient pas à devenir irréprésentables par l'impossibilité où la mémoire et l'imagination se trouveraient de distinguer les uns des autres les groupes ainsi formés. Il n'y aurait donc pas d'arithmétique, au moins comme science.

Mais les nombres, c'est-à-dire les touts déterminés d'unités, sont considérés à leur tour comme ajoutés ou comme soustraits les uns par rapport aux autres : *Une somme est identique avec les unités réunies qui la composent ; une somme à laquelle on ajoute, ou de laquelle on retranche une autre somme, est identique, cela fait, avec cette même somme à laquelle on ajoute, ou de laquelle on retranche une à une les unités qui réunies composent l'autre*. Exemples : Un et un vaut (un et un) effectué ; un, un et un vaut (un et un) et un, ou encore vaut un et (un et un), et ainsi de suite.

Le jugement exprimé de la sorte est analytique, attendu que les termes dont il pose l'identité sont les développements d'une seule et même représentation, en vertu de l'analyse du *nombre* (1); grâce à ce principe un système de numération devient possible, et l'arithmétique existe. On impose des noms à certains groupes d'unités, et il suffit dès lors de composer ces groupes entre eux pour composer les unités dont ils se composent eux-mêmes. Le nombre *cent soixante-sept*, par exemple, auquel trois groupes et trois signes vocaux suffisent, représente tant d'unités prises une à une, de cela seul qu'il représente la somme de trois groupes définis antérieurement.

Tracer la loi conventionnelle de ces groupes d'unités, c'est créer un système de numération, et ce système obtient une perfection telle par l'emploi des signes écrits que le problème de la représentation numérique est résolu sans limites. Dans le système binaire, le plus simple de tous, chacun des groupes est la somme de deux des précédents à partir de l'unité simple ; on convient alors de placer les signes de ces groupes à la gauche des uns des autres, si bien que deux signes diversement combinés expriment tous les nombres possibles en vertu de cette loi de position : le signe 1 représente, suivant la place qu'il occupe, et l'unité simple et tous les groupes binaires, et le signe 0 marque la place des groupes absents. La série indéfinie 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, 1011,

(1) Voyez à la fin du volume, appendice II, n° 1.

1100, 1101, 1110, 1111, 10000, etc., etc., symbolise ainsi la série des nombres. On sait d'ailleurs que l'analyse déduit de la numération toutes les fonctions numériques (1).

Pour épuiser cette catégorie, nous devons rattacher à la loi de *nombre* les rapports généraux de *quantité*, *grandeur* et *mesure*, qui en dépendent analytiquement.

Le nombre déterminé est un *tout* eu égard aux unités composantes. Les unités du nombre sont les *parties* du tout. Le rapport du tout à la partie, du contenant au contenu, est ainsi donné dans la catégorie de nombre ; et quoique ce rapport se présente encore ailleurs et se mêle à divers autres, nulle part on ne le rencontre qu'il n'implique une relation numérique. Les parties sont toujours, moyennant une certaine abstraction, des unités : il y a *tant* de parties dans un tout.

L'application du nombre aux objets des autres catégories, considérés comme des touts de parties, donne la *quantité*. La quantité est le *tant* et répond à la question *combien*. Il arrive de là que, d'un côté, la quantité est pur nombre ; de l'autre elle est concrète, comme on dit, et se définit par les autres catégories. Cela posé, lorsque l'on peut faire correspondre exactement la quantité numérique à la quantité concrète, on a la *mesure* de cette dernière. Il faut alors qu'on puisse déterminer comme unité une partie quelconque, et que la simple répétition de cette partie, identique,

(1) Voyez appendice II, nos 1 et 3, la loi de cette déduction.

invariable, reconstitue le tout concret proposé. La mesure est donc la quantité en tant que nombre de parties identiques. Le nombre est sa mesure à lui-même, et il est la mesure de tout composé dont les éléments sont assimilables à un seul qui se répète.

Le rapport de *tout* et de *partie*, de *contenant* et de *contenu*, est constamment lié au rapport de *grandeur*, en sorte que l'on ne peut se représenter le tout que comme *grand* eu égard à la partie qui est dite *petit;* et ces deux termes sont corrélatifs. Ainsi les quantités et les nombres sont des grandeurs parce qu'ils sont des touts, et il est clair que la grandeur se mesure tout autant que se mesurent les quantités dans lesquelles on l'envisage. On a coutume d'appliquer le mot *grandeur*, et à des touts mesurables, et à des touts non mesurables ou dont aucune partie ne peut jouer le rôle d'unité ; au contraire, on appelle exclusivement quantités les touts dont la mesure est regardée comme possible. Cette différence est importante : il suffit de la signaler comme une définition de mots.

On dit aussi communément, et l'on démontre, qu'un genre de grandeurs susceptibles de mesure est celui dont les éléments se laissent caractériser comme exactement et précisement *égaux* à d'autres éléments de même nature. En effet, la partie, prise pour unité d'un tout, doit pouvoir être identifiée avec d'autres parties du même tout : c'est la condition de composition et d'existence de la quantité; et l'égalité qu'on réclame exprime la possibilité de définir le rapport de grandeur par le rapport de nombre. Au contraire, quand une grandeur

n'est pas mesurable, on peut bien lui reconnaître une *intensité* et des *degrés* (ex. : la volonté, les passions, etc.); mais ces degrés, en tant que parties égales et unités de nombres concrets, n'offrent pas une signification claire. Là est une limite infranchissable des sciences mathématiques.

Le principe énoncé plus haut comme le fondement de la numération peut s'énoncer clairement au point de vue du rapport de tout et de partie dans le nombre : *Le tout de plusieurs touts est identique avec le tout de leurs parties.*

On voit que l'arithmétique est une science purement analytique, une fois posée la synthèse qui donne le nombre (Voyez l'appendice II).

§ XXX.

Loi de POSITION.

POINT, ESPACE, ÉTENDUE.

Analyse des trois dimensions. — Principes de la géométrie.

Rien en soi n'est donné à la connaissance. Cette vérité a été reconnue tout spécialement en ce qui concerne l'espace et le temps (§§ VIII et IX). L'espace et le temps se présentent donc à nous comme rapports, ou ensembles de rapports, qu'il s'agit d'analyser.

Ces rapports n'appartiennent pas exclusivement à la catégorie du *nombre* ou de la quantité abstraite : ils en subissent l'application comme quelque chose de primitivement étranger : le nombre est relatif à l'unité, mais toute quantité concrète, de l'ordre du temps et de l'espace, n'admet sitôt telle unité pour mesure

qu'elle n'en admette autant qu'on veut, différentes les unes des autres ; le nombre est discret, tandis que la quantité d'espace ou de temps nous offre un caractère propre, original, irréductible : la continuité.

Ces rapports ne sont pas non plus de simples cas particuliers de la *qualité*, attendu que, touchant une qualité quelconque, les questions, *où* et *quand* peuvent se poser. Ajoutons qu'ils s'appliquent aux phénomènes en général, indépendamment de tout devenir de ces mêmes phénomènes, et que le changement les a pour conditions, non pour conséquences. Il y a donc de certaines synthèses propres aux phénomènes en tant que soumis à des *rapports de position dans l'espace et dans le temps*.

Où et *quand* sont des synthèses vagues de la position; ils impliquent deux formes corrélatives : certaines *limites* des phénomènes, certains *intervalles* des phénomènes.

Si nous tentons de nous représenter la limite sans l'intervalle, quelque marche que nous suivions pour y parvenir, encore faudra-t-il distinguer cette limite, qui ne saurait subsister sans rapport à rien ; or la limite, déterminée de position, exige d'autres limites posées, et nous ramène inévitablement à un intervalle quelconque.

Si au contraire nous voulons nous représenter l'intervalle sans la limite, ou nous devrons pour cela reculer de plus en plus des limites antérieurement posées, ce qui n'a pas de fin, et nous n'atteindrons pas la représentation cherchée ; ou nous ne poserons sous

les noms d'espace et de temps que des abstractions de l'intervalle illimité, qui n'auront plus rien du *où* ni du *quand*, ne seront pas directement accessibles, et en un mot, ne s'obtiendront, ne se définiront que par la négation de la limite même dont il fallait éviter l'emploi.

Ainsi la détermination de position; dans le sens le plus général, se fait par la synthèse de deux formes négatives l'une de l'autre, l'une et l'autre indispensables, et toujours indissolubles : la limite et l'intervalle.

Les positions d'espace et de temps, réunies ci-dessus, se distinguent radicalement en ce que le *où*, signe de la première, concerne les rapports d'*extériorité*, et le *quand*, signe de la seconde, les rapports de *successivité*. Ces deux ordres de rapports forment deux catégories différentes. Je réserverai dans la suite le nom de *position* aux premiers, en appliquant aux autres le nom de *succession*.

Commençons par l'analyse de la position.

La limite élémentaire de position, celle dont tout intervalle est nié par abstraction et par hypothèse, est le *point*. Entre deux points quelconques nous nous représentons un intervalle. Dans cet intervalle un point peut être fixé. Les points posés, pris deux à deux, comprennent entre eux de nouveaux intervalles quelconques : nous ne pouvons poser ni deux points qui se touchent sans se confondre, ni deux points qui ne se touchent pas et entre lesquels il ne soit possible d'en poser autant d'autres qu'il nous plaira. Telle est

la loi de continuité. L'intervalle ne se compose pas de points en nombre donné, mais il admet la possibilité d'en établir arbitrairement et indéfiniment.

Nous faisons abstraction de tout rapport de distance entre les points ainsi posés, de tout rapport de quantité entre les intervalles. Mais indépendamment de l'ordre de contenance alors écarté, nous nous représentons ici une loi propre des positions respectives des points *imaginés*, lorsqu'il n'y a pas d'intervalle de deux points dans lequel nous ne supposions d'autres points, et qu'en même temps d'autres points possibles demeurent en dehors de cette série. Cette loi a le nom de *figure*, et dans le cas présent, où les limites sont des points pris deux à deux, la *figure* est l'*étendue linéaire*, la *ligne*.

La ligne en général est donc *la synthèse de l'interposition des points possibles entre deux points quelconques, et procédant des uns aux autres suivant une certaine loi*. C'est ainsi que *le nombre est la synthèse de l'un et du multiple :* l'*un* correspond au *point*, le *multiple* à l'*intervalle*, l'*étendue* au *nombre* ou au *tout ;* mais l'*un* est partie du *nombre* et le *point* n'est pas partie de l'*étendue*, différence très grave d'où nous verrons naître les difficultés relatives à la mesure de deux étendues quelconques par la même unité. (Voyez § XXXII.)

Considérons maintenant deux étendues linéaires distinctes; nous pouvons les prendre elles-mêmes, une fois formées, pour des limites d'ordre nouveau entre lesquelles se place un autre genre d'intervalle, celui

que nous érigeons en continu par l'interposition d'un nombre indéfini de lignes entre les deux premières, suivant une certaine loi. Nous obtenons ainsi la *surface,* nouvelle sorte de figure qui sera complétement limitée lorsque les limites linéaires quelconques se joindront pour ne former qu'un *périmètre.*

La surface en général est *la synthèse de l'interposition des lignes possibles entre deux étendues linéaires quelconques, et procédant des unes aux autres suivant une certaine loi.*

Enfin deux étendues superficielles distinctes comprennent un nouvel intervalle, qui nous apparaît continu par la représentation d'un nombre indéfini de surfaces interposées entre les premières suivant une certaine loi. Nous parvenons ainsi à l'intervalle complet et définitif, au delà duquel il ne s'en trouve plus que d'autres semblables, qui reculent les limites du premier suivant une loi identique. Cet intervalle est le volume ou *étendue* en général, étendue complétement limitée quand les limites superficielles quelconques se joignent et ne forment qu'une *périphérie.* Les limites du volume se réduisent de proche en proche à des points, si l'on remonte aux définitions de la surface et de la ligne; mais on ne saurait envisager ces points directement sans les supposer indéfinis de nombre, et de plus liés par une loi : cette loi c'est la surface, à laquelle on se trouve ainsi ramené, et dont les limites propres exigent une autre loi qui est la ligne. Au reste, notre analyse aurait pu suivre cette marche et descendre de la synthèse la plus générale aux synthèses partielles ; et

c'est ainsi que procèdent ordinairement les géomètres; mais alors la loi de continuité aurait été supposée et non développée.

Le *volume* en général est donc la *synthèse de l'interposition des surfaces possibles entre deux étendues superficielles quelconques*, ou mieux, comme dans ce cas l'intervalle se remplit et cesse d'être figuré, tracé suivant une loi, la *synthèse de l'interposition des points possibles dans un ordre quelconque entre des points régis par la loi de surface*.

Généralement nous poserons l'*étendue* comme la *synthèse du point et de l'espace*, si, d'une part, nous remarquons que les limites quelconques aboutissent au point; si, de l'autre, nous usons du droit de déterminer le sens des mots pour affecter le mot *espace* à la représentation de l'intervalle quelconque, abstraction faite de la limite, et le mot *étendue* à l'espace limité ou synthèse de l'intervalle et de la limite.

Les définitions précédentes renferment quelque vague, et la représentation des trois dimensions n'en ressort pas nette. Ce vice qu'il faut corriger maintenant était peut-être inévitable : il y a un effort d'abstraction à présenter l'analyse des rapports fondamentaux de position, ou figure, en écartant les rapports de grandeur, de quantité, de tout et de partie, qui s'y joignent constamment. La géométrie implique ces derniers aussi bien que les autres, et les principes de cette science ne peuvent être bien compris que dans l'ensemble. Il nous reste donc à restituer à la génération

des rapports fondamentaux de l'étendue les éléments que nous en avons distraits.

Les intervalles linéaires graduellement déterminés par l'interposition de limites nouvelles entre des limites données, sont toujours des contenants et des contenus, des touts et des parties ; la ligne se compose de lignes, et sa continuité, sous ce point de vue, est une divisibilité indéfinie. On entrevoit donc la possibilité de mesurer la ligne, qui prend alors le nom de *longueur*, en la comparant comme multiple à quelqu'une de ses parties prise pour unité : la longueur est quantité et nombre. Mais il faut, pour obtenir cette mesure, établir une relation constante entre la ligne qui primitivement se définit par une loi de position ou de figure, et cette même ligne envisagée maintenant sous un rapport de quantité. Cette relation est tout d'abord donnée dans la proposition synthétique qui identifie le *droit* et le *plus court*, entre deux points, dans une ligne *unique*.

La ligne droite est celle *dont les points se suivent en se couvrant*, ou encore *dont les points ne laissent entre eux aucun intervalle superficiel*. Ces définitions équivalentes ont été proposées sous plusieurs formes ; elles ne deviennent fécondes pour la géométrie que lorsque la représentation du *droit*, qu'elles signalent, se joint à celle de l'*unique donné* et du *plus court ;* d'où cette proposition, dont on a tort de faire une définition nominale : *la droite est la ligne de moindre longueur entre deux quelconques de ses points ;* d'où encore l'axiome :

Deux points limitent toujours une droite et une seule.

Nous possédons avec la droite, et la notion de *direction*, qui seule figure clairement la première dimension de l'étendue, et la notion de *distance*, intimement liée à celle de direction. Au moyen de la droite, et d'elle seule, se déterminent les éléments des autres lignes : ce qui d'un point à l'autre d'une ligne change suivant une loi, et modifie la figure, c'est la direction ; ce qui permet de définir la position d'un point avec exactitude, c'est la distance ; enfin la longueur ne peut que rarement se mesurer sans recourir à la droite (cas d'égale courbure), et, même alors, on se la représente rectifiée.

Passons à l'interposition des lignes possibles entre deux lignes données. La loi qui engendre alors une surface implique des rapports de quantité, non moins que de figure. L'étendue superficielle est contenante et contenue, elle a des parties, et sa continuité par interposition de limites est aussi une divisibilité indéfinie. Or il se trouve ici, comme pour les points interposés entre deux points, une loi élémentaire qui unit les deux sortes de rapports.

Le plan, la plus simple des surfaces, est celle *dont les lignes se suivent en se couvrant*, ou *ne laissent entre elles aucun intervalle de volume*. Il est vrai que l'on croit définir le plan *une surface telle que deux quelconques de ses points étant joints par une droite, cette droite s'y trouve située tout entière*. Mais l'existence d'une telle surface ne peut jamais s'établir que sur une représentation immédiate ; or la représentation du *plan* comme *réglé* et celle du *plan* dans lequel *les li-*

gnes quelconques se suivent et se couvrent sans intervalle de volume, sont une seule et même chose. Le plan consiste donc en une intuition du droit et de la direction, non plus par la ligne entre des points, mais par la surface entre des lignes. Cette propriété de position du plan se joint à une propriété de quantité par ce principe, analogue à la définition vulgaire de la droite : *La surface plane est la surface de moindre étendue entre deux quelconques de ses lignes terminées aux mêmes points*. Il s'agit donc ici d'un jugement synthétique, et c'est assez dire que la proposition n'est ni démontrée ni démontrable. On ne démontre pas mieux que *trois points, non en ligne droite, ou deux droites qui se coupent, déterminent un plan ;* c'est-à-dire que par ces trois points ou par ces deux droites, on peut faire passer un plan, et l'on n'en peut faire passer qu'un ; car les démonstrations proposées ne sont au fond qu'un appel à l'intuition.

La loi du plan s'emploie à la détermination exacte des surfaces, comme la loi de la droite à la détermination exacte des lignes. C'est par le plan que se jugent la direction d'une surface et ses variations (plans tangents). C'est au plan, comme système de repères, que se rapportent le plus généralement les distances qui déterminent les positions des points d'une surface ou d'une ligne non plane ; et c'est en la supposant décomposée en éléments plans, même alors qu'elle n'est pas développable, que nous nous représentons la quantité d'une étendue superficielle.

Une première dimension de l'étendue nous a été

donnée distinctement dans la représentation de la droite ou direction simple ; le plan nous apporte les deux autres. Deux droites qui, à partir d'un point commun, s'étendent en divergeant, c'est-à-dire suivant des directions différentes, marquent en effet deux dimensions dans un plan, *longueur* et *largeur;* et toute droite dirigée hors du plan des deux autres à partir du même point marque la troisième, *hauteur* ou *profondeur*.

Pour achever ce que nous avons à dire des principes propres de la géométrie, irréductibles et indémontrables, il nous reste à parler de la mesure de la direction et de la notion de similitude.

L'angle est la figure formée par deux droites qui divergent à partir d'un point. Entre deux telles droites, et sur leur plan, on peut s'en représenter tant d'autres que l'on veut, toutes dirigées de la commune origine ; et chacune de celles-ci forme avec l'une quelconque des précédentes un nouvel angle. Or, d'une part, les angles qui ont un côté commun établissent des rapports de direction de diverses droites comparativement à une même droite donnée ; de l'autre, ils se présentent respectivement comme contenants et contenus, de sorte qu'au rapport de direction (*figure, position*), un rapport d'écartement plus ou moins grand (*quantité*) vient se joindre, et la mesure de la direction est possible. Il ne s'agit que de trouver la double unité de cette mesure, à savoir, une direction relative de deux droites, déterminée, unique, jointe à une quantité d'écartement déterminée et unique. Or la *perpendicularité* satisfait le mieux à cette condition, parce

que *d'un point donné sur une droite on peut mener une autre droite tellement dirigée qu'elle forme avec la première des angles égaux de part et d'autre.* Dès que cette proposition est admise, il est aisé de démontrer que la *direction perpendiculaire est unique, tous les angles droits égaux, et la somme de deux angles adjacents constante.* Mais on voit que la proposition fondamentale de la perpendicularité est un jugemnet synthétique, et je n'en ferais pas même la remarque après ce qui précède, si ce n'était qu'on prétend la démontrer, et que les écoliers sont tenus d'en apporter la preuve, nécessairement plus obscure que le sujet, si brève qu'on la fasse.

Passons de la divergence à l'égalité de direction : c'est le *parallélisme. Deux droites sont ou ne sont pas parallèles selon que, coupées par une certaine transversale donnée, elles ont par rapport à celle-ci la même direction sur un même plan ou des directions différentes.* Au rapport de position ainsi déterminé se joint un rapport de distance, car il faut poser que deux droites parallèles diffèrent de deux droites non parallèles, sur un plan, en ce que *celles-ci suffisamment prolongées se rencontrent toujours, et les premières non.* Or, la définition se généralisant au moyen du principe, on peut prouver que deux parallèles sont partout *équidistantes,* en sorte que toute la théorie revient à ceci : *L'équidistance et l'identité de direction appartiennent à un seul et même groupe de deux droites sur un plan.* On est libre d'ailleurs de prendre la définition pour principe, et ré-

ciproquement ; on est libre de varier la forme du principe ; mais la synthèse primitive et indémontrable de la position et de la quantité demeure toujours. Ainsi s'expliquent les longs et inutiles efforts que plusieurs géomètres ont faits pour démontrer la théorie des parallèles *sans postulat.* Ils n'apercevaient pas les postulats analogues renfermés dans la thèse de la perpendicularité, dans les définitions de la droite et du plan, et dans l'axiome qui fixe un rapport de quantité entre cette ligne et cette surface et toutes autres lignes ou surfaces qui partagent leurs limites. Enfin l'attention semble ne s'être jamais portée sur certain principe aussi nécessaire que mal énoncé, sans lequel on ne parviendrait point à faire, avec des lois de position d'un côté et des lois de quantité de l'autre, une seule et même géométrie : *Deux étendues déterminées sont égales lorsque, placées l'une sur l'autre, elles coïncident.* Je trouve dans cette proposition plus qu'une définition nominale, car ce sont choses distinctes, quoique si étroitement unies, que la coïncidence des éléments de figure, obtenue par superposition, et l'égalité des étendues que ces éléments limitent.

La notion de similitude enveloppe aussi deux lois très distinctes : une de quantité : l'égalité des rapports numériques des couples de droites qui joignent des points homologues dans les figures semblables ; une de position ou de figure : l'existence même de ces points homologues, l'ordre dans lequel ils s'enchaînent, et l'identité des directions relatives des éléments linéaires envisagés de part et d'autre. Aussi, les propositions

qui établissent la dépendance réciproque de ces lois (dans les triangles où les conditions de similitude sont très simplifiées) s'appuient sur les propriétés des parallèles ; et celles-ci impliquent le postulat, dans lequel les relations de figure et de quantité sont déjà unies comme nous l'avons vu.

Il s'ensuit de nos définitions, ou plutôt de notre analyse première, que la ligne est limitée ou terminée par le point, la surface par la ligne, et le volume par la surface. Si de la génération synthétique de ces diverses fonctions de la limite et de l'intervalle, nous tentions de faire disparaître un des deux éléments indispensables : la représentation d'une limite quelconque, nous serions seulement rejetés dans cette synthèse confuse où la limite s'éloigne, et se dissimule sans s'évanouir. Lors donc qu'une ligne ou une surface sont posées *indéfinies*, c'est plutôt *indéfiniment prolongées* qu'il convient de les nommer ; et le prolongement n'est rien de plus que l'extension d'une loi définie au delà des premières limites qui ont servi à sa définition, et vers d'autres limites présentant les mêmes rapports que les précédentes. Gardons-nous de confondre cet *indéfini*, c'est-à-dire cette possibilité de prolonger chaque fonction selon sa loi propre, avec l'*infini* que certains auteurs font intervenir et qui, non seulement n'est point une représentation, mais encore exclut toute représentation possible (1).

(1) Voyez à l'appendice III, à la fin du volume, divers développements de détail sur le mode habituel d'explication des éléments de la géométrie.

Tels sont les principes de la géométrie, science qu'on pourrait appeler l'*analyse de l'étendue*. Ces principes sont des jugements synthétiques *à priori*, parce que les représentations propres à la catégorie de *position*, à savoir les lois de figure, ne se déterminent exactement que par l'application des rapports de distance, lesquels en tant que mesurés appartiennent à la catégorie de la quantité ou du *nombre*. Ainsi la géométrie procède de synthèses données entre les éléments de deux catégories; mais elle n'en suit pas moins une marche analytique, en cela semblable aux autres sciences, qui toutes se proposent uniquement de développer le contenu de leurs données premières. Ajoutons que, indépendamment des jugements synthétiques que nous avons signalés et qu'on a coutume de désigner sous le nom d'*axiomes*, la géométrie a des axiomes d'une autre nature qu'elle emprunte à la catégorie de quantité, et qui sont analytiques comme tout ce qui se rapporte exclusivement au nombre. L'arithmétique est pure analyse, une fois le nombre posé, parce que son objet est renfermé dans une catégorie unique, et qu'il lui est donné de pouvoir faire abstraction de toute représentation étrangère.

L'analyse de la catégorie de position a été pour nous celle des principes de la géométrie, et c'est la marche la plus exacte que nous ayons pu suivre. Toute autre définition de cet ordre de rapports, avec une abstraction convenable, est d'ailleurs impossible; mais on peut signaler les synthèses de l'étendue avec d'autres catégories, et se rapprocher par là de cette notion

complexe de l'*espace* habituellement présente à la pensée :

Avec la catégorie de *nombre :* Nous avons déjà vu l'étendue paraître comme quantité ; cette circonstance, non plus que les rapports fondamentaux d'intervalle et de limite, ne sont suffisamment indiqués dans la définition vague de Leibniz : *L'espace est un ordre des coexistants.*

Avec la catégorie de *qualité :* La limite, l'intervalle et l'étendue sont constamment applicables aux représentés de l'intuition (imagination, sensation) ; et c'est en cela que Kant a pu définir l'espace une *forme de la sensibilité.* Ces représentés immédiats sont les attributs de certains sujets, et par conséquent des qualités. Mais j'ajouterai que les phénomènes de tout ordre, tant représentatifs que représentés, et quelque abstraits qu'on les suppose d'abord, se rapportent finalement, d'attribut en attribut, comme qualités, à des sujets (ensembles de phénomènes) donnés sous les lois de l'étendue. Il n'y a donc pas un phénomène à propos duquel, indirectement au moins, une question de lieu ne puisse être posée. Toute la différence à cet égard consiste en ce que les qualités de *forme sensible* sont aussi des quantités, et comportent par elles-mêmes la limite et l'intervalle, tandis que les qualités de *forme intelligible*, n'ayant point de parties, ne s'assujettissent à ces sortes de rapports qu'au moyen d'autres phénomènes auxquels elles sont jointes, et sans qu'il soit possible de les déterminer de position directement et précisément. Il n'en est pas moins vrai qu'elles sont

toutes localisées de quelque manière, et la représentation est toujours impuissante à envisager un phénomène quel qu'il soit sans le placer *quelque part.*

Enfin, avec les catégories du *temps* et du *devenir :* Lorsque le sujet du changement est donné d'une manière expresse et directe sous des rapports de position, nous voyons paraître le mouvement dont l'analyse nous occupera d'une manière spéciale. C'est au point de vue de la synthèse du devenir et de l'étendue (sans égard à la catégorie de causalité), que Descartes a identifié l'*espace* à la *matière;* et, après lui, Spinoza l'a considéré comme *l'un des deux attributs de la substance unique.*

§ XXXI.

Loi de SUCCESSION.

INSTANT, TEMPS, DURÉE.

Nous avons reconnu les éléments de la loi de *succession* en ce qu'elle a de commun avec la loi de *position.* Or celle-là est beaucoup plus simple que celle-ci, et peu de mots suffiront pour la préciser.

La limite de succession est l'*instant*, l'intervalle est le *temps :* on remarquera que ce dernier terme, que l'usage fait tantôt déterminé, tantôt indéterminé, doit être pris ici dans sa généralité la plus indéfinie. La synthèse de l'intervalle et de la limite, ou de l'instant et du temps, est la *durée.* Ce mot désigne donc pour nous un temps déterminé. Une exacte analyse oblige à restreindre ou à modifier le sens des termes auxquels on attribue dans le langage une valeur quelquefois iden-

tique et quelquefois très différente, et entre lesquels on échange à volonté les rôles.

Dans l'intervalle défini de deux instants quelconques, d'autres instants se placent arbitrairement et indéfiniment, sans quoi l'instant serait autre chose qu'une limite et l'intervalle autre chose qu'un intervalle : on ne peut se représenter ni deux instants sans intervalle qui ne soient confondus, ni un intervalle dans lequel il n'y ait place pour d'autres limites. La *durée* est donc *une synthèse de l'interposition des instants possibles entre deux instants donnés.*

Telle est la continuité de durée sous la forme la plus abstraite. Remarquons maintenant que l'interposition des instants est aussi la multiplication des intervalles en nombre indéfini, dans un intervalle quelconque. Les intervalles successifs, comptés de la même limite originelle, sont des touts dont les intervalles précédents sont les parties. Sous ce rapport (de contenant à contenu), la durée est une quantité, la durée se compose de durées, et peut se mesurer au moyen d'une certaine durée prise pour unité, si l'on parvient de quelque manière à fixer celle-ci dans la représentation. Enfin la continuité nous apparaît comme la divisibilité indéfinie de la durée.

La synthèse qui forme la durée est simple et unique ; la durée n'a qu'une loi ; la durée n'a qu'une dimension, qu'une direction et qu'une figure, pour ainsi dire, et cette figure est comparable à la droite parmi les synthèses qui forment l'étendue. En effet, la droite présente deux points limites, et procède de l'un à l'autre,

en se composant d'éléments rectilignes eux-mêmes ; ainsi va la durée d'un instant, à l'autre, sans s'écarter, sans se prêter à différentes figures : toute la différence gît dans la substitution de la successivité à l'extériorité. De là vient que la catégorie de succession n'est pas le sujet d'une science propre, d'une science analogue à la géométrie. Mais l'étude des phénomènes combinés de l'étendue et de la durée, dans la catégorie du devenir, ouvre une longue série de spéculations nouvelles que nous aborderons plus loin.

La possibilité de déterminer, d'une manière générale et abstraite, les fonctions numériques des parties de l'étendue tient à la variété des lois de génération de la figure à partir d'un point quelconque. C'est sur ce fondement que nous établissons la mesure des lignes en laissant l'unité indéterminée. S'il n'existait qu'une dimension et qu'une direction constante, en sorte que les limites possibles de position fussent toutes représentées sur une droite unique, il est hors de doute que, concevant, d'une manière générale, un rapport de contenance entre les parties rectilignes, et par suite une mesure implicite, nous n'aurions pourtant pas de moyen plus exact d'effectuer cette mesure que de fixer, puis d'appliquer certaine unité arbitraire par l'usage des sens : nous serions réduits, dans cette hypothèse étrange, à construire un étalon matériel et à nous en contenter. Tel est précisément le cas de la durée, si ce n'est que nous manquons en outre d'étalon : chacun sait que les intervalles de succession des phénomènes, envisagés directement dans la sensation et dans la

pensée, ne sont pas même grossièrement comparables.

Ainsi la durée nous est représentée mesurable, et cependant nous ne pouvons ni comparer ses parties elles-mêmes, ni les lier par des fonctions numériques propres, ceci à raison de la simplicité de la loi de succession, qui au premier abord semblerait devoir donner une facilité plutôt qu'apporter un obstacle. C'est le mouvement qui permet la mesure indirecte de la durée ; le mouvement, dans celui des deux éléments qui le constituent qui est autre que la durée : l'étendue. Je reviendrai ailleurs sur cette question.

La *durée* forme des synthèses avec les sujets de toutes les autres catégories. La définition vague de Leibniz : *Ordo existentium sed non simul*, est relative à ce point de vue très général. On a regardé aussi la *durée indéfinie* comme un *mode de la substance.*

La *durée* jointe au *nombre* et au *devenir* a suggéré cette belle définition à Aristote : *Le temps est mouvement, en tant que le mouvement a nombre ; le temps est le nombre du mouvement quant à la succession.*

La *durée* jointe au *devenir* et à la *qualité*, dans la *conscience*, revêt le caractère qui explique la définition de Kant: *Une forme de la sensibilité*. Tandis que l'*espace*, auquel ce philosophe affectait le même énoncé général, est, suivant son langage, une forme des phénomènes donnés intuitivement, le *temps* est plus particulièrement une forme des faits de la conscience empirique et de la mémoire. Ces derniers faits se rapportent à de certains groupes ou sujets dont ils sont les attributs variables (catégorie de *qualité*, catégorie de *deve-*

nir). Nous dirons donc, seulement, que les relations ainsi définies impliquent des rapports de succession. Et cette propriété n'est point bornée aux modes sensibles ou qui relèvent de l'expérience immédiate. La *durée* est une loi conditionnelle, au fond, des attributions de toute nature, parce que de qualité en qualité, quelque arbitraire que soit d'abord une proposition et quelque indépendante de toute succession, on parvient finalement à des sujets, ensembles de phénomènes représentés *dans le temps* et en dehors desquels aucun attribut ne peut subsister.

Enfin, toute représentation relative aux catégories de *causalité*, de *finalité* et de *personnalité*, non moins que de *devenir*, implique éminemment comme conditions des rapports de succession.

§ XXXII.

Mesure de la position par le nombre : — Valeurs positives et négatives. — Mesure du continu par le nombre : — Les fractions, les incommensurables, les limites. — Question de l'infini.

Prenant pour base les lois combinées de position et quantité que nous avons esquissées, la géométrie s'établit, et procède au développement de ses données par la considération directe des figures. Mais cette science atteint un plus haut degré de généralité en ramenant les rapports dont elle fait l'investigation à de simples rapports de nombre. Ce n'est pas que ses théorèmes relèvent jamais exclusivement de la caté-

gorie du nombre; mais, quand une fois les principes sont posés, le travail de la déduction et de la recherche peut, à la rigueur, se réduire à l'analyse des relations numériques envisagées dans l'étendue.

Tel est le sens de la méthode qui a pris le nom de *géométrie analytique ou application de l'algèbre à la géométrie*. Trois axes divergeant d'un point, tracés arbitrairement d'ailleurs, pourvu que ce ne soit pas sur un même plan, correspondent aux trois dimensions, et servent de repères pour la détermination de tous les points possibles (1). Les *coordonnées*, estimées numériquement à l'aide d'une unité linéaire, font connaître les positions, et tout rapport de position se rattache ensuite aux rapports mutuels des divers groupes de nombres qui conviennent à divers points.

Deux difficultés considérables se présentent, l'une propre à l'application de la méthode algébrique, l'autre que toute géométrie doit résoudre.

La première tient à une différence essentielle entre la nature de la *direction* et celle du *nombre*. Toute direction à partir d'un point quelconque est susceptible de deux sens opposés, en sorte qu'on pourrait, à ce point de vue, compter d'une origine quelconque des coordonnées deux dimensions pour une, et, suivant chacune de ces dimensions qui ne diffèrent que par le sens, des grandeurs linéaires indéfiniment croissantes; au contraire, le nombre se compte à partir de

(1) Je ne mentionne ici que le système le plus usuel, mais ce que j'ai à en dire s'appliquerait également à tout autre.

l'unité abstraite, au-dessous de laquelle il n'y a rien, et ne possède que le sens additif. Il en est de même de la quantité, bien que concrète ou appliquée à l'étendue; car si la divisibilité de l'unité arbitraire donne lieu alors à une espèce de sens régressif pour la numération du *quantum*, il n'est pas moins vrai que cette numération nouvelle se fait à l'aide d'un changement graduel et continuel de l'unité désignée, et non par la sommation indéfinie de la même unité dans un sens nouveau, ce qui est toute autre chose. De là proviennent les valeurs dites *négatives* que présente le calcul appliqué aux questions géométriques. La difficulté ainsi proposée, et débarrassée des nuages dont l'entourait l'ancienne métaphysique, se laisse résoudre par la considération d'un terme de comparaison autre que l'unité pour les nombres ou quantités engagés dans le calcul. Les *nombres négatifs*, indispensables dans la géométrie analytique, ne sont intelligibles que comme symboles conventionnels de certaines relations dont la signification apparaît moyennant l'intervention du nombre sous-entendu dont on doit les soustraire : et géométriquement ceci s'entend d'un choix convenable du système des axes. Mais je n'insisterai pas davantage ici (1).

La seconde difficulté provient aussi d'une différence entre le nombre ou la quantité catégorique, d'une part, et les grandeurs envisagées dans l'étendue et la durée,

(1) Voyez, pour les développements que cette théorie exige, l'appendice IV à la fin du volume.

de l'autre. Ces dernières sont *continues*, c'est-à-dire que l'une quelconque d'entre elles se divise en autant d'autres grandeurs que l'on veut par l'interposition de limites nouvelles entre ses limites. Mais le nombre et la quantité concrète quelconque (dès que celle-ci est évaluée numériquement, et que le choix d'une unité a été fait) sont des grandeurs *discrètes*. Toute la question est de savoir comment il est possible de réduire aux lois du nombre les lois du continu, de représenter celles-ci par celles-là, et de n'en faire qu'une seule étude.

Le problème, à son moindre degré, pour ainsi parler, est résolu par l'usage des fractions qui forment un premier trait d'union du nombre et du continu. La fraction, en effet, tient du nombre par ses deux termes, qui sont des nombres, et du continu par sa signification, relative à une unité indéfiniment divisible ; elle diffère du nombre en ce que l'unité abstraite, dont la répétition forme celui-ci, ne saurait sans contradiction être supposée divisée, et du continu, parce qu'elle ne l'exprime jamais tout entier. La fraction est un signe adapté à la représentation d'une ou de plusieurs parties d'un continu divisé en un nombre quelconque de parties égales. L'unité qui symbolise ce continu lui-même est donc un véritable nombre concret, et, de plus, un nombre quelcônque (1).

Je dis que les fractions ne s'étendent pas à l'expres-

(1) Voyez à l'appendice V, 1re partie, comment les règles du calcul des fractions se déduisent de ce principe.

sion du continu tout entier, et c'est ici que paraît le second degré du problème. Les grandeurs incommensurables, dont l'existence se révèle au mathématicien dès les premiers pas qu'il fait dans sa science, ne permettent de représenter leurs rapports ni par des nombres, ni par des fractions, ni même en conséquence par des quantités abstraites, suivant la définition rigoureuse du quantum à laquelle on a souvent le tort de ne pas s'attacher. Que faut-il voir sous ces rapports prétendus? Des relations proposées entre grandeurs données, relations d'une espèce particulière qui présentent ce double caractère : 1° de ne pouvoir être définies sans erreur par une quantité abstraite désignée, quelle qu'elle soit; 2° de pouvoir être remplacées par une série de quantités abstraites désignées, telles que l'erreur indéterminée résultant de leur adoption soit moindre que telles autres quantités, quelque petites qu'on veuille se les proposer.

Ce n'est point procéder exactement que d'admettre ici l'existence de certains rapports implicites dont l'expression peut s'obtenir à tel degré d'approximation qu'on le désire, puisqu'on se contredit en supposant ainsi une mesure commune de ce qui n'a point de commune mesure, et un rapport numérique entre grandeurs définies, précisément, comme n'ayant pas de rapport au sens rigoureusement arithmétique de ce mot. Les grandeurs incommensurables, en effet, sont bien des grandeurs dont le rapport ne saurait être assigné, et cela non pas de fait seulement, mais en théorie et démonstrativement, sur les principes les plus clairs et les plus arrêtés de la

science. On ne fait donc qu'obéir aux traditions d'une sorte de réalisme mystique, au fond contradictoire, lorsque l'on étend outre mesure, et sans se bien comprendre soi-même, le sens de ces mots *nombre*, *quantité*, *rapport*, pour admettre l'existence de *nombres incommensurables*, de *quantités incommensurables*, de *rapports incommensurables*. Un rapport incommensurable, suivant ce langage, est un rapport entre deux termes qui n'en ont point, ou je ne sais ce que c'est.

Il ne s'ensuit pas de là que les rapports entre des grandeurs géométriques quelconques ne puissent être introduits dans le calcul, et qu'il faille ainsi renoncer à la généralité de l'algèbre, dans les applications. Il suffit de considérer toute quantité dont le rapport à quelque autre est exprimé, et que l'on supposerait n'être pas commensurable avec elle, comme augmentée ou diminuée d'une quantité indéterminée convenable, dont la valeur discrétionnaire soit plus petite que toute valeur assignée de fait, quelque petite que soit celle-ci. Si ces quantités accessoires étaient réellement introduites, il est clair que l'erreur amenée par leur emploi dans les données de l'analyse serait moindre qu'une quantité assignée quelconque et par conséquent assignable de fait : ceci en vertu d'une définition à laquelle on ne peut s'opposer en théorie. D'autre part, on prouverait que les résultats de cette même analyse ne diffèrent que d'une quantité du même genre, c'est-à-dire inassignable de fait, de ceux qu'on aurait obtenus en soumettant au calcul les quantités proposées comme si elles étaient toutes commen-

surables. Il s'ensuit de là qu'on peut opérer sans inconvénient sur les données d'un problème, et n'avoir nul égard à la correction voulue quant aux rapports entre grandeurs incommensurables qui y figurent, pourvu qu'on interprète exactement les solutions, en évitant d'y attacher une signification inacceptable en toute rigueur. Voilà pour les théories ; quant à l'application et aux déterminations numériques, à quelque point de vue qu'on veuille se placer, les approximations seules sont possibles : la pratique réduit à néant les prétentions de ceux qui pensent obtenir, par la vertu des signes, la mesure de ce qui, par hypothèse, n'est pas mesurable (1).

Mais la géométrie se propose un objet plus hardi et plus difficile que celui d'appliquer l'analyse aux grandeurs incommensurables. Il faut serrer de plus près l'expression du continu par le nombre, quand on veut soumettre à ce dernier les rapports quelconques de l'étendue ; car la loi d'un contour figuré, superficiel ou linéaire, que je suppose envisagée dans la relation d'une fonction avec des variables indépendantes, ne se laisse en général pénétrer et approfondir qu'autant que les variations ont lieu par les moindres intervalles possibles. Comment opérer sur de pareils intervalles, et d'abord comment les concevoir ? voilà le problème.

La synthèse qui nous donne la représentation de l'étendue exige *l'interposition possible des limites ou points, en nombre indéfini, entre des limites ou points*

(1) Voyez la 2e partie de l'appendice V.

donnés. La somme de ces points ne peut nous soumettre un continu effectivement divisé en tous ses composants, puisqu'il y a contradiction à poser une telle décomposition comme terminée, une telle somme comme effectuée ; et d'ailleurs des limites ajoutées, quel que soit leur nombre, ne produisent point un intervalle ; d'autre part, un intervalle effectif pris pour unité de mesure, dès qu'il est déterminé, embrasse, si petit soit-il, un nombre indéfini de nouveaux intervalles plus petits, et par conséquent se trouve impropre à représenter la composition du continu, alors même qu'il n'existerait point de grandeurs incommensurables. Or, entre ces deux procédés imaginaires, la mesure par le point, la mesure par un intervalle dernier, il n'y a place pour aucun autre ; donc le problème, en vertu de sa nature même, exclut toute solution directe.

Il y a contradiction, non solution, à se représenter la quantité composée d'éléments sans quantité (les points, les *indivisibles*, etc.), ou de parties qui ne sont précisément ni rien ni quelque chose (les *évanouissants*), ou par la répétition d'une *infinité* d'*infiniment petits*. Toute répétition actuelle et tout nombre effectif sont finis ; toute quantité déterminée est finie ; il n'est donc permis d'accepter de fait, ni un nombre infini ou plus grand que tout nombre assignable, ni une quantité infiniment petite ou moindre que toute quantité assignable, parce que toujours il est possible d'assigner un nombre qui en surpasse un autre et une quantité qui soit contenue dans une autre. Mais si tout ce vocabulaire de l'*infini* se rapporte à des conventions, à

des fictions, à des symboles erronés en eux-mêmes et portant leur correction avec eux, on doit s'en expliquer nettement, et bannir de la géométrie les chimères.

Jusqu'ici je n'ai pas traité expressément de l'infini, mais les considérations précédentes n'ont pas, au fond, d'autre objet. Je n'ai pas dû faire une catégorie de l'infini appliqué à la quantité, puisque je démontre que ce terme n'est point recevable sans contradiction, en tant que loi de représentations actuelles. Or, en tant que loi de représentations possibles, l'*infini* n'est autre chose que *indéfini*, et la différence de ces deux mots est grande. L'indéfini appartient à la même catégorie que la *puissance* ou *possibilité*. L'indéfini mathématique est la série des nombres possibles, comme possibles, et cette série correspond à celle des parties d'un continu que l'on divise. La loi consiste en ce que la représentation de quantités assignables plus grandes et plus petites accompagne la représentation de quantités quelconques actuelles et données. Puisque l'assignable est indéfini, il ne forme donc et ne formera jamais un tout. Il y a contradiction à ce que tout l'assignable soit posé, tout assigné impliquant d'autres assignables. Ainsi l'indéfini ne mène pas à l'infini, mais le supprime.

Je reviens à la géométrie. Le problème que nous avons vu ne point comporter de solution directe se laisse tourner. Une méthode générale et rigoureuse résulte de l'emploi de l'indéfini convenablement symbolisé. Procédons par degrés.

Une fonction donnée et déterminée (comme quantité) est dite la limite d'une fonction qui varie suivant une loi, lorsque la variable s'approche indéfiniment de la constante, sans jamais l'atteindre, mais de manière à pouvoir en différer de moins que d'une quantité assignée, quelque petite que soit celle-ci. Par exemple, les produits de deux facteurs tels que

$$a \cdot \frac{1}{2}a,\ a \cdot \frac{2}{3}a,\ \ldots,\ a \cdot \frac{n-1}{n}a,$$

et ainsi de suite indéfiniment, ont pour limite le produit a^2, attendu que la différence

$$a^2 - \frac{n-1}{n}a^2$$

peut être rendue moindre que $\frac{1}{\delta}$, quelque petite que soit cette fraction donnée, en disposant de n. C'est encore ainsi que les sommes

$$\left(\frac{a}{2}+\frac{a}{4}\right),\ \left(\frac{a}{2}+\frac{a}{4}+\frac{a}{8}\right),\ \left(\frac{a}{2}+\frac{a}{4}+\frac{a}{8}+\cdots+\frac{a}{2^n}\right), \text{ etc.}$$

ont la quantité a pour limite.

Dans les cas de ce genre, toute propriété de la fonction variable, si cette propriété est indépendante de n, doit être considérée comme une propriété de la fonction limite : car elle appartient à une fonction, indéterminée en partie, dont on suppose les valeurs aussi peu différentes que l'on veut de la valeur de la limite ; d'où il suit que celle-ci étant prise pour celle-là, l'erreur dont on voudrait regarder la substitution comme entachée sera démontrée plus petite qu'une quantité assignée quel-

conque, et par conséquent inassignable absolument, et par conséquent nulle.

Nous venons de supposer des fonctions abstraites, numériques. D'ailleurs il s'agissait d'une variable et d'une limite également données, et de propriétés dont le sens devait être clair, soit qu'on les rapportât à l'une ou à l'autre. Considérons maintenant des fonctions concrètes. Tel sera le cas de l'un des exemples ci-dessus, les produits variables étant des rectangles et le produit limite un carré. Les propriétés arithmétiques et géométriques se suivront corrélativement dans tous les états de la variable, et le passage de celle-ci à sa limite ne présentera aucune difficulté, car le rectangle existe encore dans le carré : la nature de la fonction ne change point. Mais il n'en est pas toujours ainsi.

Le cercle est regardé comme la limite des polygones réguliers inscrits ou circonscrits d'un nombre de côtés indéfiniment croissant. Ici, il faut entendre par ces polygones une série de figures qui tendent à coïncider avec la figure circulaire : et en effet on prouvera que toute quantité assignée pour marquer une différence de position de l'une avec les autres sur le plan (la flèche, par exemple) peut descendre au-dessous d'une valeur quelconque. Mais la variable et sa limite sont des fonctions essentiellement différentes : notamment, la mesure du périmètre ou de la surface de l'un quelconque des polygones au moyen de l'unité linéaire est une idée clairement définie, et il n'en est plus de même quand il s'agit de la circonférence et du cercle.

On ne laisse pas d'étendre ou de transporter à la limite les propriétés de la variable, et de conclure de la mesure de celle-ci à la mesure de celle-là. Mais, pour la rigueur, il faut se borner à poser *la mesure d'une quantité définie par une figure indéfiniment approchée de la proposée, mesure dont l'expression générale, dès qu'elle peut être obtenue indépendamment de la grandeur des éléments variables de la fonction, équivaut de fait à la mesure d'ailleurs impossible de la limite.*

C'est sous une semblable signification qu'il est permis d'appliquer aux figures rectilignes dont les dimensions ne sont pas commensurables entre elles, les théorèmes concernant la mesure, établis dans l'hypothèse de la commensurabilité. Autrement la méthode des limites encourrait une objection insurmontable, tirée de ce qu'on y supposerait l'existence d'une mesure de ce qui n'en saurait avoir d'intelligible, à parler rigoureusement. Sans forcer la méthode à donner ce qu'elle ne contient point, on n'en traite pas moins les questions avec une entière généralité et une certitude parfaite ; et, l'approximation demeurant indéfinie tant qu'on ne passe pas aux applications numériques, on résout des problèmes qui semblaient d'abord défier l'analyse (1).

Les cas où la variable et la limite sont ainsi données, arithmétiquement ou géométriquement, sont les plus rares. D'autres fois, la solution d'un problème exige la

(1) Voyez la 3e partie de l'appendice V.

détermination de la limite d'une fonction donnée, et cette fonction est un rapport dont les deux termes décroissent indéfiniment. La limite elle-même sera une fonction de variables, si la question est posée d'une manière générale : exemple, le problème des tangentes aux points quelconques d'une courbe donnée par son équation. Le plus souvent, il s'agit de déterminer une fonction dont on ne connaît autre chose que la limite des rapports des accroissements qu'elle subit aux accroissements de ses variables indépendantes, lorsque ceux-ci deviennent indéfiniment petits : exemple, le problème des aires de courbe. Ici nous arrivons à généraliser la méthode de l'indéfini.

Deux quantités, fonctions l'une de l'autre, peuvent diminuer indéfiniment, tandis que leur rapport conserve des valeurs déterminées quelconques, si prolongée que soit la variation des termes décroissants. Soit $f(x)$ une fonction donnée, h un accroissement indéterminé de x. On vérifiera aisément, pour la fonction puissance, par exemple, la relation

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\varphi(x)+h\psi(x,h)$$

dans laquelle $\varphi(x)$ est indépendant de h, tandis que $\psi(x,h)$ a elle-même une limite lorsque h diminue indéfiniment. Il s'ensuit de là que le rapport de l'accroissement de la fonction à celui de sa variable, deux quantités indéfiniment petites, a pour limite une fonction de x, et par conséquent une valeur finie et déterminée, en général. D'ailleurs on peut se repré-

senter cette loi par des considérations géométriques directes. Si l'on parvient à l'établir pour toutes les fonctions élémentaires, et c'est ce que l'on fera d'une manière ou d'une autre, en les parcourant, on ne devra pas en conclure qu'il est permis de spéculer sur des rapports de variables devenues nulles, car cela n'a pas de sens, et la décroissance indéfinie de la quantité s'oppose précisément à ce que le zéro soit jamais atteint ; mais on en conclura :

Que la fonction *dérivée* d'une autre fonction, et exprimant la limite ci-dessus définie, s'obtient par l'annulation de certains termes dont la diminution est indéfinie comme celle des accroissements de la variable ; d'où il suit que des indéterminées, introduites dans le calcul pour exprimer certaines relations, peuvent ensuite en être éliminées par cette condition posée que leurs valeurs descendent au-dessous de quantités assignées quelconques ; et la forme symbolique de cette méthode est celle-ci : *Introduire concurremment dans le calcul des quantités déterminées, soit constantes soit variables, et des indéterminées indéfiniment petites ; considérer les rapports entre ces dernières comme des valeurs en général finies ; les considérer elles-mêmes comme nulles dans tous les termes qui se réduiraient à zéro en même temps qu'elles, si d'ailleurs ces termes sont en nombre déterminé* (1) *et si l'équation en renferme de finis ; enfin, traiter par les règles ordinaires de l'algèbre les équations*

(1) Dans le cas où ce nombre est indéfini, c'est de la limite de la somme, s'il y en a une, qu'il faut s'enquérir.

posées entre termes tous indéfiniment petits (car alors le calcul porte sur leurs rapports et aucun d'eux ne doit être négligé).

Je suppose ici un seul *ordre de décroissance*. Mais il arrive que certains rapports ont zéro pour limite, tandis que d'autres tendent vers des quantités déterminées et finies au-dessous desquelles ils ne peuvent descendre. Ainsi *a* peut décroître indéfiniment par rapport à *b* et *c*, et de même, en même temps, *b* et *c* par rapport à *d*, le rapport $\frac{b}{c}$ demeurant quelconque. Si donc une équation contient des termes tels que *a*, *b*, *c*, *d*, tout à la fois on devra négliger *a*, *b* et *c* d'après ce qui précède ; et si une équation contient des termes tels que *a*, *b* et *c* seulement, on négligera *a* par la même raison. Dès qu'on a reconnu la possibilité d'introduire dans le calcul des quantités indéfiniment décroissantes (relativement à telles quantités assignées) on est amené à y admettre au même titre les quantités qui décroissent indéfiniment par rapport aux premières ; et, par exemple, les puissances entières successives d'une quantité indéfiniment moindre qu'une autre sont indéfiniment moindres les unes que les autres : rien n'est plus clair ni plus élémentaire. De là des *indéfiniment petits d'ordres successifs* qui découlent les uns des autres par la même loi, et dont la conception n'a rien d'étrange ou de mystérieux. Il suffit de se faire une juste idée de la continuité et de ne pas oublier que l'analyse mathématique roule sur les rapports des quantités, la quantité ne pouvant pas

d'ailleurs être définie autrement que par des rapports.

Sur ces principes, sans hypothèse ni connaissances occultes, on résout le problème direct du calcul à l'indéfini : *Déterminer la fonction limite du rapport de la différence indéfiniment petite d'une fonction donnée à la différence indéfiniment petite d'une variable indépendante.* La solution, sans être absolument générale, est du moins obtenue pour les fonctions connues et usitées, et pour toutes celles qui en sont composées, soit explicites, soit implicites. Il n'en est pas de même du problème inverse : *Étant donnée la fonction limite, ou dérivée, déterminer la fonction primitive.* Ici les ressources de l'analyse jusqu'à ce jour se sont épuisées à transformer les expressions proposées, dans des cas plus ou moins particuliers, de manière que leur provenance pût être reconnue immédiatement et par le fait.

Indépendamment de la relation analytique établie entre deux fonctions dont l'une dérive de l'autre, il faut signaler et expliquer une loi très simple qui domine cet ordre de conceptions. Toute quantité est la somme de ses parties ou différences. Une variable quelconque se forme de la somme de ses accroissements effectifs entre deux limites quelconques. Cette loi ne dépend pas de la grandeur des différences que l'on considère, et l'application en est indéfiniment prolongée aussi bien que la division de la quantité homogène et continue. Une variable de ce genre est donc composée de la somme d'un nombre indéfini de fois l'une de ses parties aliquotes indéfiniment petite et constante ; et

toute fonction continue de cette variable arbitraire est composée de la somme indéfinie des différences indéfiniment petites et diverses de ses valeurs consécutives correspondantes aux valeurs de la variable, entre les mêmes limites. Lorsque les accroissements ne sont plus supposés effectifs, et que la condition d'une diminution indéfinie de ces éléments est exprimée conformément à la méthode dont nous avons fixé l'esprit, les différences et les sommes prennent les noms de *différentielles* et d'*intégrales*. La différentielle est l'indéfiniment petit, isolément nul comme on l'a vu. L'intégrale est la limite de la somme dont les parties augmentent de nombre et diminuent de grandeur indéfiniment. La signification de ces mots demeure toujours, car ils sont exacts pour une approximation demandée quelconque, indéfinie, la nature d'une quantité continue consistant précisément dans la représentation de la somme indéfinie de ses parties possibles.

Tel est le vrai sens de la méthode au moyen de laquelle on exprime le continu par le discontinu et les lois de l'étendue par celles du nombre (1).

§ XXXIII.

Loi de QUALITÉ.

DIFFÉRENCE, GENRE, ESPÈCE.

Théorie de la proposition.

Nous avons étudié la *relation* en général, puis le

(1) Voyez dans l'appendice V, 4e partie, une exposition des éléments du *calcul de l'indéfini* suivant l'esprit de ce chapitre.

rapport de *nombre*, puis les rapports de *position* et de *succession*, tant en eux-mêmes que sujets à l'application de la quantité. Nous envisagerons maintenant la relation sous un autre point de vue.

Toute les fois que les phénomènes sont rapportés les uns aux autres, sans supposition quelconque de changement, et en tant qu'on ne les considère pas comme quantités, leurs rapports sont assujettis à une forme générale qui est la *qualité*.

Cette forme, qu'il a fallu distinguer, est cependant inséparable de toute relation ; et nous l'avons supposée, nous en avons même fait expressément usage en traitant de la *relation* avec toute la généralité possible (§§ XXVII et XXVIII). En effet lorsque des phénomènes quels qu'ils soient, identifiés et distingués selon la loi constitutive de tout rapport, se trouvent groupés pour la connaissance, il arrive toujours que certains d'entre eux sont représentés comme servant à *qualifier* les autres. Il n'y a pas même exception ici pour les rapports qui ont trait d'une manière toute spéciale à la quantité. Par exemple, ces propositions : *cinq plus sept égalent douze*, *la somme des angles d'un triangle égale deux droits*, peuvent en toute rigueur s'énoncer sous la forme suivante : *La quantité douze et la quantité deux droits sont respectivement des attributs ou qualités de la somme des nombres cinq et sept et de la somme des angles d'un triangle.*

La catégorie de *qualité* répond à la question du *quel*, déclare qu'*une chose est telle autre chose*. Il entre donc dans toute représentation de qualité un élément de

distinction et un élément d'identification. Mais cette dernière loi, qui est celle du rapport en général, reçoit un caractère et un développement tout nouveaux, étrangers aux catégories précédentes, en tant que la qualité, chose déclarée d'une autre chose, est un *genre*, l'objet qualifié une *différence*, et leur synthèse marquée par la copule, une *espèce*.

La distinction, l'identification et la détermination deviennent proprement *abstraction*, *généralisation* et *spécification*, comme il suit :

Au lieu d'une simple relation, A *est* a, dans laquelle A et a sont distingués et identifiés sous des rapports divers, supposons une série de relations de même forme, avec des sujets différents de l'une à l'autre et un même attribut pour toutes ;

A *est* a, B *est* a, C *est* a, D *est* a, etc., etc.

A, B, C, D, etc., sont donc des groupes distincts de phénomènes ; a, un phénomène répété, plus ou moins complexe lui-même, mais défini d'une seule manière dans tous les cas. Il est aisé de voir qu'une telle série n'est que la formule développée de l'une de ces propositions dites universelles qu'on énonce simplement et compendieusement ; par exemple : *Les corps sont pesants*, ou *l'homme est animal*, ou *l'animal respire* ou *est respirant* ; a est tantôt *la respiration*, tantôt *l'animalité* ou *la pesanteur* ; A, B, C, D, développent l'énumération implicite des éléments de l'un de ces groupes appelés *corps*, *hommes*, *animaux*, et auxquels on reconnaît la pesanteur, l'animalité, la respiration pour attributs.

Cela posé, il est arbitraire logiquement de regarder *a* ou A, *a* ou B, etc., comme abstraits par rapport aux synthèses *a* et A, *a* et B, etc, et de caractériser l'un ou l'autre de ces termes de *différences*. Mais afin de définir les rapports constituants de la catégorie dont il s'agit ici, nous conviendrons d'affecter suivant l'usage au terme commun *a* le nom de terme abstrait, et aux termes A, B, C, D, réunis en un seul, soit *α*, en tant qu'autres que *a*, le nom de *différence*. Ainsi le caractère de l'abstraction, dans la proposition attributive décomposée en un nombre indéfini d'autres propositions, consiste à déterminer certain rapport extrait tout à la fois de plusieurs groupes, quelconques d'ailleurs, et en cela identiques. Il est clair que la différence *α* est par là même posée, du moins relativement à *a*.

La *généralisation* est attachée à l'*abstraction* ainsi entendue; elle a lieu expressément quand on identifie dans un terme tel que *a*, quand on assume dans une représentation unique, le phénomène commun aux groupes A, B, C, D, phénomène qui d'ailleurs apparaîtrait multiplié comme ces groupes eux-mêmes. Le terme *a* que nous avons nommé abstrait est un *genre*. L'autre terme, abstrait en sens inverse, *α*, la différence, se présente à son tour sous forme générique, si nous supposons que A, B, C, D, de même qu'ils ont un commun rapport par où ils sont identiques avec *a*, ont encore un autre commun rapport par où ils en diffèrent. Cette supposition, qu'il est inutile d'expliquer longuement, comprend aussi le cas où *α* est un terme

relativement simple et qu'on ne décompose point; elle se vérifie dans toute proposition aussi bien que dans les exemples précédents, et je n'exclus pas ici les propositions dites particulières. Nous arrivons maintenant au point de vue de la synthèse qui est la détermination de l'*espèce*.

Spécifier c'est considérer tout à la fois le genre et la différence: le genre, par quoi un système de rapports est identifié avec d'autres, le plus souvent en nombre indéfini; la différence, qui le pose à part. L'*espèce* est donc *une synthèse de la différence et du genre*. L'*autre* et le *même*, dont la synthèse générale est le *rapport*, donnent, sous ce point de vue, l'*espèce*, comme nous avons vu pour d'autres ordres de représentations, l'*unité* et la *pluralité* donner la *totalité*, le *point* et l'*espace*, l'*étendue*, l'*instant* et le *temps*, la *durée*.

La synthèse de spécification est marquée dans la proposition par la copule. Le genre ou terme générique est l'attribut, et par conséquent celui-ci ne saurait avoir moins d'extension que le sujet, mais il peut n'en avoir pas davantage : nous rencontrerons en son lieu ce cas particulier que la définition du genre comporte, *a* pouvant appartenir à d'autres groupes encore que A, B, C, D, ou exclusivement à ces derniers (voy. le titre des propositions réciproques). Enfin le sujet exprime la différence ; mais il est important de remarquer que la proposition est inséparable de la synthèse qu'elle énonce, en sorte que l'attribut et le sujet sont tous deux relatifs à l'espèce, et se fixent dans la représentation comme termes synthétiques eux-mêmes : le

sujet, notamment (ex.: *l'homme* dans la proposition *l'homme est animal*), se pose comme une espèce, avec sa différence et dans son genre.

Les termes différence, genre, espèce, ne représentent que les rapports qui servent à les définir. Or le même groupe qui est genre eu égard à des groupes différents formant espèce par synthèse avec lui, sera sans difficulté différence eu égard à quelque autre groupe, et, par synthèse avec celui-ci, formera espèce à son tour. Le terme considéré d'abord comme différence deviendra genre par une opération régressive analogue, en tant que les éléments dont il se compose offrent un caractère commun. Cette extension du rapport spécifique se prolongera dans un sens jusqu'à ce qu'on parvienne à un attribut ou qualité qui ne puisse être dit la différence de rien, et dans l'autre sens jusqu'à ce qu'on parvienne à un sujet qui ne puisse être dit attribut ou qualité, ni par conséquent genre de rien (si ce n'est identiquement de lui-même). Il est clair, d'après cela, que le genre suprême est le phénomène indéfini, la chose. La différence dernière n'est point réciproquement le phénomène le plus distingué possible, indivisible et simple, parce que la représentation n'admet point de phénomène ainsi séparé ; mais l'individu logique se trouve atteint dans tout groupe déterminé que beaucoup d'autres qualifient et qui n'en qualifie aucun, le même que l'individu physique ou organique auquel nous avons appliqué le nom de *tel être* (§ XXII et suivants), Paul, Jacques, cette pierre, cet arbre, etc. L'individu moral est

encore autre chose, et il n'en peut être question ici.

On a longtemps agité la question de savoir lequel est *réel* ou le *plus réel* de l'individu ou du genre. Il résulte de l'analyse de la loi de qualité que le genre et la différence ont un sens tout relatif à l'espèce qui est leur synthèse. Ainsi fixés dans les rapports qui les constituent, le genre et la différence sont incontestablement réels, et le sont également. Mais veut-on parler de cette réalité que la représentation envisage dans les sujets clairement et complétement définis pour elle ? Alors c'est aux espèces que la réalité appartient, pourvu que leur composition apparaisse déterminée et descende jusqu'aux individus ; c'est à ces individus eux-mêmes. D'autre part, il faut savoir que ni l'individu ni l'espèce ne subsistent séparés de leurs attributs, d'où il suit que dans leur réalité celle des genres est impliquée. On remarquera que ces considérations très simples dénouent la question plutôt qu'elles ne la tranchent. Il n'y a plus pour nous de problème. Ce que la philosophie a produit de logomachies sur ce sujet se rattache à la doctrine de la substance, hors de là s'évanouit.

Maintenant continuons notre analyse. Soit G un genre, D une différence ; à la proposition *D est G* qui détermine une espèce, on peut joindre progressivement et régressivement, suivant ce qui a été dit, une série de propositions de même forme :

... D'' est D', D' est D, D est G, G est G', G' est G''...

Par exemple : *le Français est Européen, l'Européen est homme, l'homme est animal, l'animal est orga-*

nisé, l'organisé est être. Or malgré la diversité originelle des notations, tous les termes de la série, genres de ceux qui les précèdent immédiatement, différences de ceux qui les suivent, doivent être ramenés à un seul et même point de vue, qui ne saurait être que celui de la synthèse. Chaque terme, complet dans la représentation, est une espèce ; la série, une série d'espèces qui commence à l'individu, la plus déterminée de toutes, et finit au genre dernier, la plus indéterminée. Ces termes extrêmes ne constituent pas une dérogation à la loi, car l'individu et le genre dernier peuvent être à volonté considérés comme différences, genres et espèces d'eux-mêmes : la différence devient nulle et la proposition subsiste, réduite à la pure identité. La série est définitivement de la forme suivante, avec un premier terme variable et un dernier terme toujours le même, quelle qu'elle soit :

$$i \text{ est } i, \text{ est } e_1, \text{ est } e_2, \ldots, \text{ est } e_n, \text{ est } g, \text{ est } g.$$

Cela posé, comparons deux termes consécutifs, deux espèces, l'une genre de l'autre, et celle-ci différence de celle-là. Quelle que soit la nature concrète des termes, il résulte de la définition même du rapport spécifique, que la représentation envisage pour former le genre un certain nombre de groupes de phénomènes, et pour former la différence un certain autre nombre. Ces nombres, quelque indéterminés qu'on les pose actuellement, sont cependant tels que le premier surpasse en général le second, et tout au plus puisse lui être égal ; car si l'attribut comportait moins de groupes que le sujet, il y aurait des groupes de ce

dernier qui n'admettraient pas l'attribut, ce qui est contre l'hypothèse. On voit qu'il existe entre la différence et le genre un rapport numérique ou de contenance, et c'est ce que le sens commun, sans analyse, a toujours reconnu. La catégorie de quantité est donc applicable, dans une certaine mesure, à la catégorie de qualité. Mais la théorie mathématique de l'espèce ne portera jamais que sur des nombres indéterminés; vrais nombres d'ailleurs et toujours entiers, dont les unités, constituées par abstraction, ne sont pas divisibles en parties homogènes.

Les exemples les plus clairs de la réduction de la qualité au nombre (sous un point de vue seulement et sans confondre les catégories) se tirent de l'histoire naturelle et de la classification propre à cette science. Ainsi les différences *quadrumane*, *rongeur*, *cétacé*, etc., elles-mêmes divisées en leurs propres différences, sont des nombres dont la somme est le nombre *mammifère;* et chacune d'elles est une partie de ce nombre. La différence *rongeur* est elle-même, comme nombre, la somme des nombres correspondants aux différences *rat*, *lièvre*, *castor*, etc., etc. La division s'arrête aux différences individuelles ou qui n'offrent plus rien de spécifique, en un mot aux êtres déterminés, comme *tel lapin*, auxquels on ne reconnaît plus d'identité partielle qu'avec les autres de la même famille. Les individus sont donc les unités dont se forme tout genre envisagé comme nombre, et l'on fait alors abstraction de leurs différences propres.

Au fond, quels que soient les sujets et les attributs

qu'il plaise de poser, la représentation n'a point d'autres lois pour le maniement de la catégorie de qualité. Les propositions comme celles-ci : *la plante croît*, *le peuple est opprimé*, *la justice est belle*, analysées sous le rapport de spécificité, signifient que, dans la supposition où l'on fixerait d'une part tels ensembles plus ou moins indéfinis de phénomènes : *les actes justes*, *des hommes en société*, *les plantes;* de l'autre part, d'autres ensembles : les choses quelconques dont on peut dire qu'elles sont *belles*, ou *opprimées*, ou *croissantes*, on reconnaît que ces dernières, en tant que sommes, admettent respectivement pour parties les premières. La proposition catégorique, ou qui exprime une simple relation de sujet à attribut, si complexe que soit ce dernier et si étranger de lui-même à toute définition numérique, autorise toujours ce point de vue. Les termes provenant d'une catégorie quelconque se subordonnent à la catégorie de nombre, en ce sens, et sous toutes réserves, en même temps qu'à la catégorie de qualité.

Modes d'attribution de la qualité, ou théorie de la proposition. — Je me bornerai à l'analyse rapide des quatre sortes de propositions simples et de leurs réciproques. Pour plus de clarté, je suivrai l'usage, en substituant à la dénomination de *rapport de la différence au genre*, que j'ai affectée jusqu'ici, celle de *rapport de l'espèce au genre :* on se rend compte aisément de cette synonymie en observant que la différence n'est mise en rapport avec le genre que sous la notion de l'espèce qui est leur synthèse.

Jusqu'ici nous avons spéculé sur la proposition *affirmative universelle;* affirmative, c'est-à-dire rapportant une espèce à son genre; universelle, c'est-à-dire rapportant cette espèce en totalité, et non pas seulement quelqu'une des espèces dont cette espèce elle-même peut être le genre. Dans ce dernier cas, la proposition est *affirmative particulière*. Exemples vulgaires : Tout homme est animal ; quelques hommes sont menteurs. Mais, au lieu de poser le rapport de l'espèce au genre entre deux termes, on peut l'exclure, et alors la proposition est, comme on sait, *universelle négative* ou *particulière négative*, selon que le sujet dont l'attribut est nié, l'espèce exclue comme telle d'un certain genre, est prise en totalité ou bornée à l'une de ses propres espèces. Exemples : Nul homme n'est heureux ; quelques hommes ne sont pas justes.

C'est à bon droit que la scolastique a désigné les caractères d'universalité ou de particularité du sujet sous le nom de *quantité de la proposition*, puisque nous avons vu que l'espèce et le genre ont un rapport de quantité. Mais le caractère affirmatif ou négatif de l'attribution fut moins heureusement défini *qualité de la proposition*, car le genre et la différence, sans lesquels il n'y a pas de qualification possible, reposent l'un sur une affirmation, et l'autre sur une négation également essentielle à toute constitution de qualité. Qu'ensuite le rapport de l'espèce au genre soit exclu au lieu d'être posé : la nature de la proposition catégorique en elle-même n'est pas pour cela changée. En effet, la proposition négative, quelle qu'elle soit, équi-

vaut toujours rigoureusement à une certaine proposition affirmative. On peut traduire *nul homme n'est heureux, quelques hommes ne sont pas justes,* par *tout homme est malheureux, quelques hommes sont injustes :* injuste, malheureux, termes très positifs de signification, et la pensée se prête toujours à cette traduction, sinon le langage habituel. Plus généralement, les propositions *nul m n'est q, quelque m n'est pas q,* comme expressément et purement négatives, reviennent à *tout m est non q, quelque m est non q;* dans ces nouveaux énoncés, *non q* est le genre formé de tous les *autres que q; m* ou *quelque m* sont posés espèces de ce genre, c'est-à-dire identiques avec lui sous ce point de vue, et différents sous un autre. On voit donc que la proposition négative est réductible à l'affirmative, et se constitue avec les mêmes éléments; l'attribut, seulement, au lieu d'être défini comme genre par un terme donné, est défini par l'ensemble de ce qui est autre que ce terme. Nous verrons, en effet, que les propriétés de la proposition négative se déduisent aisément de celles de l'affirmative.

Notations. — La proposition universelle affirmative sera nettement représentée par l'équation symbolique $m = eq$, qu'il faut énoncer *m est espèce de q*, et expliquer ainsi au point de vue de la quantité : *m, comme nombre total de ses individus de toute espèce, égale eq, nombre d'individus d'une certaine espèce du genre q.* Sous cet aspect mathématique, *eq* est une partie aliquote de *q*.

La proposition particulière affirmative aura pour

équation $em = eq$, *une espèce de m est une espèce de q*. La fraction e n'est pas supposée la même de part et d'autre, mais ici, et dans ce qui suit, nous ne ferons usage que d'une seule et même lettre, en nous souvenant qu'elle marque une espèce quelconque et non point un nombre fixe.

La proposition universelle négative peut s'écrire : $m = e$ (non q), *m est espèce de tout l'autre que q;* et cet énoncé doit s'interpréter, au point de vue mathématique, comme le précédent : *le nombre total des individus de toute espèce du genre m égale le nombre des individus d'une certaine espèce du genre formé de tous les autres que q.*

Enfin la proposition particulière négative a pour équation $em = e$ (non q), *une espèce de m est espèce de tout l'autre que q.*

Il est clair que les sens qualitatif et quantitatif s'accompagnent dans ces expressions, et s'accompagneront dans toutes les modifications qu'on pourra leur faire subir.

Réciprocité des propositions. — Deux propositions qui lient q et m par un rapport de qualité sont réciproques quand on peut passer de l'une à l'autre en changeant q en m et m en q. Si la proposition est négative, et par exemple renferme non q et m, c'est encore q à m et m à q qu'il faut substituer, et non pas non q à m et m à non q, pour avoir la proposition réciproque.

Réciproques de l'universelle affirmative.—De l'équation $m = eq$, on ne peut conclure $q = em$, à

moins que e ne soit l'unité dans les deux cas. En d'autres termes, la réciproque de l'universelle affirmative n'est pas vraie généralement, mais seulement lorsque le sujet et l'attribut présentent, l'un comme espèce, l'autre comme genre, le même nombre d'individus. Or cette circonstance se rencontre : 1° dans la proposition identique pure (*tout animal est animal*) ; 2° dans celle où l'attribut et le sujet sont des espèces qui coïncident l'une avec l'autre dans un genre commun (exemple scolastique : *tout homme est risif, tout risif est homme ;* sous-entendez *parmi les animaux ;* ou encore : *la droite est la plus courte, la plus courte est droite ;* sous-entendez entre les lignes). On sait que l'attribut est alors une *propriété* du sujet, qu'il le caractérise et en fournit une définition. C'est abusivement que le mot propriété s'étend hors de ce cas.

Mais la réciproque est toujours vraie, pourvu que l'attribut devenu sujet soit pris particulièrement, c'est-à-dire réduit à une de ses espèces. En effet, si $m = eq$, à plus forte raison $em = eq$, et cette dernière équation donne par un simple renversement $eq = em$. Il faut se rappeler que e n'est pas déterminé selon ce mode de notation. (Exemple de cette réciproque : *tout homme est animal, quelque animal est homme.*)

Une autre réciproque toujours vraie s'obtient en prenant négativement le sujet et l'attribut renversés. En effet, si m est espèce de q, non q (tout l'autre que q) doit être espèce de non m (de tout l'autre que m) ; *si tout homme est mortel,* il est clair que *tout l'autre que mortel est autre que homme :* la significa-

tion des deux propositions est la même. Ainsi à la formule $m = eq$, on peut toujours rattacher celle-ci : non $q = e$ (non m).

Les scolastiques donnaient à ces trois réciproques les noms de *conversion simple*, *conversion par accident*, et *conversion par contre-position*.

Réciproque de la particulière affirmative. — Elle est évidente : $eq = em$, une *espèce de q est une espèce de m*, équivaut à $em = eq$, *une espèce de m est une espèce de q* (exemple : *quelques vertébrés sont mammifères, quelques mammifères sont vertébrés.*) C'est ici une réciproque simple. Quant à la réciproque avec généralisation de l'attribut devenu sujet, elle peut être vraie, mais elle n'est point vraie généralement.

Réciproques de l'universelle négative. — La proposition étant $m = e$ (non q), sous forme affirmative, on peut en prendre une réciproque par contre-position, savoir non (non q) $= e$ (non m), laquelle revient à $q = e$ (non m), attendu que le *même* et *tout l'autre que tout l'autre* sont identiques. Ainsi la réciproque simple de l'universelle négative est toujours vraie. (Exemple : *nul animal n'est pierre, nulle pierre n'est animal.*)

La réciproque de cette même proposition est encore vraie lorsque l'attribut devenu sujet est pris particulièrement, car de $m = e$ (non q), on tire comme ci-dessus $q = e$ (non m), d'où à plus forte raison $eq = e$ (non m). (Exemple : *nul animal n'est pierre, quelque pierre n'est pas animal.*)

Réciproque de la particulière négative. — L'équation est $em = e$ (non q). La réciproque simple $eq = e$ (non m) n'est pas généralement vraie, et de ce qu'une espèce de m est espèce de l'autre que q, on ne saurait conclure qu'une espèce de q soit espèce de l'autre que m. Mais la réciproque par contre-position est vraie quoique inutile, car elle donne e (non q) $= e$ (non (non m)) $= em$, ce qui nous ramène à la même équation. (Exemple : *quelques hommes ne sont pas menteurs, quelques non-menteurs sont hommes.*)

Du principe de contradiction quant aux espèces. — L'énoncé général du principe d'alternative et d'identité est : *Un terme est ou le même ou l'autre, sous quelque rapport, qu'un autre terme donné; il n'est pas à la fois le même et l'autre que ce terme, sous un même rapport* (sous-entendez toujours *sans succession*). Au point de vue de la qualité, nous dirons : *Une espèce est espèce de A ou espèce de non A, et n'est point à la fois espèce de A et espèce de non A.* En effet, l'espèce de A n'est que l'identique de A sous un certain rapport, et l'espèce de non A est précisément un autre que A sous ce même rapport. Enfin, au point de vue de la quantité, il est facile de voir que le même principe doit s'énoncer ainsi : *Un nombre est égal à un autre nombre donné, ou plus grand, ou plus petit que ce nombre, et n'est point à la fois égal et plus grand, égal et plus petit.*

Des propositions contradictoires. — Lorsque deux propositions sont telles qu'on ne puisse les poser toutes deux ensemble, ni les exclure toutes deux, elles

sont contradictoires. Ce rapport existe entre l'universelle affirmative et la particulière négative; on peut le démontrer en se fondant sur le principe de contradiction. En effet, poser simultanément $m = eq$ et $em = e$ (non q), c'est admettre qu'une certaine espèce de m est à la fois espèce de q et espèce de non q, car la première proposition implique $em = eq$, quel que soit em. En second lieu, exclure $m = eq$, c'est poser $em = e$ (non q) que l'on voudrait exclure aussi (puisque l'espèce qui ne se rapporte pas à q doit appartenir à non q); et exclure $em = e$ (non q), quel que soit em, c'est poser $m = eq$ que l'on voudrait exclure aussi (puisque toute espèce qui ne se rapporte pas à non q doit se rapporter à q). On voit que si l'universelle affirmative est affirmée ou niée, la particulière négative qui a pour sujet et pour attribut les mêmes termes qu'elle, est par là même niée ou affirmée, et réciproquement.

Ce même rapport de contradiction existe entre l'universelle négative et la particulière affirmative, savoir $m = e$ (non q), $em = eq$. Même démonstration.

Exemple du premier cas : *tout homme est mortel, quelques hommes ne sont pas mortels ;* exemple du second : *nul homme n'est mortel, quelques hommes sont mortels.* A l'égard de chacun de ces systèmes de propositions, si l'une des deux est vraie, l'autre est fausse; et, réciproquement, si l'une des deux est fausse, l'autre est vraie.

Cette réciprocité fait défaut quand il s'agit de l'universelle affirmative et de l'universelle négative, qui,

d'ailleurs, sont encore contradictoires en ce qu'elles ne peuvent être simultanément posées. On peut voir de la même manière que précédemment, que $m = eq$ et $m = e$ (non q) ne subsistent pas ensemble ; mais ces deux propositions peuvent être simultanément exclues, car en excluant la première, on pose $em = e$ (non q), et en excluant la seconde, on pose $em = eq$, ce qui n'est point incompatible, *em* n'étant pas le même des deux parts. Les scolastiques distinguaient les propositions contradictoires sans réciprocité en les nommant simplement *contraires*.

Exemple : *tout homme est prudent, nul homme n'est prudent*. Si l'une de ces propositions est vraie, l'autre est fausse ; mais si l'une est fausse, l'autre pour cela n'est pas vraie.

La contradiction ne s'étend à aucun autre système de propositions. La particulière affirmative et la particulière négative, que les scolastiques nommaient propositions *subalternes*, peuvent être affirmées ou niées, en même temps que l'universelle affirmative et l'universelle négative, dont elles ne modifient respectivement que la quantité. Enfin l'affirmative particulière et la négative particulière (dernière combinaison que nous ayons à nous proposer) présentent le cas inverse de l'affirmative universelle et de la négative universelle : $em = eq$ et $em = e$ (non q) peuvent être vraies simultanément, et en conséquence ne sont point contradictoires ; mais elles ne peuvent être simultanément fausses, car l'exclusion de l'une donne $m = e$ (non q), et l'exclusion de l'autre $m = eq$, deux propositions

que nous avons vu ne point subsister ensemble. L'affirmative particulière et la négative particulière prenaient autrefois le nom de propositions *sous-contraires*.

Les développements où je viens d'entrer pourront sembler oiseux, tout au moins excessifs, aujourd'hui que l'étude de la logique est tombée dans le mépris ; mais je crois que tout ce qui touche aux premiers principes de la connaissance est digne d'intérêt, et je ne m'écarte pas de mon sujet qui est l'exposition des catégories, c'est-à-dire des lois fondamentales, en poussant la recherche jusqu'aux dépendances immédiates de ces lois. C'est pourquoi je joindrai encore à la théorie de la proposition la théorie du raisonnement, qui reçoit de la catégorie de *qualité* telle que je la présente une forme nouvelle. (Voyez le chapitre suivant.)

De la qualité en tant que constante ou variable. — La loi de qualité a pu être exposée indépendamment des modes *substantif* ou *adjectif*, *essentiel*, ou *nécessaire* ou *contingent* du rapport de l'attribut au sujet dans la proposition : aucun d'eux n'est partie intrinsèque de cette catégorie, et il s'en faut d'ailleurs qu'on doive leur accorder la même valeur. Les deux premiers n'ont été distingués que sous l'influence de la doctrine de la substance. Les deux derniers sont importants.

Lorsque l'attribut et le sujet sont liés d'une manière fixe, indépendante du temps et du devenir, soit que l'expérience ou quelque synthèse attachée à la repré-

sentation les établissent tels, la proposition est dite nécessaire (exemples : *les corps pèsent, la droite est la plus courte, le juste ne ment pas,* etc.). Lorsque le rapport se pose sous des conditions de temps, ou du moins sans les exclure, et comme pouvant changer ou cesser d'être, on dit que la proposition est accidentelle ou contingente (exemples : *cette pierre tombe, la terre tremble, Paul est bon*). On voit que le nécessaire, en ce sens, n'est que le constant, une loi affirmée, et que l'accidentel n'est qu'un nom des phénomènes variables qu'on regarde comme assemblés actuellement sans loi permanente connue. Le nécessaire et l'accidentel s'entendent aussi des rapports posés en vertu d'une cause donnée ou sans cause antérieure quelconque. Nous retrouverons, sous une autre catégorie, ces termes étrangers à la relation spécifique.

On qualifie de *modale* la proposition affectée d'un coefficient de nécessité ou de possibilité, sous la forme *il est nécessaire que A soit B, il est possible que A soit B*, ou sous toute autre forme accessoire. Ces sortes de modifications sont à examiner dans la théorie du raisonnement, où elles influent.

Enfin le mode *essentiel* du rapport de l'attribut au sujet se confond souvent avec le mode *nécessaire*, mais en s'appliquant plus expressément au cas d'une loi supérieure à l'expérience. On appelle aussi attribut essentiel celui qui est une propriété du sujet, c'est-à-dire qui lui est rapporté par une proposition universelle simplement réciprocable: par exemple, il est essentiel au triangle d'avoir la somme de ses angles égale à

deux droits, et la raison est essentielle à l'homme entre les animaux.

La théorie de l'universel, que les commentateurs d'Aristote et les scolastiques après eux ont fondée sur les définitions du *genre*, de l'*espèce*, de la *différence* et de l'*accident*, se retrouve dans la catégorie de qualité telle que je viens de la déduire, au moins quant à ceux de ses éléments qui appartiennent véritablement aux lois de la connaissance, et avec les différences qu'entraînent nécessairement l'exclusion donnée à l'idée de substance et la réduction des notions de genre et d'espèce à leur valeur relative, la seule qui soit intelligible (1).

§ XXXIV.

Théorie du syllogisme. — Syllogisme du nombre. — Syllogisme de la qualité.

Principe général. — Nous avons reconnu en traitant de la réciprocité des propositions, que, dans certains cas, une proposition étant posée, une autre proposition était donnée par là même. Voyons maintenant comment de deux propositions posées résulte une troisième proposition. C'est ici la question du raisonnement déductif, dont nous aurions pu regarder la loi de réciprocité comme une première branche.

Supposons trois termes, q, m, p, qui entrent deux

(1) Voyez, pour l'examen des principes scolastiques comparés à ceux que je suis, l'appendice VI à la fin du volume.

à deux dans deux propositions, de telle sorte que la première énonce un rapport de q à m et la seconde un rapport de m à p. La troisième proposition, qu'il s'agit de déterminer, sera par la nature de la question proposée un rapport des deux premieres, c'est-à-dire un rapport de leurs rapports. Le principe sur lequel nous nous fonderons pour cette déduction est contenu dans la notion même du rapport. Nous pouvons l'énoncer ainsi :

Deux termes relatifs à un troisième sont relatifs entre eux.

Le terme désigné par m est le *moyen* ou terme de comparaison. Il disparaîtra de la proposition cherchée, laquelle devra nous donner un rapport de q à p. L'ensemble des trois propositions est un *syllogisme*. Les deux premières se nomment *prémisses* et la troisième *conclusion*.

Remarque sur les rapports de rapports. — Le troisième rapport ne s'ensuit pas d'une manière constante de la connaissance des deux premiers. Par exemple q et m sont liés par un rapport d'action ou d'affection ; un même rapport est donné entre m et p, et, en général, on ne pourra pas pour cela le poser entre q et p : l'ami de l'ami n'est pas l'ami, le fils du fils n'est pas précisément le fils, Paul qui bat Pierre qui bat Jean ne bat pas Jean, etc. Au contraire, chacun sait que si q est égal à m, ou équivalent à m, ou d'un genre dont m est une espèce, et si d'autre part m se rapporte pareillement à p, il faut que q et p soient aussi dans le même rapport.

A plus forte raison lorsque les rapports donnés diffèrent entre eux, *q* qui soutient avec *m* un rapport autre que celui que *m* soutient avec *p* ne soutiendra pas toujours l'un de ces rapports avec *p* : *q* estime *m*, *m* est compatriote de *p*, *q* peut ne pas estimer *p* et n'être pas son compatriote. Quelquefois cette diversité des rapports proposés n'est pas un obstacle ; ainsi *q* connaît *m*, *m* est un tout dont *p* fait partie et dès lors *q* connaît *p*. Il est vrai que dans ce cas les deux rapports peuvent être ramenés à la forme des rapports de genre.

Il arrive donc, tantôt que l'un des rapports donnés est transférable au troisième, que cette substitution détermine, et tantôt qu'il ne l'est point. Les cas où la substitution n'a pas lieu fournissent des propositions composées dont le caractère déductif est incontestable: *q* est le fils du fils ou l'ami de l'ami de *p* ; *q* estime la compatriote de *p*, etc. Ces propositions supposent les propositions simples par lesquelles *q* et *m* d'une part, *m* et *p* de l'autre sont liés ; il serait donc licite de les nommer des raisonnements, mais l'usage a borné l'application de ce mot aux cas où la substitution se fait ; et il est vrai que le raisonnement dans les sciences et même dans la vie, dès qu'il a quelque portée, roule tout entier sur des substitutions. Ce dernier procédé est le *syllogisme*. Il nous reste à en étudier les conditions.

Cas de l'identité. — Rappelons-nous le principe général : *deux termes relatifs à un troisième sont relatifs entre eux*. Si la relation de *q* à *m* et celle de *m* à *p* sont des identités pures, ou sans condition, ce même

rapport se transporte entre q et p, car toute représentation de termes identiques revient analytiquement à celle de termes substituables à volonté les uns aux autres. Notre principe devient : *deux termes identiques à un troisième sont identiques entre eux*, et, en conséquence, nous disons : q est identique à m, m est identique à p, donc p est identique à q. Ce syllogisme, qui semble si vain, est le type dont tous les autres se rapprochent plus ou moins et d'où procède leur justification.

Cas de l'égalité, de l'équivalence et de la similitude. Syllogisme du nombre. — Au lieu de l'identité totale des trois termes pris deux à deux, supposons une identité par abstraction des différences. Des *quantités égales* sont précisément identiques en ce sens, identiques abstraction faite des conditions de lieu, de temps, d'origine, et de toutes autres qui peuvent ne leur être pas communes. Le principe, appliqué au cas de l'égalité ainsi définie, devient : *deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles*. Cet axiome des géomètres est en quelque sorte le syllogisme des syllogismes mathématiques, l'unique fondement de cette série de substitutions à laquelle se réduit presque toute la méthode des sciences exactes. C'est syllogiser, en effet, que substituer le symbole de la quantité p au symbole de la quantité q lorsque m, troisième quantité, est numériquement identique à chacune des deux premières. Une équation, $A = B$, est un syllogisme abrégé, puisqu'elle exprime l'identité relative de A et de B, diversement obtenues et composées, lorsque,

mesurées au moyen des unités convenues, ces quantités représentent séparément un même nombre C.

Euclide, et après lui quelques compilateurs d'éléments de géométrie, ont rangé parmi les axiomes les propositions suivantes : *Si à deux quantités égales on ajoute des quantités égales les sommes sont égales ; si de deux quantités égales on retranche des quantités égales les restes sont égaux,* et quelques autres encore, toutes démontrables au moyen de l'axiome fondamental et des définitions d'une *somme* et d'une *différence.*

Ce que nous venons de dire de l'égalité s'applique sans difficulté à l'*équivalence* géométrique, qui n'est qu'une égalité de mesure sous des figures non superposables, et à la *similitude*, au moins en tant que définie par des rapports d'égalité formés avec les éléments correspondants de figures données. Mais s'il s'agissait d'une de ces ressemblances ou de ces analogies qui ne reposent point sur la constatation de parties communes et identiques, sous quelque point de vue, entre les objets dits semblables ou analogues, la substitution deviendrait impossible. Il est donc aisé de voir en quel cas et sous quelles conditions peut être vrai le syllogisme suivant : *Deux objets analogues à un troisième sont analogues entre eux.* L'usage de l'analogie n'est que rarement rigoureux et scientifique. On sait à quelles rêveries il se prête.

Syllogisme de la qualité. Cas de l'équipollence. — Si des termes donnés ne sont pas comparés quant au nombre (directement) ils sont comparés quant à la

qualité. Or nous savons que la qualité se définit par le rapport de l'espèce au genre : le genre est une identité des différents, l'espèce une différence des identiques. La même abstraction qui permet d'envisager une espèce dans son genre autorise un nouvel ordre de substitutions et de syllogismes.

Arrêtons-nous d'abord au cas le plus frappant et le moins éloigné de l'identité : c'est celui que nous offrent les rapports exprimés par des propositions universelles à réciproques vraies. Le sujet et l'attribut sont alors des espèces rigoureusement coïncidentes dans un genre unique (ex. la *droite* et la *plus courte*, parmi les lignes tirées entre deux points ; la *liberté* et la *responsabilité* dans l'homme). Soient donc trois termes *q*, *m*, *p*, *droit*, *plus court*, *plus vite parcouru* (1), ou encore *libre*, *responsable*, *qui doit peser ses actes*, nous dirons : *q est m, or m est p, donc q est p*. La substitution se fonde sur l'identité des trois termes pris deux à deux ; et, en dehors du point de vue de la composition spécifique, où cette identité a lieu, le syllogisme serait impossible ou plutôt n'aurait aucun sens.

En appliquant le nom d'*équipollence* à l'identité relative de deux termes qui s'accompagnent mutuellement et invariablement dans la représentation, je n'ai d'autre but que de marquer un degré de cette énumération des cas du syllogisme. Si l'on voulait envisager ici les termes équipollents comme quantités, et en tant que composés d'un même nombre d'unités indivi-

(1) On suppose ici la constance du rapport de l'espace parcouru avec le temps mis à le parcourir.

duelles, on écrirait $q = m = p$, et le syllogisme deviendrait rigoureusement numérique.

Cas de la contenance. — Passons au genre proprement dit. Soient les deux rapports donnés $m = eq$, $p = em$, dont les termes sont des quantités. En désignant par e une fraction variable, indéterminée, nous tirons de ces prémisses un troisième rapport $p = eq$ qui est la conclusion du syllogisme. Au point de vue propre de la qualité nous nous rendrons facilement compte de la substitution qui nous conduit au même résultat. Soient, par exemple, q le vertébré, m le mammifère, p le singe. Le mammifère présente des caractères dont les uns lui sont particuliers, les autres communs avec un vertébré quelconque; abstraction faite des premiers, nous énonçons la proposition : *le mammifère est vertébré ;* de même, n'envisageant du singe que ce qu'il a de commun avec le mammifère, et laissant de côté la différence, nous disons : *le singe est mammifère.* Enfin nous traitons ces deux propositions comme des identités, en nous rappelant sous quelle condition, au moyen de quelle abstraction elles sont telles, et nous posons par substitution la conclusion de notre syllogisme : *le singe est vertébré.* Cette abstraction est violente, à la bien considérer ; pourtant elle est essentielle à la représentation et au langage. Sans supposition d'identité, point de syllogisme. Aussi le même signe, la copule *est*, exprime et l'identité pure et l'identité relative.

Appliqué à ce cas, notre principe général de la substitution des rapports devient :

De deux termes donnés, lorsque l'un est genre et l'autre espèce d'un même troisième terme, le premier est genre du second. Autrement : *L'espèce de l'espèce d'un genre est espèce de ce genre.* (N. B. L'espèce peut descendre jusqu'à l'individu.)

En tant que des caractères de nature quelconque se prêtent à une classification semblable à celle que je viens d'exposer, les termes qui les expriment s'identifient pareillement, et il est clair que le rapport de l'espèce au genre s'étend à des notions très composées et de toute nature. Mais il faut que les termes soient définis avec précision, pour que l'ordre de généralité apparaisse clairement et que les éléments à identifier ressortent bien des propositions.

L'ordre de généralité est aussi ordre de contenance, car le genre contient l'espèce arithmétiquement. Il la contient au sens propre du mot, quand les termes proposés sont des représentés naturels, *animal, homme*, etc. Il la contient représentativement, par assimilation, quand il s'agit de notions telles que *vertu, justice*, etc. Cette proposition : *la guerre est un malheur*, suppose un genre, le malheur, composé d'autant d'assemblages qu'on voudra de phénomènes, auxquels la qualification de malheureux peut convenir, et une espèce, la guerre, formée à son tour de divers assemblages, ce sont les luttes à main armée, qui font tous numériquement partie des premiers. C'est donc avec pleine rigueur que le syllogisme du genre peut toujours être exprimé par la formule mathématique : $m = eq$, $p = em$, $p = eq$.

L'ordre de la contenance arithmétique correspond à celui de quantités concrètes quelconques, géométriques, par exemple ; et de là vient que le géomètre Euler a pu proposer une théorie du syllogisme fondée sur la comparaison d'espaces circonscrits contenants et contenus, symboles du genre et de l'espèce.

A ce point de vue, le principe du syllogisme prend la forme suivante : *le contenu du contenu est contenu dans le contenant.*

Syllogisme négatif. On a coutume d'établir un principe spécial pour le syllogisme négatif, c'est-à-dire pour celui dont l'une des propositions composantes est négative, soit *nul m n'est q*. Mais nous avons vu que cette sorte de proposition pouvait s'énoncer sous la forme *m est espèce de non q* (de tout l'autre que *q*) et s'écrire arithmétiquement $m = e$ (non q), ce qui est affirmatif. D'après cela, nous pouvons établir sur la règle commune le syllogisme suivant : $m = e$ (non q), $p = em$, $p = e$ (non q) (ex. Le mammifère n'est pas poisson, la baleine est mammifère, la baleine n'est pas poisson). En un mot le principe invoqué dans les traités de logique, comme que l'on veuille l'exprimer, *le contenu du non contenu dans un contenant proposé n'est pas contenu dans ce contenant*, ce principe se démontre par le syllogisme affirmatif en substituant à l'énoncé du *non contenu* celui du *contenu tout autre part*. Il est vrai qu'il faut admettre que ces deux énoncés reviennent à une seule et même représentation ; mais on ne saurait le nier sans violer un principe toujours et partout supposé (Voy. § XXVII).

Si les deux rapports donnés sont négatifs, savoir: $m = e$ (non q), $p = e$ (non m), il n'y a point de syllogisme, parce que la représentation qui donne q et p comme sans rapport déterminé d'espèce avec m, et rien de plus, ne les donne pas comme ayant entre eux un semblable rapport. Quelque autre qu'un autre que q est autre que q, ou le même indifféremment. Il est à remarquer pourtant, ce qu'on ne fait jamais, que si le premier rapport, $m = e$ (non q), équivalait à une identité, soit: $m =$ non q, au lieu du résultat de la substitution, $p = e$ non (e non q), qui n'apprend rien, on aurait $p = e$ (non non q) c'est-à-dire $p = eq$; exemple : *nul simple n'est divisible, or l'espace n'est pas simple, donc l'espace est divisible*. Mot à mot et pour la rigueur: *le simple est le non divisible, or l'espace est non simple, donc l'espace est non non divisible.* Mais ce n'est là qu'un cas particulier, et d'ailleurs l'identité revient toujours à une proposition affirmative.

Le cas négatif du syllogisme du nombre se ramène constamment aussi au cas affirmatif. L'inégalité des termes q et m s'exprime par l'égalité ; $m = q \pm r$, et si l'on y joint cette autre proposition $p = m$ on a par substitution $p = q \pm r$. Ces trois formules équivalent au syllogisme : *m n'est pas égal au nombre q, or p est égal au nombre m, donc p n'est pas égal au nombre q*. La conclusion se tire donc sans que la différence r soit donnée. Mais si les deux propositions sont négatives de l'égalité, $m = q \pm r$, $p = m \pm r'$, la formule $p = q \pm r \pm r'$, qui vient par substitution, ne fait rien connaître sur la relation de p à q parce que r et r

n'étant pas connus, la somme $\pm r \pm r'$ peut être additive, soustractive ou nulle. D'ailleurs si r et r' étaient connus les propositions cesseraient d'être purement négatives.

Syllogisme à propositions particulières. — Nous n'avons considéré jusqu'ici dans le syllogisme que des propositions universelles. On peut en faire, et d'affirmatifs et de négatifs, dont la conclusion et l'une des prémisses soient des propositions particulières. Il suffira d'en citer deux exemples. Prenons les deux syllogismes établis ci-dessus, l'un affirmatif ($m = eq$, $p = em$, $p = eq$), l'autre négatif ($m = e$(non q)), $p = em$, $p = e$ (non q)); il est clair que si l'on substitue dans l'un et dans l'autre ep à p, partout où ce dernier terme se trouve, on aura deux nouveaux syllogismes, savoir : $m = eq$, $ep = em$, $ep = eq$, et $m = e$ (non q), $ep = em$, $ep = e$ (non q), pourvu que l'espèce désignée par ep soit supposée la même pour chacun dans les prémisses et dans la conclusion. Et en effet ce qui est vrai de p est identiquement vrai d'un terme quelconque placé dans les mêmes rapports. (Ex. : *Tout bon est aimable, quelque homme est bon, quelque homme est aimable. Nul méchant n'est aimable, quelque homme est méchant, quelque homme n'est pas aimable.* Ces syllogismes sont vrais de *quelque homme*, parce qu'ils le seraient d'un terme générique quelconque propre à vérifier la seconde prémisse.)

Deux propositions particulières ne donnent pas en général de conclusion, car des deux rapports $em = eq$, $ep = em$, on ne tire un troisième rapport pour former

le syllogisme que dans le cas où *em* est le même de part et d'autre. Si l'un de ces deux rapports est négatif, soit le premier que nous remplacerons alors par $em = e$ (non q), l'identité des deux *em* est encore indispensable. Si c'est le second, $ep = e$ (non m), toute substitution est impossible, et il en est de même si les deux rapports sont négatifs.

Remarquons enfin que la conclusion d'un syllogisme doit être négative quand l'une des prémisses est négative, particulière quand l'une des prémisses est particulière, car la substitution de m fonction de q dans p fonction de m ne fait pas disparaître le caractère soit négatif soit particulier du rapport de m à q ou de celui de p à m. Par une raison semblable, deux prémisses affirmatives donneront toujours une conclusion affirmative comme elles, la substitution ne devant pas changer la nature des rapports donnés. Mais deux prémisses universelles peuvent donner une conclusion particulière, soit du fait même de la substitution (comme dans les cas de $m = eq$ et $m = ep$, d'où l'on tire $ep = eq$), soit parce que nulle conclusion universelle ne peut exister sans qu'il en existe par là même de particulières indépendamment de la nature des prémisses.

Figures et modes du syllogisme du genre. — Sur ces principes, il est aisé de fonder un système d'énumération et de classement de tous les syllogismes qui peuvent se former avec les quatre sortes de propositions. Tous se démontrent à l'aide des deux syllogismes universels, affirmatif et négatif, proposés comme

types, et de la règle de la réciprocité des propositions. Ils offrent d'ailleurs peu d'intérêt en ce que leur usage n'est pas naturel. Je ne m'y arrêterai pas ici (1).

Observations. — L'identité que nous avons reconnue comme le principe du syllogisme est désignée par quelques auteurs sous le nom d'*identité partielle*. Cependant il n'y faut point voir une *partie d'identité*, ce qui serait absurde, mais plutôt une *identité de parties*, car les éléments identifiés de deux termes dont l'un est genre ou espèce de l'autre sont toujours des phénomènes envisagés dans les ensembles que ces termes représentent, et propres à les constituer plus ou moins partiellement. Au surplus, toute comparaison procédant à la fois par distinction et identification, il faut tenir compte et de la différence et de l'identité des choses, et le syllogisme n'aurait aucun sens si on le considérait comme une pure application de la loi d'identité.

On a coutume de rapporter tous les syllogismes à un type unique fondé sur la notion de genre. Ce procédé est arbitraire, car si d'une part *le syllogisme du nombre* envisagé dans son type (A=B=C) peut s'interpréter en considérant les quantités A, B, C, comme espèces et le nombre en général comme genre, nous avons vu d'une autre part que le *syllogisme du genre*, analysé

(1) Voyez l'appendice VII, à la fin du volume. La nouveauté de la méthode que je suis, et le désir de fixer une théorie où l'on croit à tort que la scolastique a tout dit et bien dit, m'engagent à exposer avec tous ses développements un sujet que j'appellerais de curiosité pure si, après tout, des lois de la connaissance pouvaient jamais passer pour tout à fait inutiles.

rigoureusement implique certaines relations numériques; et la notation que j'ai employée met ce fait en évidence. Mais puisque toute la théorie repose sur un principe commun, l'identité, il est naturel de classer les syllogismes, et de les expliquer, suivant qu'ils offrent une application plus ou moins prochaine de la loi de laquelle tout dépend. Le rapport d'*égalité* et celui que j'ai nommé d'*équipollence* s'éloignent moins du rapport d'identité pure que ne fait le rapport quelconque d'une espèce à son genre.

Quelles qu'aient été jusqu'ici les prétentions de la logique à exister comme science faite et parfaite, il est constant que les traités spéciaux présentent de notables divergences de formules, et surtout des notations vagues ou mal justifiées pour la réduction du procédé déductif en général au syllogisme.

§ XXXV.

Réduction à l'absurde.—Procédé de disjonction.—Dilemme. — Exemple. — Induction. — Hypothèse. — De la démonstration en général.

Je ne m'arrêterai pas à définir l'enthymème ou le sorite et à traiter des syllogismes composés. Mais un complément des principes du raisonnement sera bien placé dans un traité des catégories tel que celui-ci.

Réduction à l'absurde.— Le principe de contradiction fournit un moyen distinct du syllogisme pour

tirer des conséquences, c'est-à-dire pour conclure une proposition de certaines autres posées. Soient en effet deux propositions données comme tellement liées que si l'une est vraie, l'autre est vraie aussi par là même. Nous ignorons *à priori* si la première est vraie, mais nous concluons qu'elle est fausse lorsque nous savons d'une manière quelconque que la seconde est fausse. Ainsi, désignant par A et B ces deux propositions, nous disons : *A étant, par là même B est; or B n'est pas, donc A n'est pas.* Cette conclusion repose sur ce que B ne peut pas tout à la fois être et ne pas être, c'est-à-dire deux propositions contradictoires se trouver simultanément données. (*Être* signifie ici *être en un rapport déterminé quelconque*.)

Démontrer la fausseté d'une proposition, c'est (en vertu du principe d'identité) démontrer la vérité de sa contradictoire. On voit donc que, par la réduction à l'absurde, on peut conclure à la vérité. Soit, par exemple, un polygone dont la somme des angles est égale à deux droits, je prouve ainsi qu'il est triangle : le polygone n'étant pas triangle, la somme de ses angles par là même est autre que deux droits (ce qu'il faut établir d'ailleurs) ; mais cette somme est deux droits ; donc il est faux que le polygone ne soit pas triangle. Donc il est triangle.

Une conclusion fausse, logiquement parlant, est celle qui est contradictoire avec une proposition posée. Une conséquence du principe d'identité est donc que *le faux dans le raisonnement ne résulte jamais du vrai ou de ce qui est posé.* Sans cela, des propositions

contradictoires subsisteraient ensemble. La réduction à l'absurde ne serait pas possible.

Mais *le vrai résulte quelquefois du faux* dans tous les syllogismes possibles. Ici le faux étant supposé dans les données, nous ne pouvons plus appliquer ce mot qu'à des propositions dont les contradictoires sont établies d'ailleurs. Tout se réduit donc à faire voir que la vérité de la conclusion n'entraîne point celle des prémisses, et que des prémisses différentes, ou même incompatibles, peuvent amener une seule et même conclusion. Prenons, en effet, le syllogisme du nombre ($m = q$, $p = m$, $p = q$); deux prémisses quelconques de même forme ($m' = q$, $p = m'$) donnent le même résultat par substitution: $p = q$. Mais si l'on admet pour vraies et la conclusion et l'une des prémisses, l'autre sera vraie aussi. On voit que, dans cette sorte de syllogisme, la fausseté doit porter sur la double donnée. Il en est de même du syllogisme par équipollence, dont celui de l'égalité est un symbole exact. Soit maintenant le syllogisme de contenance ($m = eq$, $p = em$, $p = eq$); il est clair que des prémisses $m' = eq$, $p = e\,m'$, quel que soit m', on tirera la même conclusion $p = eq$. (Ex. *Tout singe est homme; or, tout Européen est singe, donc tout Européen est homme.*) Dans ce syllogisme, non seulement la conclusion étant donnée, les deux prémisses ne le sont pas par là même, et ainsi peuvent être fausses toutes deux; mais, de plus, l'une d'elles peut être fausse et l'autre vraie, car de $m = eq$ et $p = eq$, il ne s'ensuit pas que $p = em$; et de $p = em$, $p = eq$, il ne s'ensuit pas que $m = eq$. Toutefois, la

condition n'est pas la même pour les deux prémisses : la première étant vraie, ainsi que la conclusion, la seconde peut être fausse en ce sens que sa contraire soit vraie (on peut avoir simultanément $m = eq$, $p = eq$, $p = e$ (non m); la seconde étant vraie, ainsi que la conclusion, la première peut être fausse; mais alors sa contradictoire est vraie, non sa contraire (on peut avoir simultanément $p = em$, $p = eq$, $em = e$ (non q). (Exemples de ces deux cas : tout Français est homme; or, tout Anglais est Français, donc tout Anglais est homme. Tout homme est Européen; or, tout Français est homme, donc tout Français est Européen.)

Je ne pousserai pas plus loin cette analyse qu'il est aisé de compléter et d'étendre aux modes négatifs et particuliers.

Principe de disjonction. — C'est encore au principe d'identité que se rapporte un mode de raisonner, dont l'usage est grand dans toutes les sciences : la *division* ou *disjonction*. Deux propositions étant données comme exclusives l'une de l'autre, soit, sous la forme disjonctive et alternative, *A est B ou C*, et avec le sens de cette autre formule, *A n'est pas à la fois B et C*; lorsqu'il est établi d'ailleurs que *A est B*, on conclut *A n'est pas C*, et lorsqu'il est établi que *A n'est pas B*, on conclut *A est C*. Le raisonnement se fonde sur ce que les deux propositions, *A est B*, *A est C*, ne sont ni vraies ensemble, ni fausses ensemble, c'est-à-dire sont contradictoires; il faut donc qu'elles puis-

sent se mettre respectivement sous la forme $m = eq$, $em = e$ (non q), si elles concernent des espèces.

Les anciennes logiques parlent à ce propos de *syllogismes disjonctifs* et de *syllogismes copulatifs*, et la réduction à l'absurde est aussi nommée syllogisme. Sans doute on peut étendre l'emploi de ce terme à tous les modes de déduction, mais il est mieux de le réserver à ceux qui dépendent de la considération d'un moyen terme. On distingue encore des syllogismes *hypothétiques* ou *conditionnels :* (si A est, B est; or, A est, donc B est). Cependant il n'y a logiquement rien de plus ici qu'un rapport de deux propositions, sans syllogisme à l'appui, savoir, *A est, donc B est.* Qu'ensuite le terme A soit posé tantôt comme hypothétique et tantôt comme effectivement donné, on ne doit voir là qu'une circonstance étrangère au raisonnement.

Le principe de la disjonction s'applique à un nombre quelconque de termes, pourvu qu'on suppose une énumération de propositions distinctes *A est B*, *A est C*, *A est D*, etc., telle qu'aucune autre ne puisse plus être admise. (Exemple: deux circonférences sur un plan sont ou extérieures, ou tangentes extérieurement, ou sécantes, ou tangentes intérieurement, ou intérieures.) Cette supposition une fois faite, en niant toutes les propositions, moins une, on affirmera cette dernière, comme si une alternative unique avait été posée; et, en effet, la série *A est B, A est C*, *A est D,* etc., peut toujours alors s'exprimer par deux propositions, *A est B, A est autre que B*, qui sous un seul et même rapport sont incompatibles.

Cette règle est d'un grand usage pour la démonstration des réciproques des propositions d'un même ordre formant une série et dont tous les cas sont énumérés. Lorsqu'il est établi que toutes les propositions distinctes *A est B, A est C, A est D,* etc., entraînent respectivement certaines autres propositions toutes différentes entre elles, *M est N, M est P, M est Q,* etc., on conclut que *M est N* exige à son tour *A est B* ; que *M est P* exige *A est C,* etc. La démonstration est facile par la réduction à l'absurde. Dans l'exemple ci-dessus, tiré de la géométrie, on prouve qu'aux diverses positions des deux circonférences correspondent des relations diverses entre la ligne des centres et la somme ou différence des rayons. Dès lors, une de ces relations étant donnée, on peut en conclure réciproquement la position correspondante, à l'exclusion de toutes les autres.

Principe analytique de la raison suffisante. — C'est un mode de raisonner d'une importance non médiocre dans les mathématiques. La place en est marquée ici, d'autant mieux que la théorie ne s'en trouve nulle part, et qu'on est porté à le confondre avec un principe très général, très contestable et contesté de la métaphysique leibnizienne. Il tient du procédé de disjonction et de la réduction à l'absurde, mais avec un élément nouveau qui lui est propre.

A est B, ou C, ou D ; mais A n'est pas B, A n'est pas C, donc A est D : jusque-là on ne fait usage que de la disjonction.

Pour prouver que A n'est ni B, ni C, on prouve :

1° que A ne peut être à la fois B et C ; 2° que si A est B ou C, A est aussi nécessairement C ou B : réduction à l'absurde. C'est dans la démonstration du second point que paraît l'argument de la *raison suffisante*. Je suppose que, d'après la nature de la question, A doit être déterminé et sans aucun arbitraire ; cette détermination dépend des données, établit entre les données et A certaine relation fixe. Je suppose, de plus, que le problème est rationnel, et porte exclusivement sur les lois de la représentation, dans un cas tellement simple que nul de ses éléments ne puisse m'échapper. Cela posé, s'il arrive que les propositions incompatibles A est B, A est C, offrent une seule et même solution, en ce sens que leur *différence* est *indifférente* par rapport aux données, je dirai que *si A est B ou C, A est aussi nécessairement C ou B en vertu de la même raison quelle qu'elle soit, ce qui est contradictoire ; ou que la détermination de A, soit en B, soit en C, a lieu arbitrairement, ce qui est contre l'hypothèse ;* et je conclurai que A n'est ni B ni C.

En d'autres termes, si l'une des propositions était vraie plutôt que l'autre, il y aurait détermination de fait, là où il y a indétermination logique; et la décision serait arbitraire. C'est ce que l'on doit entendre par ces mots : *il faut une raison suffisante pour que la chose soit ainsi et non autrement.* Mais il s'agit des sciences purement logiques. L'application de ce principe aux phénomènes de la volonté est une question qu'on ne saurait trancher par axiome : Toutes les fonctions possibles sont-elles rigoureusement prédé-

terminées dans l'ordre quelconque du devenir comme elles le sont dans l'ordre mathématique ?

Exemple tiré de la mécanique rationnelle. — Je me borne à l'indiquer, sans appuyer sur des propositions ou hypothèses qui sont du domaine d'une science spéciale. A est B, ou C, ou D : deux puissances égales de mouvement, concourantes en un point, ont une résultante située d'un côté ou de l'autre de la bissectrice de l'angle, ou dans la direction même de cette bissectrice. A ne peut être à la fois B et C : la résultante est unique. Si A est B ou C, A est C ou B : les conditions sont pareilles dans l'une et l'autre supposition, entre les deux forces égales et leurs directions d'une part, la résultante et sa direction relative de l'autre (il est entendu ici que la position C est prise symétrique de la position B). Donc A est D : la résultante suit la bissectrice de l'angle.

Dilemme. — Cet argument se construit ainsi : A est B ou non B ; or, B est C, non B est C ; donc A est C. Les propositions *B est C,* et *non B est C,* ne portent pas sur un seul et même rapport, car le principe de contradiction s'y oppose. Aussi le dilemme est-il de nul usage dans les sciences ; mais il figure souvent dans les raisonnements qui regardent la pratique, parce que des rapports opposés entre deux mêmes termes s'y prêtent souvent à des conclusions pareilles à quelques égards, et cela suffit. Exemple : Ou la philosophie peut conduire au vrai, ou elle ne peut pas ; si elle peut conduire au vrai, on doit l'étudier ; si elle ne peut, on doit l'étudier encore ; donc on doit étudier

la philosophie. Les rapports entre le terme commun, *devoir étudier*, et les termes contraires, *philosophie qui conduit au vrai, philosophie qui ne conduit pas au vrai,* ne sont pas simples et ne sont pas les mêmes. L'auteur du dilemme le constatera lui-même en expliquant sa pensée : il dira, je suppose, que dans un cas on étudie pour obtenir la vérité, dans l'autre pour s'assurer qu'on n'y saurait atteindre, les avis étant partagés.

Ainsi, le dilemme porte sur l'alternative de deux faits posés contradictoirement. Il ne fait pas connaître lequel est le vrai, comme la réduction à l'absurde. Mais, de ces données contraires et incertaines, il fait ressortir, sans en adopter aucune, une certaine conclusion. Il est donc de l'essence de ce mode de raisonner d'admettre des possibles. Cependant la notion de possibilité n'y tient d'autre place que celle qui résulte d'une ignorance avouée : nous appelons possible, en ce sens, tout rapport que nous n'avons ni raison de poser, ni raison d'exclure. (Voyez § XXVIII.)

Le dilemme n'a que peu attiré l'attention des logiciens. Il serait difficile de dire pourquoi, si ce n'est qu'Aristote, en le rejetant de la science, avec raison, paraît ne s'être pas rendu compte de la valeur propre de cet argument et du genre d'exactitude qu'il peut comporter.

Exemple. — Induction. — Hypothèse — L'*exemple* est un rapport particulier admis que l'on cite à l'appui d'une proposition. Si cette proposition est particulière, affirmative d'ailleurs ou négative, l'exemple vaut le

syllogisme et s'y ramène ; mais si la proposition est universelle, l'exemple n'est qu'une propriété de l'individu ou de l'espèce, et quelquefois moins qu'une propriété, mise en avant pour caractériser le genre; alors il ne prouve rien, comme chacun sait, et n'est pas un raisonnement. ($em = eq$ n'implique pas $m = eq$.)

L'induction est une accumulation d'exemples, $em = eq$, $e'm = eq$, $e''m = eq$, etc., desquels on veut conclure, en les prenant ensemble, que $m = eq$. (Les corps terrestres pèsent, la terre pèse, les planètes pèsent, etc., donc tous les corps sont pesants). Si les exemples comprennent la totalité des espèces du genre, la conclusion est juste, et l'induction, dans ce cas, est un syllogisme de cette forme : $em + e'm + e''m$, etc. $= eq$; or, $em + e'm + e''m$, etc. $= m$; donc $m = eq$. Mais lorsque l'énumération ne s'étend pas à toutes les espèces, la conclusion est logiquement fausse, et l'induction n'est qu'une hypothèse justifiée par des faits plus ou moins nombreux que d'autres faits pourront démentir. On peut consulter l'histoire des sciences physiques et même mathématiques.

Il est impossible d'entendre quel procédé Bacon a pu qualifier d'*induction légitime*, logiquement du moins, en dehors du syllogisme et de l'énumération exacte et complète qui en fournit les éléments.

Au point de vue de la persuasion et des probabilités, des inductions telles que celles-ci : *cet homme mourra, le soleil se lèvera demain*, etc., et tout ce qu'on appelle croyance à la permanence des lois de la

nature, peuvent bien se qualifier d'inductions légitimes. Mais il n'y a point là démonstration ; ce n'est pas de la logique, ce n'est pas de l'analyse.

L'utilité de l'induction légitime ou non, dans les sciences physiques, n'est pas contestable. Mais ce procédé n'y vaut que ce que vaut l'hypothèse ; ou plutôt c'est la même chose sous un autre nom, car on ne propose point une hypothèse qui ne soit appuyée sur des exemples ou des analogies, et qui n'ait la prétention de s'étendre à la partie inconnue des faits, en attendant vérification. La physique, en ce qui concerne la recherche, est comme la vie elle-même : on n'y saurait faire un pas sans admettre, sous l'apparence d'une probabilité plus ou moins grande, des rapports qui ne sont actuellement ni donnés, ni conclus, et qui plus tard le seront ou ne le seront pas.

De la démonstration en général. — Le syllogisme, la réduction à l'absurde et la méthode de disjonction, concluent certaines propositions de cela seul que certaines sont données. Mais il y a plus, ils concluent analytiquement, car le principe fondamental du syllogisme, sous toutes ses formes, est, comme ceux des deux autres procédés, une proposition analytique. Je veux dire, ainsi que je l'ai expliqué ailleurs, que ces principes sont de simples développements d'une représentation toujours donnée ; en sorte que les nier, c'est nier cette représentation au moment même où on la pose.

Ces principes n'en forment qu'un seul, si l'on a

égard au lien étroit de la *contradiction* et de l'*alternative* qui se constituent en se complétant réciproquement (§ XXVIII).

Conclure analytiquement, c'est *démontrer*. Ainsi le syllogisme, la disjonction et la réduction à l'absurde démontrent. Il y a d'autres moyens de persuasion et de croyance, mais il n'y a point d'autre démonstration.

Toute démonstration exige des données; donc il est impossible de démontrer toutes les propositions: il y aurait *cercle vicieux* ou *progrès à l'infini*. L'analyse qui fait les sciences part, en effet, de synthèses données, propres à chacune et convenablement choisies. La science première a pour synthèses irréductibles toutes les lois fondamentales de la représentation, et ces lois sont même tellement liées qu'on ne saurait, je ne dis pas démontrer, mais exposer l'une d'elles sans supposer toutes les autres, par le seul fait du tissu du discours.

§ XXXVI.

Loi de DEVENIR.

RAPPORT, NON RAPPORT, CHANGEMENT.

Devenir de qualité; devenir d'espace et de temps: mesure du mouvement.

Les lois que nous avons étudiées jusqu'ici présentent un caractère commun: la stabilité, la constance des phénomènes dont elles sont la règle. La loi de succession elle-même forme sa synthèse abstraite avec des éléments indépendants du fait que quelque chose

commence, que quelque chose finit, et que certains rapports changent ; non que la limite et l'intervalle de temps fussent représentés effectivement alors que rien ne deviendrait, tout est lié dans la connaissance, mais parce que la durée s'assujettit aussi les phénomènes les plus invariables et les plus homogènes. D'une autre part le temps est le théâtre du changement, de sorte que la catégorie de durée est une transition de l'ordre simple de la relation à l'ordre du devenir et de l'activité.

D'ailleurs le devenir représente symboliquement la loi de coordination de tous les phénomènes possibles, lorsque étant comparés, même sans changement, et classés par mesure exacte ou par degrés d'intensité, ils sont dits *varier*, *croître ou décroître indéfiniment ou entre telles limites*.

Le devenir n'est point un rapport affirmé ou nié simplement, car la chose qui devient est indéterminée sous celle des catégories qui renferme la matière du changement. Mais qu'un phénomène soit tout à la fois posé et supprimé, que l'autre soit dit du même, et le même de l'autre, voilà bien ce qui convient à la représentation du devenir. Si donc nous voulons composer cette catégorie à l'instar des précédentes, il faut la définir une *synthèse du même que soi et de l'autre que soi*, ou encore *de l'être et du non-être*, en se rappelant qu'*être* est le signe affecté à la mention d'un rapport déterminé quelconque. Le *soi* marque ici l'ensemble des phénomènes qui se modifie par le devenir.

Un phénomène est donc représenté tout à la fois comme ajouté et comme retranché (par exemple le *blanc* dans un certain corps, le chlorure d'argent qui noircit à la lumière). Mais ce *tout à la fois* ne se rapporte pas à l'instant ou limite du temps, car alors le principe de contradiction se démentirait. Nous rencontrons ici un principe original de la représentation dont l'analyse est délicate.

A la limite même, ce qui est est, et ne change pas. Mettons ceci hors de toute atteinte. Autrement nous devrions nous représenter une ligne dans un point, des phénomènes successifs sans intervalle de succession, quelque chose de déterminé en A et en non A, sous les mêmes rapports, y compris celui de temps.

Le changement se fait donc dans le temps, mais comment? par degrés? ce n'est rien dire, car il n'y a pas une infinité de ces degrés, le principe du nombre s'y oppose, et la question ainsi reculée se retrouvera toujours entre les degrés immédiatement successifs. En fait, le devenir que nous soumet l'expérience est tel que les limites du *moindre changement* sont inobservables : aux deux extrémités d'une durée, quelque petite qu'elle soit à nos yeux, le phénomène qui devient nous offre deux états différents, et c'est vainement que nous resserrons les limites, nos moyens d'observation se trouvent impuissants avant que nous ayons atteint cette durée élémentaire durant laquelle l'objet qui change ne changerait point. Inévitablement il doit en être ainsi, car nous n'observons le devenir qu'avec le devenir, et alors même que nous

disposerions d'instruments parfaits, nous serions toujours arrêtés faute de pouvoir descendre au-dessous de la moindre durée d'une représentation : il est clair que celle-ci ne sera jamais mesurée, ni même observée seulement.

L'expérience ne constate que des devenus. Le devenir pour elle, est un phénomène qui, rapporté à des phénomènes sensiblement constants, s'observe toujours autre à des moments différents, quelque rapprochés de fait que soient ces moments. Ainsi l'expérience ne nous apprend pas comment le changement se fait dans le temps.

Les lois générales de la représentation, le principe de contradiction et le principe du nombre, ne répondent pas non plus à cette question du comment. Mais elles exigent qu'une certaine durée effective soit posée, immensurablement petite, aussi petite qu'on voudra, et l'imagination n'a point de bornes, une durée telle, toutefois, que le rapport qui est dit changer soit déterminé à la première limite, déterminé autre à la seconde, et cela sans qu'une troisième détermination se place entre les deux.

Le devenir est donc la synthèse du rapport et du non rapport à deux instants que la représentation distingue, quoique l'expérience ne les sépare pas ; et s'il est permis d'énoncer le rapport et le non rapport comme donnés *tout à la fois,* c'est afin de marquer l'impossibilité de limiter de fait l'intervalle de deux états sans état intermédiaire, et pour exprimer, entre les limites d'une durée assignée quelconque, la synthèse

de l'affirmation et de la négation dans la représentation du changement.

Cette représentation est d'ailleurs un fait primitif dont il n'y a pas d'autre explication à chercher. Un rapport est maintenant, et maintenant ce rapport n'est plus et un autre a pris sa place. A cet être et à ce non-être il faut affecter deux différentes limites du temps. Tout le devenir est là. Quelle combinaison de la pensée éclairerait-elle mieux ce que précisément toute pensée suppose?

Appliquons la loi de devenir aux catégories de qualité, de nombre, de temps et d'espace.

Les changements de qualité sont l'objet le plus ordinaire des spéculations pratiques. Mais alors ils se compliquent aussi de diverses notions tirées de la cause, de la fin et de la personne. Nous remettons à la catégorie de causalité ce que nous avons à dire des propositions concernant le futur. Au reste, les lois du changement, dans les divers ordres de phénomènes, composent la plus grande partie de toutes les sciences, à l'exception des mathématiques pures. Quand l'objet de l'investigation scientifique est une qualité, deux cas peuvent se présenter. Si la qualité proposée ne comporte pas une mesure exacte et ne subit la loi de quantité, soit directement, soit indirectement, que sous le rapport de l'espèce, l'observation seule en déterminera les variations, aidée, au besoin, par des expériences convenablement préparées ; l'étude des modifications organiques est un exemple de ces cas dans

l'état actuel de la physiologie. Au contraire, s'agit-il d'une qualité dont les changements se lient régulièrement à ceux d'une quantité déterminable avec précision, alors la mesure et le calcul entrent dans la science et lui donnent une portée tout autre. C'est ainsi que les variations du volume d'un corps donnent une sorte de mesure de la chaleur; on spécule sur les sons et sur les couleurs en les rapportant à de certains nombres de vibrations ; les qualités qui définissent les composés chimiques correspondent aussi à des quantités fixes de leurs éléments estimés en volume ou en poids, etc., etc. (Le poids n'est ici lui-même qu'une quantité dérivée comme nous le verrons plus loin.)

C'est toujours par l'intermédiaire de l'espace et du temps que les qualités qui deviennent sont ramenées à la quantité et au nombre, et la réduction se fait toutes les fois qu'une correspondance ordonnée et constante est reconnue entre une loi de devenir en qualité et une loi de devenir en étendue et en durée. Or l'étendue et la durée sont des continus pour la représentation en général, et de là vient que les lois quelconques du changement ne reçoivent l'application scientifique du nombre qu'à la manière des continus, quoiqu'une véritable continuité dans le devenir soit inintelligible et contradictoire. Les nombres discrets que suivent les variations des phénomènes sont insaisissables, et l'on ne commet point une erreur sensible en les calculant comme on ferait des composés indéfiniment divisibles ; mais

il n'en est pas moins vrai que les sciences n'arrivent guère à la solution de leurs problèmes qu'en y substituant d'autres problèmes très peu différents des premiers au point de vue de l'expérience.

Aristote a donné une définition très profonde du temps : *le nombre du mouvement sous le rapport de l'avant et de l'après* (soit *le nombre qui règle la succession des phénomènes*). Cette formule exprime la synthèse du devenir et de la durée. D'un côté la durée semble perdre sa continuité, tout nombre devant être discret, et aussi dans le fond tout devenir ; mais, de l'autre, le devenir, dont les derniers moments sont au fait inattingibles, s'enfonce dans l'indéfini de la division de la durée par le choix arbitraire de l'unité de celle-ci.

Le temps assimilé de la sorte au devenir, et censé mesuré, est à son tour la mesure idéale des autres changements : idéale, parce que l'unité du temps pris en lui-même ne se laisse pas fixer, et que nul rapport de durée n'est déterminable qu'au moyen de l'observation de certains phénomènes variables dont les états déterminés, successifs, soient tenus pour être séparés par des durées égales. Or ces phénomènes se produisent dans l'espace, et c'est au fond l'étendue mesurée qui mesure le temps et tous les changements.

Le devenir dans l'espace est le mouvement. *Être et n'être pas en un lieu* (point, ou limite d'étendue), c'est la synthèse propre à ce devenir. Le mobile, en tant qu'il se meut, *se rapporte et ne se rapporte pas* de position à un point déterminé quelconque. Ici, la durée

contracte une intime union avec l'étendue, parce que les points sont mis en parallèle avec les instants, et qu'un intervalle (une étendue) étant représenté entre deux positions d'un mobile, quelque rapprochées qu'elles soient, un autre intervalle (une durée) se place entre les instants correspondants. Cela posé, si nous demeurons dans le temps et l'espace purs, selon la représentation, abstraction faite de toute qualité, et hors du domaine de l'expérience, le mouvement nous est donné comme continu ; ses moments suivent la division indéfinie de l'étendue à laquelle s'applique le mobile abstrait, la division indéfinie de la durée qui sépare deux stations quelconques. Le devenir réel n'est pas pour cela supposé infini de composition effective, mais il est assimilé à la *synthèse de l'interposition possible des moments en nombre indéfini entre deux limites données*. Tel est le mouvement dont les lois sont l'objet de la mécanique rationnelle.

La mesure du temps s'obtient par le mouvement sur ce principe (ou jugement synthétique) que *des durées égales correspondent à des espaces égaux parcourus par deux mobiles identiques sous les mêmes conditions et dans les mêmes circonstances*.

Un mouvement est dit *uniforme* lorsque durant son cours les parties aliquotes quelconques de l'étendue totale sont parcourues dans les mêmes parties aliquotes de la durée totale. Cette définition n'implique point un rapport déterminé de l'unité linéaire à l'unité de temps ; mais deux étendues différentes sont parcourables uniformément dans la même durée par deux

mobiles différents, ou par le même mobile en diverses rencontres; et une même étendue est aussi parcourable uniformément en des durées différentes. Dans cette hypothèse si nous désignons par x une étendue linéaire parcourue (soit un nombre de mètres) et par t la durée correspondante mesurée, c'est-à-dire au fond une autre étendue (soit un nombre de secondes), le rapport $\frac{x}{t}$ sera constant pour un seul et même mouvement effectué sur la ligne x, et variera si l'on compare un mouvement à un autre. Ce rapport est ce qu'on nomme la *vitesse*. Dit-on, par exemple, qu'un mobile est animé d'une vitesse de 100^m par seconde il faut entendre que l'espace qu'il parcourt uniformément est dans le rapport de 1 à 5 (approximativement) à celui que parcourt dans la même durée un point de l'équateur terrestre emporté par le mouvement diurne. Les appréciations sensibles et vulgaires se fondent sur de semblables comparaisons et ne se règlent pas sur d'autres principes.

Lorsque les parties aliquotes de l'étendue ne correspondent pas aux mêmes aliquotes de la durée dans le cours d'un même mouvement, ce mouvement est *varié*. C'est alors la vitesse qui varie, comme la définition de celle-ci le fait voir, et on peut la mesurer pour chacun des intervalles où elle demeure constante. Mais s'il n'y a pas de tels intervalles ou s'il n'y en a que d'inappréciables, si l'on part de l'hypothèse d'un mouvement qui ne serait ni uniforme ni composé de mouvements uniformes, la vitesse n'est plus que dans le

devenir, et ce devenir étant posé continu comme l'espace et comme la durée, il n'y a plus en toute rigueur de mesure possible pour un rapport qui n'est point. Dans ce cas, celui du mouvement continûment varié, on a coutume d'entendre par la vitesse à un instant donné, celle que prendrait le mobile si le mouvement cessant de varier se continuait uniformément tel qu'il est à cet instant. Mais cette définition est contradictoire en ce qu'elle suppose qu'il existe *dans l'instant* un mouvement défini, une vitesse dont il suffit d'imaginer la conservation, tandis que pour cela un temps et un espace quelconques déterminés sont indispensables. La considération des limites permet seule d'appliquer la fiction d'une vitesse à un mouvement qu'on ne suppose uniforme pendant aucune durée susceptible d'être fixée. Soit $x = f(t)$ une relation numérique donnée entre la durée et l'étendue, et qui fait connaître la position du mobile à des instants assignés à volonté par les valeurs t', t'', etc. Le rapport $\frac{f(t'') - f(t')}{t'' - t'}$ exprimerait la vitesse pendant la durée $t'' - t'$ si l'on pouvait regarder le mouvement comme uniforme et de même sens entre ces instants. Il n'en est pas ainsi; mais les instants étant suffisamment rapprochés, les positions du mobile déterminées par le mouvement effectif quel qu'il soit, dans cet intervalle, différeront aussi peu que l'on voudra de celles que dans le même intervalle un mouvement uniforme hypothétique déterminerait. Ce dernier mouvement a une vitesse ; en la transportant au premier, qui rigou-

reusement n'en a point de fixe, on s'éloigne d'autant moins de la vérité des données que t' et t'' se rapprochent plus de l'égalité. Enfin, si l'on convient de prendre pour la vitesse d'un mouvement continûment varié quelconque, au bout du temps t', la valeur de $\frac{dx}{dt}$ correspondante à ce temps, on ne fera autre chose que considérer ce mouvement comme décomposé en un nombre indéfini de mouvements uniformes, différents et successifs, dont les éléments (étendue et durée) sont indéfiniment décroissants ; et l'erreur que cette décomposition implique par rapport à la relation $x = f(t)$ est indéfiniment décroissante elle-même.

La vitesse fictive d'un mouvement continûment varié, à un instant donné t', est donc la limite des rapports des différences des espaces parcourus, $x'' - x'$, aux différences des temps correspondants, $t'' - t'$, lorsque t'' tend à se réduire à t'. Cette convention ne donne lieu à aucune erreur assignable, parce que le mouvement proposé n'est dès lors pris pour uniforme qu'entre des instants dont l'intervalle demeure indéterminé et moindre, par hypothèse, qu'une durée assignée quelconque.

L'équation $v = \frac{dx}{dt}$ exprime la relation générale de la vitesse ainsi définie avec le temps. Si l'on se propose maintenant de mesurer le rapport $\frac{v'' - v'}{t'' - t'}$ ou l'*accélération* (vitesse d'accroissement de la vitesse du mouvement varié), on rencontrera la même difficulté

puisque ce rapport peut lui même n'être pas constant dans l'intervalle de t' à t'' quelque petit que soit cet intervalle. On recourra donc à la même solution : on prendra le coefficient différentiel $\frac{dv}{dt}$ ou $\frac{d^2x}{dt^2}$ pour l'expression du rapport de la différence des vitesses à la différence des temps à un instant donné ; c'est-à-dire qu'on supposera la vitesse uniformément variable (comme ci-dessus l'espace parcouru) entre des instants que sépare une durée indéterminée moindre par hypothèse que toute durée assignée. Ainsi la vitesse du mouvement continûment varié quelconque se mesure fictivement par sa décomposition en une série indéfinie de mouvements uniformes, et l'accélération de même, en substituant à ces derniers des mouvements uniformément variés.

Les formules dont je viens d'exposer la signification ont cette admirable propriété, qu'elles tiennent du calcul de l'indéfini, de supposer la discontinuité du mouvement sans quoi elles cesseraient d'être intelligibles, mais une discontinuité à limites indéfiniment rapprochées. Or c'est précisément par là qu'elles atteignent à la mesure des fonctions que l'on suppose continues : non point à la mesure exacte, en un sens que la nature de la question rend tout à fait vain, mais bien à l'exactitude et à la rigueur propres d'une approximation générale et sans bornes.

§ XXXVII.

Loi de CAUSALITÉ.

ACTE, PUISSANCE, FORCE.

Cause et effet. — Définition et mesure des forces.

Toute série de phénomènes enchaînés par le devenir, après qu'elle est écoulée, soumet à l'analyse une certaine loi de succession et de développement. Mais, *à priori*, dans l'attente où nous sommes d'un avenir et d'une suite de changements, il arrive souvent que nous ne nous représentons point *quelle loi sera*. Ceci est un fait. Au reste si une loi préexiste alors à elle-même, est prédéterminée comme on dit, en sorte seulement que nous ignorions laquelle, ou si, dans certains cas, les phénomènes ne sont liés qu'après qu'ils sont et que l'expérience les a donnés, c'est ce que je n'examinerai pas en ce moment.

Plaçons-nous à un instant quelconque d'une série que la représentation se propose comme indéterminée au delà de cet instant. Un phénomène est maintenant, et, après une durée très petite, nous nous attendons à trouver un autre phénomène substitué aux rapports du premier. Ce second phénomène, en tant qu'il n'est posé en vertu d'aucune loi, n'a ni quantité, ni qualité fixe, mais comprend un nombre indéfini de déterminations toutes différentes les unes des autres. Ces déterminations qui s'excluent mutuellement sont des *possibles*, sont dites exister *en puissance*, et cela sinon dans le phénomène immédiatement antérieur, au moins dans l'ensemble des précédents dont la loi est

donnée ; celle de toutes, la seule, qui se trouve devenir effectivement, selon l'expérience, est dite *actuelle*, et constitue un *acte* de ce même ensemble dont les possibles composent à chaque instant la puissance.

Si la loi s'étend du passé jusque sur le futur, n'importe ici à quel titre, on distingue toujours entre la détermination en puissance et la détermination en acte. Il serait établi, par je ne sais quelle méthode, qu'entre tous les possibles, ainsi nommés eu égard à l'ignorance seulement, il n'y en a jamais qu'un que la connaissance exacte et totale des rapports donnés ne fît point reconnaître impossible à un instant et pour des circonstances déterminés, dans tous les genres de phénomènes ; encore ce seul possible, ce vrai futur, aurait-il en vertu de la loi de temps, deux formes opposées exclusives l'une de l'autre : la première comme à venir, et c'est la puissance, la seconde comme devenant et présent, et c'est l'acte.

Les groupes définis de phénomènes sujets au devenir, depuis les corps qui exécutent de simples changements de lieu jusqu'aux êtres les plus complexes dans leurs variations, se composent ainsi, quant à leur partie mobile, d'une série d'actes. Cette série, synthétisée à chaque moment, est comme un acte unique séparé de l'acte immédiatement consécutif par une puissance, soit d'ailleurs que nous nous représentions celle-ci sous la forme d'un nombre indéfini de possibles divers, ou que nous n'y apercevions que le simple intervalle entre deux moments d'un changement dont nous savons la loi et qu'en conséquence nous envisageons futur

comme s'il était accompli. La synthèse des actes passés est une véritable définition du mobile dont elle exprime l'*état actuel :* telle est la vitesse acquise d'un corps en mouvement; tel est, dans un ordre bien autrement compliqué, le caractère d'un être moral qui délibère. Il nous sera donc permis de prendre la puissance pour l'intervalle quelconque de deux actes consécutifs, en faisant du premier la synthèse de tous les actes antérieurs.

Jusqu'ici l'acte et la puissance ne paraissent pas excéder la catégorie du devenir, et il semble que nous recommencions l'analyse de cette dernière avec des dénominations nouvelles. Mais le sens de ces deux notions va changer par l'introduction du rapport unique et original qui les lie : la *force.*

Toute représentation de changement est accompagnée d'une représentation de force. A ce nouveau point de vue la puissance comme intervalle de deux actes unis qui la déterminent, si le second n'est pas encore posé, nous donne le *pouvoir ;* s'il est posé, le *faire* ou production. Ce sont deux faces de la notion de force. Sous le premier aspect, la force n'est que *virtuelle,* et la puissance est encore distincte de l'acte ; sous l'autre, il y a synthèse complète, et c'est la force proprement dite qui paraît, participant dans une égale mesure et de l'acte et de la puissance qui se transforment assumés dans une troisième conception. En effet, soit que nous posions l'acte pur, sans puissance, ou la puissance pure, sans acte, de même que nous n'obtenons pas le devenir, de même aussi nous n'obtenons pas le faire : les choses sont représentées, soit actuelles

soit possibles, mais non produites. L'acte et la puissance, envisagés dans une abstraction complète, s'excluent mutuellement, et la force, étrangère à chacun des deux séparément, résulte de leur synthèse. La force est l'*acte de la puissance*.

Il est bon de signaler une frappante analogie de forme entre les catégories de devenir et de force et celles de position ou de succession. Les actes sont de véritables limites entre lesquelles s'étend la puissance; celle-ci, intervalle indéterminé d'abord comme l'espace et comme le temps, du moins si l'on a égard aux cas où elle nous représente un nombre indéfini de possibles, se détermine par la position d'une double limite, comme l'étendue par deux points et la durée par deux instants. Enfin, le devenir est *engendré* à la manière d'une ligne et comme par un mobile dont chaque direction, d'une limite à une autre indéfiniment rapprochée de la première, exclut un nombre indéfini d'autres directions, toutes également possibles si la loi de la ligne n'est pas donnée. La force qui anime ce mobile détermine la synthèse de la puissance et de l'acte en chaque élément linéaire.

La force envisagée plus particulièrement dans son rapport au premier des deux actes qui limitent la puissance prend le nom de *cause*, et dans son rapport au second le nom d'*effet*. On doit dire qu'*il y a relation de cause à effet, lorsque dans une série de phénomènes sujets au devenir, deux groupes sont envisagés de telle sorte que le premier étant d'abord posé en acte, et le*

second représenté en puissance dans le premier, le second devienne actuellement. Nous supposons ici que l'acte et la puissance sont toujours, en pareil cas, liés par la force ; et cette supposition est voulue par une loi de la représentation que l'on connaît sous le nom de *principe de causalité.*

J'énonce ce principe ainsi : *Tout ce qui change, en tant que changé, est un effet*, ou encore *tout changement implique une cause qui est dite le produire.* L'énoncé vulgaire *point d'effet sans cause* est une identité insignifiante. On dit mieux *tout ce qui commence a une cause,* mais alors il faut n'envisager qu'un commencement relatif synonyme de changement. Celui qui prétendrait appliquer le principe de causalité à un premier commencement des phénomènes se placerait en dehors de la série du devenir, et par conséquent de l'expérience possible, et par conséquent des catégories qui ne s'entendent que comme règles générales attachées par la représentation à l'expérience. L'axiome prétendu n'aurait alors aucun fondement. C'est pourquoi je n'ai cherché la définition du rapport de cause à effet que dans la comparaison de deux termes successifs tirés du cours des phénomènes qui changent.

Le principe de causalité est un jugement synthétique, par lequel les catégories de devenir et de force se présentent comme constamment liées, de même que le sont déjà les catégories de succession et de devenir : *Tout changement implique une force ; tout changement implique une durée.*

La dialectique dirigée contre la notion de cause à

diverses époques, et par les philosophes les plus profonds, tombe devant les définitions que je propose. Les arguments aussi vrais que subtils d'OEnésidème, reproduits plus tard et affaiblis, s'adressent aux partisans de la substance, obligés d'admettre des causes séparées de leurs effets. C'est donc à ceux-ci d'y répondre, ce qu'ils n'ont jamais fait et ne feront jamais. Il est clair que celui qui pose l'existence d'une chose active par soi et de sa nature, puis, en regard, l'existence d'une chose essentiellement passive, est dans l'impossibilité d'expliquer comment l'agent est agent sans être patient, et le patient, patient, sans être agent, et comment tous deux jouent ainsi leurs rôles sans échanger leurs natures. Quant à la cause dite *en elle-même* et à sa détermination interne d'où procède l'acte, comment se la représenter si on ne la place dans le devenir, c'est-à-dire si on ne la considère comme une succession de causes et d'effets, et non plus simplement comme active? Enfin, poser une substance, et dans cette substance une cause de ses modifications, c'est vouloir qu'une chose, en tant qu'elle est, se fasse autre et devienne son contraire. La cause des écoles idolologiques pourrait se définir *une chose qui se fait non-chose*, étrange contradiction ! On se condamne à de telles conséquences lorsqu'on veut expliquer la multiplicité et le changement en prenant l'un et l'immuable pour données. On a le droit de les répudier lorsqu'on se refuse à poser des termes de rapports à part de ces mêmes rapports qui sont les seules données véritables de la connaissance. Toutes les chi-

mères dont la notion de causalité a été environnée s'évanouissent aux yeux du philosophe qui définit l'acte, la puissance, la force, la cause par la simple analyse des rapports auxquels ces dénominations s'appliquent.

Il y a toutefois une raison à donner de l'habitude que nous avons de personnifier l'activité dans un certain sujet et la passivité dans un autre. Le rapport de cause à effet ne se représente rationnellement que par deux actes, distingués, il est vrai, mais unis aussi et placés dans une même série, lesquels limitent une puissance, et par synthèse avec celle-ci nous donnent une force. Mais les relations des phénomènes ne sont jamais aussi simples que l'esprit est forcé de se les faire pour les définir, soit dans la science, soit dans l'usage le plus vulgaire. Or, les deux mêmes actes qui, pour l'intelligence de la causalité, doivent être envisagés dans une série unique où ils se produisent successivement, à d'autres égards appartiennent à des ensembles de rapports des plus distincts : par exemple le mouvement musculaire et l'impulsion communiquée à un corps étranger. Le mouvement musculaire se lie d'une façon toute particulière à la loi très complexe qui constitue un homme, tandis que l'impulsion reçue se place dans le corps qui se meut et parmi les rapports qui déterminent l'être de ce même corps, ou en règlent les dépendances. De là vient que l'effet et la passivité sont aisément fixés par l'imagination dans un sujet, la cause et l'activité dans un autre. Le préjugé de la substance donne un corps à cette distinction

d'ailleurs naturelle. Mais l'existence de deux lois diverses, quelque tranchés que soient les phénomènes qu'elles enveloppent, ne nuit point à la troisième loi qui les unit sous un point de vue. Cette dernière est précisément la causalité, c'est-à-dire une relation qui se surajoute constamment à celles qui constituent les êtres dans le devenir.

Que la représentation de la cause nous offre de certains phénomènes comme fonctions de ceux-là même qui d'ailleurs en diffèrent le plus, c'est ce qu'il est aisé de vérifier. Et, par exemple, l'acte du vouloir dans l'homme semble de lui-même étranger aux lois de l'espace et du mouvement local aussi bien qu'à toutes les qualités par lesquelles se définit le corps humain soumis à ces lois; l'acte de la contraction musculaire à son tour paraît se rapporter exclusivement aux catégories de quantité, étendue, durée et qualité; cependant des faits si divers assument un rapport dans le devenir : le second de ces actes est en puissance dans le premier, et leur synthèse est une force. La différence n'est pas moindre entre le vouloir et le penser que le vouloir dirige. Enfin, là même où les faits sont du même ordre, la causalité ne résulte pas logiquement des rapports posés indépendamment d'elle, en sorte que l'identité ou la différence des phénomènes n'importent nullement, et que le rapport de force se superpose aux autres rapports sans acception de la nature de ceux-ci. Un exemple très connu suffira. Dans le fait de la communication du mouvement entre les corps, l'acte d'un premier mobile nous est représenté

comme lié par une force à l'acte d'un second au moment du choc; et pourtant si l'état d'un corps libre et en repos atteint par un corps en mouvement n'éprouvait un jour aucune modification, ce phénomène n'impliquerait pas plus contradiction que le phénomène inverse observé continuellement. Seulement l'expérience se démentirait.

On voit que les catégories de devenir et de force diffèrent profondément des précédentes. Lorsque certaines relations de nombre ou de qualité sont posées, certaines autres le sont aussi par là même. L'équation et la proposition ne signifient pas autre chose. Mais d'un état donné dans le devenir, un autre état ne résulte point pour nous *à priori*. Les forces, les causes, nous sont signalées par l'expérience, sur laquelle nous ne faisons qu'anticiper en vertu des observations passées, lorsque, dans un cas déterminé, nous attendons un certain effet. Les actes successifs entre lesquels nous nous représentons la puissance et la force renferment des éléments de quantité et de qualité, d'étendue et de durée; mais rien de tout cela ne nous apprend qu'il y a cause, et que le premier acte étant, le second sera produit. D'un autre côté, l'expérience nous soumet l'ordre de succession des phénomènes; mais le phénomène de la cause, à proprement parler, ne tombe pas sous l'observation; il appartient à la représentation en général, qui l'applique à tous les cas de succession constante donnés *à posteriori*.

Les considérations qui précèdent s'appliquent au

rapport de causalité pris en lui-même, abstrait, généralisé, et dans toute son extension comme objet de la connaissance. Mais portons notre attention sur la même loi, telle qu'elle apparaît dans un cas particulier d'une importance majeure ; je veux dire l'action de l'homme. Il se trouve alors que tel acte posé avec des possibles (soit la volition qui précède un mouvement musculaire) implique une représentation de force, et par celle-ci celle d'un acte conséquent. C'est un fait de personnalité ou de conscience, sur lequel nous reviendrons à propos d'une autre catégorie, mais que nous devions constater ici comme un cas, et le seul, où des phénomènes sont liés *à priori* par une force. En dehors de ce fait, on ne rendrait point compte des phénomènes humains, je dirai même de ceux de l'animalité, à moins de supposer, ce qui est certes chimérique, que l'animal apprend par la seule expérience, et sans anticipation de l'instinct, que tel acte par lequel il s'efforce d'approcher ou d'éloigner un objet est suivi d'un approchement ou d'un éloignement effectif. Ainsi, la force, envisagée dans la conscience, est un type sur lequel, indépendamment de l'expérience, nous modelons le rapport de causalité de tous les phénomènes extérieurs enchaînés dans le devenir. Mais il faut que la succession constante de ceux-ci soit établie d'ailleurs.

Hume, auteur d'une critique célèbre de la causalité, démontre, ce que j'admets, que les causes, quant à l'observation externe, se réduisent à de simples rapports de succession. Mais il supprime arbitrairement

ce que la représentation, en vertu de ses lois générales régulatrices de l'expérience, ajoute à ces rapports constamment observés. *L'habitude* du retour des phénomènes dans un ordre déterminé n'a rien de commun avec la force qui les lie; et cette force, il est de fait que la conscience la pose relativement à de certains actes; il est de fait que la représentation la transporte à tous les autres aussitôt qu'elle envisage ceux-ci dans le devenir.

Nous avons défini la force par le rapport de deux actes limitant une puissance, et la cause par ce même rapport au point de vue spécial de l'acte antécédent. Mais l'usage identifie la force à la cause en ce sens, et les considère tous deux indépendamment des actes subséquents. Ce fait tient, sans aucun doute, au besoin que nous éprouvons, dans les sciences comme dans la vie, de fixer les notions sur des rapports qui tombent, au moins partiellement, sous l'observation externe; et les actes sont dans ce cas, tandis que les possibles, les forces et les causes n'appartiennent pas au domaine de l'expérience. Ainsi le mathématicien fait *résider* une force dans le corps quelconque en mouvement; le chimiste dans une partie de matière dont les qualités lui sont connues, sous des circonstances données, etc., etc. Ce langage, emprunté à la doctrine de la substance, ne touche ni la méthode, ni les résultats de l'exploration scientifique, dès qu'il est bien entendu qu'on ne se propose de déterminer que des phénomènes et des lois; et on l'adoptera sans plus d'incon-

vénient que n'en apporte l'inévitable emploi des figures dans le discours : mais il faut se rappeler que la cause sans l'effet, la force sans la puissance et le double acte, sont de purs mots dénués de toute signification. Qu'est-ce, par exemple, qu'assigner les vibrations de l'air pour la cause du son, si le son n'est pas considéré comme un acte de l'être sensible, lequel acte soutient avec l'acte du fluide élastique un rapport de puissance que l'observation révèle ? Il est manifeste que l'air vibrant, pris en lui-même et à part de la sensation, n'est pas une activité sonore, et que la force de son, pour ainsi parler, n'est intelligible qu'au moyen d'une synthèse expérimentale des deux actes d'ailleurs si divers. De même, dans le fait de la communication du mouvement, la force motrice, placée par image dans le premier mobile, est, au vrai, une synthèse des deux activités au moment de la communication ; car on ne saurait concevoir comment, de ce qu'un corps se meut, un autre corps se meut aussi ou ne se meut pas. Enfin, la force attribuée au vouloir, représentée *dès* le premier acte, ainsi que nous l'avons vu, ne l'est pas pour cela *dans* cet acte, abstraction faite de l'acte conséquent ; mais ce dernier se pose dans une synthèse qui anticipe l'expérience, et par un phénomène propre à la personnalité. De fait, une volonté actuelle a toujours quelque effet, ou se perd dans l'indétermination et n'est plus un phénomène.

Ces réserves faites, nous pouvons nous conformer sans scrupule au langage reçu. Nous regarderons alors comme une classification des forces la division qu'on

peut faire des actes antécédents selon leur nature. Cette division répond à celle des sciences, et présente de graves difficultés, à raison de l'imperfection de nos connaissances positives.

Forces mécaniques. — L'acte antécédent est un mouvement défini dans un mobile donné, et l'acte conséquent est de même nature, si nous ne sortons pas de la mécanique proprement dite. Un acte de ce genre comprend deux éléments : la *vitesse* dont nous connaissons la définition et la mesure ; le mobile lui-même, ou pour mieux limiter ici notre objet, la *masse* du mobile. Ce dernier, en effet, n'est pas simplement un volume, *corps géométrique* : l'expérience constate que deux corps d'une étendue équivalente, ou même superposables, ne suivent pas les mêmes lois quant à la vitesse qu'ils acquièrent, ou à celle qu'ils transmettent, étant placés dans des circonstances où un mouvement se produit, circonstances identiques de part et d'autre. Cependant si le *mobile* était le même dans les deux cas, et toutes choses égales d'ailleurs, les vitesses reçues ou imprimées ne devraient pas non plus être différentes ; et il faut supposer que les phénomènes de cet ordre sont liés par des fonctions invariables. On considère alors le corps comme une somme de parties liées, lesquelles, au lieu d'être des éléments cubiques, peuvent se trouver en nombre inégal sous des volumes égaux. La masse est la somme de ces unités constituantes des corps, de ces parties matérielles élémentaires supposées propres à présenter les mêmes phénomènes de mouvement dans les mêmes circonstances.

Pour ne pas dépasser le point de vue spécial de la science, et afin de laisser toute spéculation physique de côté, il faut savoir que l'on ne définit sous ce nom de masse que le *corps mécanique*, *un ensemble de parties quelconques composant le mobile, aptes à se substituer les unes aux autres* (abstraction faite de leur figure) *dans un même mouvement, sans le troubler.* L'existence de ces parties, ou *unités mobiles*, est un postulat pour l'expression rationnelle des lois du mouvement.

La masse est une quantité qu'on peut mesurer: l'unité, non naturelle, mais conventionnelle, est la masse quelconque d'un corps défini, dans des circonstances mécaniques données. D'autre part, la vitesse est mesurée ; dès lors, ce qu'on pourrait nommer l'acte du mouvement, est une quantité composée de deux autres, laquelle variant en raison de la vitesse, à masses égales, et en raison de la masse, à vitesses égales, a pour mesure le produit de la masse du mobile par la vitesse du mobile.

Ce produit, très bien désigné sous le nom de *quantité de mouvement*, est pris pour mesure de la force en dynamique. Mais, au fond, ce n'est pas la force qui se trouve ainsi mesurée, puisque ne tombant pas sous l'observation, et n'étant pas par elle-même une quantité, à moins qu'on ne la confonde avec les actes produits dans le temps et dans l'espace, on peut seulement la traiter de grandeur et lui attribuer une *intensité* dont l'évaluation précise et directe est impossible. Ce qu'on mesure, c'est le mouvement. Les lois du

mouvement sont l'objet positif de la dynamique.

On pense encore pouvoir établir une comparaison numérique directe des forces, au point de vue statique, en considérant deux forces comme égales, lorsque, appliquées en un même point et dans la même direction, en sens contraire l'une de l'autre, elles se font équilibre : d'où la notion d'une force double, triple, etc., se déduit comme dans les autres cas de ce genre. Mais tout ceci suppose une définition exacte de ces forces. Si on les présente comme des *causes* qui *tendent* à changer l'état de repos ou de mouvement des corps, il reste à expliquer ce que c'est que mesurer une cause et une tendance, et, dans le fait, il se trouve qu'on ne mesure jamais que des actes, c'est-à-dire des mouvements. Si l'on fixe l'idée de tendance dans les phénomènes sensibles d'*effort*, de *pression*, de *poids*, on n'en obtient pas pour cela la mesure directe. Or, la mesure qui se tire indirectement de la comparaison de certains effets (un ressort tendu, un levier en équilibre) ne saurait dépasser ces mêmes effets, seuls observables et toujours définis par certaines conditions de déplacement dans l'espace. L'équilibre est un cas particulier des lois du mouvement.

Concluons que la force, dans son acception mécanique, la moins complexe de toutes en apparence, ne souffre pourtant pas l'application exacte du nombre, et que le mouvement seul est ressortissant aux lois mathématiques. Ce n'est pas qu'une notion essentielle puisse être bannie de la science qu'elle domine ; mais la mesure, et par suite le calcul, s'appliquent à l'acte,

ou à l'acte en puissance, jamais à la force proprement dite (1).

Forces physiques. — La plus universelle de ces forces est celle qui passe pour produire les mouvements de gravitation. On a longtemps cherché à l'expliquer comme un cas particulier des précédentes. Newton même a travaillé dans ce sens. J'ignore si la recherche a été vaine seulement, ou si elle est vraiment absurde, comme on a fini par l'assurer ; mais la *tendance* au rapprochement, attribuée presque de tout temps aux parties de la matière, ne se distingue plus aujourd'hui d'avec la *force* même. Il y a là un mélange de deux catégories, d'une loi de finalité et d'une loi de causalité, d'un principe *appétitif* et d'un principe *impulsif*. Quoi qu'il en soit, l'*attraction*, assimilée dans le fond à l'une ou à l'autre des facultés animales, n'est pas en elle-même susceptible de mesure, et la grande loi de la pesanteur ne règle positivement que des mouvements pour des masses et des distances données.

Les forces dites moléculaires ou intérieures président à des phénomènes très composés, très variables, d'une observation difficile. On ne trouve à ce sujet, depuis Boscovich jusqu'à nos jours, que des hypothèses peut-être beaucoup trop simples, et auxquelles des moyens de vérification manquent encore.

Les qualités physiques, la chaleur, l'électricité, la lumière, sont, dans les corps qui nous les présentent,

(1) Voyez dans l'appendice VIII, à la fin du volume, quelques développements afférents aux principes de la mécanique rationnelle.

de certains actes qu'on peut considérer comme des forces, eu égard aux modifications qui s'ensuivent. Mais l'analyse de ces actes est encore imparfaite, et toutes les fois qu'on prétend en apporter la mesure, on ne fait rien de plus qu'évaluer certains de leurs effets, qui appartiennent à l'ordre des quantités : ainsi, la dilatation, valeur linéaire ou cubique donnée par un mouvement ; ainsi, la chaleur spécifique, qui n'est vraiment une quantité qu'autant qu'on la définit par d'autres quantités réellement observables. La physique atteindra son état positif quand il lui sera permis de substituer aux qualités qu'elle étudie des mouvements à lois connues, produits dans des milieux définis, et le tout sans hypothèses. Alors elle exécutera de véritables mesures, et qui ne porteront plus sur des objets qui répugnent au nombre. Le mieux, jusque-là, serait de se borner à l'énoncé des faits et des nombreuses lois partielles qui ne dépassent point l'observation. Toutefois, je n'exclus point l'hypothèse comme moyen d'investigation.

Forces chimiques. — La chimie exécute des mesures en déterminant les poids ou volumes relatifs des éléments des combinaisons. Quant aux forces qui produisent les changements spécifiques des corps, elle les considère comme des *affinités*, spécifiques aussi, différentes de l'attraction en cela, et sans doute aussi quant aux lois encore inconnues qui régissent les mouvements généraux de cet ordre. Ces affinités se classent par degrés d'intensité, selon leurs effets grossièrement comparés, et ne se mesurent pas à la ri-

gueur. Au surplus, la chimie, en possession d'un nombre immense de faits et de certaines lois numériques, ne peut assigner que d'une manière très vague le caractère des forces qui président aux mouvements de composition et de décomposition des corps ; et les théories physiques encore si faibles lui offrent peu de secours pour la généralisation des phénomènes.

Forces vitales. — Sur ce que j'ai dit des forces physiques et chimiques, on peut remarquer que les actes antécédents dans lesquels on envisage les causes de cet ordre, se prêtent à deux points de vue. Il y a d'abord l'aspect mécanique qui doit prédominer ; c'est-à-dire que des figures et des mouvements sont donnés, d'où procèdent d'autres figures et d'autres mouvements, suivant des lois connues ou à connaître. Puis il y a l'aspect physiologique ou vital : l'acte se présente alors sous le type des facultés animales, la volition et l'appétit, plus ou moins affaiblies ; car que pourrait-on entendre autre chose par les vertus attractives ou répulsives, dans les êtres en qui elles agissent? Or, la mesure de la force n'est jamais, au fait, que celle d'un acte tombant sous l'observation comme quantité en étendue et en durée : donc les actes d'un autre caractère admis dans la série du devenir sont tels, que nulle mesure exacte ne leur appartient, du moins intelligiblement.

Les faits organiques présentent ce même double aspect, avec cette différence que les phénomènes vitaux viennent au premier rang et non plus au second. Considérés en eux-mêmes, ils se prêtent à l'application

vague de la grandeur, mais échappent au nombre et à la mesure. Aussi, la spéculation cherche à s'attacher de préférence aux phénomènes mécaniques, physiques et chimiques qui précèdent, accompagnent ou suivent les manifestations vitales. C'est ce qu'on appelle réduire les lois de l'organisation à celles de la matière inorganique. La tentative, en un sens, est chimérique et ne s'explique que par le préjugé de la substance et la fausse notion de la cause. (Voyez ci-dessous § XLVII.) Toutefois, on peut raisonnablement s'efforcer de dégager et d'étendre le plus loin possible celles des lois liées à l'organisation qui souffrent l'application de la mesure. Mais ici les problèmes eux-mêmes sont à l'état vague, et la physiologie ne peut espérer de longtemps un progrès qui manque à la chimie, à la physique presque tout entière.

Force représentative. — J'entends par ce mot, la force qui lie les représentations successives ; car la volonté, en tant que locomotive, appartient aux forces vitales. Il n'y aurait de mesure possible pour cette force qu'autant qu'on observerait des modifications organiques, chimiques, physiques, mécaniques en dernière analyse, exactement correspondantes à ses effets. Ceux qui, sur la foi d'une découverte qu'on n'entrevoit point, et dont on abuse, voudraient confondre les phénomènes représentatifs avec la matière d'une science tout abstraite comme la dynamique, auraient seulement là prétention de tirer une chose d'une autre, et du même le différent, toujours sous prétexte de substance et de causalité.

§ XXXVIII.

Du nécessaire, du possible, du probable. — Mesure de la probabilité. — Propositions modales.

La nécessité est une forme attachée à toute actualité donnée dans la représentation. Les sens divers du mot *nécessaire* dépendent plus ou moins directement de cette signification fondamentale.

Ce qui est, pendant qu'il est, *ne peut pas ne pas être;* le rapport posé est posé, non supprimé, c'est-à-dire *ne peut pas* n'être pas posé en tant que posé. L'actuel est donc aussi le nécessaire, et la nécessité est un autre nom du principe de contradiction, du moins en ce sens.

Les jugements analytiques sont nécessaires lorsqu'ils ont pour termes des données actuelles et actuellement liées, puisque, dans ces sortes de jugements, le lien est inséparable des données elles-mêmes. Ainsi, *le tout est plus grand que la partie, l'espèce de l'espèce est espèce du genre,* sont des jugements nécessaires à l'instant même où ils se forment dans la représentation.

Le raisonnement déductif est nécessaire, si l'on fait abstraction de la valeur des propositions qui lui servent de données; car les jugements composés qu'on appelle des syllogismes sont analytiques, aussi bien que le principe général qui les résume, soit dans la catégorie du nombre, soit dans la catégorie du genre : de là le nom de *conséquences nécessaires,* très

justement appliqué aux conclusions des syllogismes.

Les jugements synthétiques basés sur l'expérience n'ont pas ce caractère de nécessité. D'ailleurs l'expérience ne nous apprend rien de général, et la représentation, dans ces sortes de cas, ne pose pas plutôt d'elle-même un rapport que le rapport contraire. L'actualité ne dépasse donc pas ici logiquement la limite des faits particuliers observés, quel qu'en soit le nombre. Exemples : les corps sont pesants; dans toute communication de mouvement, l'action est égale à la réaction, etc.

Les jugements synthétiques *à priori* viennent à la représentation comme des lois générales qui la régissent. C'est pourquoi on les traite de nécessaires. Mais, en fait, la représentation étant donnée dans un homme, et non point simplement et universellement, ses lois ne sont ni aussi invariables ni aussi incontestables que certains philosophes l'ont cru. Leur nécessité ne s'étend pas, à parler strictement, plus loin que l'acte plus ou moins répété par lequel elle se manifeste. Les jugements analytiques mêmes et le raisonnement déductif ne se présentent comme vraiment nécessaires qu'autant que nous réunissons leurs parties, par une sorte de fiction, en un seul acte et sous un seul phénomène, présent, immédiat ; il n'en serait plus de même si nous avions égard à leur développement, qui a pour condition, dans l'homme, l'usage de la mémoire. Mais ces considérations touchent à la question de la certitude que j'ai réservée et que je réserve encore ici.

Quoi qu'il en soit, la nécessité, caractère des phénomènes actuels et particuliers, s'étendrait aux phénomènes généraux et qui ne sont point en acte, en tant que ceux-ci seraient donnés implicitement par des lois les rattachant à ceux du premier genre : ces lois seraient elles-mêmes nécessaires, comme actuellement posées dans la représentation, les unes toujours données avec elle, les autres toujours vérifiées par l'expérience. Sous ce point de vue, nous disons qu'il y a nécessité partout où il y a loi et constance dans l'ordre des phénomènes ; et nécessité logique, la loi étant préalablement reçue par hypothèse. Le nécessaire est alors synonyme du constant, et reconnaît pour terme opposé l'accidentel comme inconstant. Exemples : propositions nécessaires ou constantes : *Le triangle a pour somme de ses angles, deux droits ; l'homme pèse ;* propositions accidentelles ou inconstantes : *le triangle est équiangle ; l'homme est assis.*

Suivant les acceptions précédentes des mots, la proposition ne porte pas sur le futur. Considérons maintenant le devenir. L'unique loi en vertu de laquelle un phénomène qui n'est ni actuel ni impliqué dans une proposition générale et constante, puisse passer pour nécessaire, est la loi de causalité. Devons-nous regarder les phénomènes quelconques, envisagés dans le futur, comme prédéterminés, préexistants dans leurs causes, et en quelque sorte préactuels, ou au contraire comme incertains et ambigus, soit en totalité ou en partie ? Sur quel fondement éta-

blir une affirmation à cet égard? C'est la question des possibles ou de la contingence (1). Nous la traiterons en nous subordonnant au point de vue des catégories.

On voit qu'il y a deux sens du mot *nécessité :* un sens *logique* qui dépend du principe de contradiction, *ce qui est ne peut pas ne pas être,* moyennant supposition des lois qui ramènent au donné le non donné; un sens *causal* dont la justification exigerait la réduction au premier sens. Il faut donc aussi distinguer une double *possibilité.* Le *possible logique* est relatif aux faits dont nous ignorons l'existence , et que nous pouvons envisager indifféremment, sans contradiction, avec ou sans conditions de temps, comme donnés ou non ; le *possible causal* est le fait non seulement ignoré, mais véritablement ambigu, duquel il ne serait ni vrai ni faux d'affirmer ou de nier l'existence future. Le premier possible est l'hypothèse à double face qu'une extension plus grande de nos connaissances pourrait déterminer de quelque côté; et dans ce cas ce n'est au fond qu'un nécessaire. On se demande s'il en est de même du second possible.

A ne considérer, dans la catégorie de *force* que la thèse, c'est-à-dire l'*acte*, tout est déterminé, nécessaire. Au contraire, à ne considérer que l'antithèse, la *puissance*, tout est indéterminé dans l'avenir, et le

(1) On entend communément par *possible* le *futur contingent* (accident préimaginé, non présupposé), et par *contingent* le *possible passé* (accident donné de fait). J'userai surtout du premier de ces termes, parce qu'il peut se généraliser de manière à comprendre le second.

présent même, en tant qu'*un devenu*, est contingent, fortuit, arbitraire. L'acte est le rapport posé, *ce qui est;* la puissance, le rapport posable, *ce qui peut être*, identique, comme non acte, à *ce qui peut ne pas être.* La synthèse s'opère dans la détermination de la puissance par deux actes limitants, l'un antécédent et l'autre conséquent. Si donc la catégorie de force impliquait une solution de la question posée, il faudrait que l'analyse de ses seuls éléments nous apprît laquelle de ces deux suppositions est la vraie : ou que la synthèse, et la détermination qui s'ensuit pour le devenir, sont données dans l'acte antécédent (dans la cause), et qu'ainsi tous les actes successifs possibles composent un acte unique, divisé et déroulé dans le temps; ou que l'acte conséquent (l'effet) doit être posé en fait pour que la cause elle-même existe déterminément, et qu'une loi des phénomènes successifs puisse être envisagée.

Dirons-nous, en faveur de la nécessité, que tout phénomène qui devient est effet; et que tout effet, contenu dans une cause antérieure, est par là même prédéterminé? Cette idée de contenance est obscure, pour ne rien dire de plus, dès que nous n'admettons point de causes séparées, point de substances, et que nous réduisons la cause et la force à ce rapport original que la représentation envisage entre certains actes successifs. Mais allons plus loin, accordons que la contenance puisse recevoir ici un sens positif, il restera toujours à savoir si l'effet, maintenant en acte, fut seul en puissance dans sa cause, ou si d'autres effets l'ont

été concurremment, lesquels se sont trouvés éliminés au moment et par le fait du devenir. On insiste, on affirme que rien ne se produit sans une cause *adéquate* à l'effet, sans une *raison suffisante* pour que l'effet soit tel et non autre. Mais pourquoi l'acte même, le double acte qui détermine une puissance auparavant indéfinie (et par cette synthèse représente une force), ne serait-il point une raison suffisante de la détermination au moment où elle se pose? S'il en était ainsi, dit-on, quelque chose commencerait absolument, ce qui est incompatible avec le principe de causalité. A cet argument suprême, il faut répondre que le devenir lui-même implique ce commencement dont on voudrait s'affranchir; que le changement, d'une manière générale, a lieu sans cause, quelque déterminés que puissent être les changements particuliers, car *pourquoi quelque chose change-t-il?* enfin, que, remontant de cause en cause, le partisan de la nécessité se voit contraint, ou de violer le principe de contradiction en se réfugiant dans le progrès à l'infini, ou d'admettre une première cause sans cause, et alors pourquoi pas dix, pourquoi pas cent?

Affirmerons-nous donc que nul des phénomènes, présents ou passés, n'a été nécessaire en vertu d'une loi préexistante, et des actes antérieurement posés? Affirmerons-nous que ce qu'on nomme le futur ne peut jamais être dit actuellement *devoir être ou ne pas être*, ni se poser comme *vrai* en aucun cas, ni comme *faux*, ni comme *vrai ou faux*, enfin figurer d'une manière quelconque parmi les éléments de la proposition? On

justifierait ce parti pris pour le hasard en recourant à la notion de puissance, de même qu'on s'en réfère au fond à la pure notion d'acte dans toute argumentation à l'appui de la nécessité. En effet, si, d'une part, l'acte lié à l'acte par une loi, et réduit à l'unité, donne la nécessité même ; de l'autre, la puissance indéterminée est précisément la négation de cette loi, lien des actes successifs. Mais comment savoir si le rôle indispensable des possibles dans le jeu de la représentation humaine reconnaît un autre fondement que l'ignorance ? L'intelligence humaine a tant et de si grandes lacunes ! il s'en faut tellement qu'on puisse la prendre pour équivalente à la représentation, en général ! Ensuite, et surtout, le rapport de causalité s'appliquant à certains phénomènes déterminés dont la succession constante est connue, et cette succession nous induisant à une anticipation sur l'avenir aussitôt qu'apparaît le phénomène antécédent, on est porté à conclure que dans certains cas, si ce n'est dans tous, la puissance est réduite à un possible unique et perd son caractère propre pour prendre celui d'un *acte futur*. Ces deux derniers mots semblent contradictoires, mais il faut les entendre au sens d'*une partie d'un acte total composé sous une condition de temps*. C'est ainsi que se déterminent *à priori* les moments d'un mouvement dont la loi est donnée. Pourquoi tous les actes, tous les moments du devenir, en tout ordre de phénomènes, ne seraient-ils point liés par des lois, très complexes sans doute et à nous inconnues, mais enfin par des lois analogues à celles que, sur la foi des sciences, on recon-

naît pour fondements de la nécessité des changements physiques de l'univers?

On voit que ni l'analyse de l'acte, ni celle de la puissance, à ne consulter que la représentation en général, ne nous obligent à prononcer sur cette alternative : ou que la succession des phénomènes, quels qu'ils soient, est réglée par une loi qui pour être n'attend pas leur existence; ou que tous, ou certains d'entre eux, n'admettent de lois qu'*à posteriori*, et ne se déterminent qu'en acte.

Consultons maintenant l'expérience. Elle nous mènera, ce semble, un peu plus loin que la pure analyse, mais sans nous donner de conclusion logique.

D'un côté, l'expérience constate le retour des phénomènes sériés que nous prévoyons en vertu d'une loi observée, et ainsi nous incline à les croire prédéterminés. Je dis *croire*, parce qu'il y a là une forte induction de notre part, non une opération déductive, et encore moins un simple fait d'observation : on constate bien que le lever du soleil prévu hier a lieu aujourd'hui, mais on ne constate pas que le lever du soleil prévu aujourd'hui a lieu demain; en d'autres termes le général ne se laisse point observer. Concluons donc, et c'est tout ce que nous pouvons conclure, que l'expérience interprétée conformément à l'hypothèse de la *constance des lois de la nature* implique l'existence de phénomènes futurs nécessaires.

L'expérience appliquée à un autre ordre de phénomènes, ce sont ceux de l'animalité et plus particulièrement ceux qui dépendent de l'activité humaine, nous

les présente placés en dehors de toute prévision scientifique, c'est-à-dire d'une loi quelconque rigoureusement préétablie ? Mais peut-être des lois existent, quoique à nous inconnues maintenant? L'expérience ne se borne pas là. Chacun de nous se plaçant, du moins à ce qu'il lui semble, au centre de production de certains phénomènes successifs dont il croit tenir en soi le principe et les éléments essentiels, suppose en délibérant l'incertitude du point que voici : *Fera-t-il ou non telle chose?* Et la preuve de cette supposition est le fait même de la délibération, en tant que volontaire. S'adressant à autrui, c'est-à-dire envisageant en autrui un centre pareil au sien, il conseille, il approuve, il blâme. Toutes ces affections, auxquelles il faut joindre le désir, l'espérance, la crainte, le regret, je ne dis pas dans toutes leurs applications, mais dans leur principe, impliquent la représentation de possibilités diverses et de futurs indéterminés. Je ne conclus point de là, logiquement, à une indétermination effective; mais je conclus que l'expérience, interprétée conformément à l'hypothèse d'un fondement véritable de nos affections, implique l'égale possibilité, l'indétermination réelle de divers phénomènes envisagés dans le futur.

Abstraction faite de toute opinion doctrinale, on trouvera, en y pensant bien, que l'hypothèse d'un fondement de nos affections (d'où l'indétermination de certains futurs) et l'hypothèse de la constance des lois de la nature (d'où la prédétermination de certains autres futurs) sont des faits du même ordre. Si, dans

le vrai, tout est nécessaire, nous devons reconnaître la présence dans l'homme d'une illusion, l'*illusion du possible*. Si, au fond, tout est fortuit, il sera permis de traiter de vaine apparence l'induction tirée de l'observation du passé à la nécessité de l'avenir, et l'on en sera quitte pour constater ce phénomène propre aux représentations humaines, l'*illusion du futur nécessaire*.

La parité que j'établis entre l'hypothèse des futurs déterminés et celle des futurs ambigus, toutes deux posées sous condition d'une certaine interprétation de l'expérience, semble souffrir une difficulté: la première hypothèse est vérifiée par les faits, non certes pas en elle-même et d'une manière générale, mais en ce sens que notre attente de certains phénomènes est justifiée par l'arrivée de ces mêmes phénomènes en particulier; pour que la seconde permît une vérification semblable, il faudrait que l'observation constatât que, dans un cas où nulle loi n'est posée, le phénomène A n'étant ni plus ni moins attendu que le phénomène non A, le phénomène A n'arrive ni plus ni moins que le phénomène non A. Au premier abord, une expérience de ce genre paraît impossible. Cependant la vérification expérimentale de la *loi des grands nombres* n'est pas autre chose, et nous allons nous en rendre compte en passant de l'analyse du nécessaire et du possible à l'analyse du probable.

Supposons des événements numérotés 1, 2, 3, etc., tels que l'un quelconque d'entre eux soit possible au même titre que tout autre de la série, c'est-à-dire au-

tant et aussi peu attendu que chacun d'eux pour un cas donné ; supposons de plus que l'énumération des phénomènes possibles de ce cas soit complète. Dire alors que ces phénomènes sont des futurs également probables, c'est dire simplement qu'on ne met aucune différence entre leurs possibilités respectives, dans l'attente où l'on est de la venue de quelqu'un d'eux. On envisagera, pour fixer les idées, une urne renfermant un nombre déterminé de boules numérotées, pareilles, dont l'une doit s'extraire sans choix.

Mais représentons-nous les événements ainsi partagés : d'un côté le n° 1, de l'autre l'un quelconque des autres, 2, 3, 4....., m ; puis comparons comme deux événements futurs d'un nouveau genre l'arrivée du n° 1 et l'arrivée d'un autre numéro. Ce dernier événement est un possible composé de $m-1$ autres possibles (ou répond à une attente composée de $m-1$ autres attentes) ; le premier n'admet qu'un possible et qu'une attente simples. A ce point de vue nous voyons apparaître le *possible unité* et des *possibles nombres*, qui sont, pour ainsi parler, des nombres d'attente. Si donc deux événements se présentent comme réalisables, l'un sous condition de l'un quelconque de a événements simples, l'autre sous condition de l'un quelconque de b événements simples, et s'il n'y a en tout que $a+b$ événements possibles, la possibilité composée du premier événement sera donnée par le rapport numérique $\frac{a}{a+b}$ et celle du second par le

rapport $\frac{b}{a+b}$. Ces rapports se posent, pour emprunter le langage reçu des joueurs, entre le nombre des chances favorables à chaque événement et le nombre total des chances supposées pareilles et exactement énumérées.

Cette possibilité composée évaluable en nombres est la *probabilité* mathématique. Elle mesure l'attente applicable à un événement entre plusieurs ; et de là vient que les enjeux des joueurs doivent être proportionnels aux probabilités respectives de gain qu'ils ont en conséquence des règles du jeu. On voit qu'il s'agit ici des *jeux de hasard*.

Le *probable* ne laisse pas de s'appliquer à des cas où n'ont lieu ni la distinction ni l'énumération des phénomènes également possibles et attendus composant la totalité d'un ordre que l'on considère. C'est que, de même que nous nous représentons un ordre de grandeur entre des phénomènes non susceptibles de mesure, ainsi nous pouvons envisager un ordre de probabilités qui échappent au calcul, Au fond, notre pensée doit alors s'en référer à des possibilités composées d'une manière vague, dont l'événement attendu fait partie et que l'on croit l'emporter sur celles dont il est exclu. Les événements observés dans le passé guident ordinairement nos appréciations touchant l'avenir, comme quand nous présumons de la conduite d'un homme sur ce que nous appelons son caractère. Nous transportons au futur les nombres du passé sans les avoir rigoureusement déterminés et sans connaître

la *possible-unité* qui rendrait cette détermination praticable.

Sur ce qui précède on doit reconnaître que le probable est un *possible plus ou moins possible* et en quelque sorte *plus ou moins nécessaire;* il exclut le nécessaire qui ne souffre aucune ambiguïté, et il n'exclut pas moins le pur possible qui réclame une ambiguïté, une indifférence entières. La probabilité dont la mesure est $\frac{1}{2}$ est la seule qui réponde à un possible simple; mais l'échelle des probabilités, depuis $\frac{1}{2}$ jusqu'à 1 dans le sens ascendant, et depuis $\frac{1}{2}$ jusqu'à 0 dans le sens descendant, marque des degrés de possibilité entre les limites extrêmes du nécessaire positif et du nécessaire négatif. Le probable est donc une synthèse du nécessaire et du possible.

Les partisans de la nécessité se sont plus d'une fois inscrits en faux contre le calcul des chances sur ce fondement que *la probabilité plus ou moins grande attribuée à deux événements dont l'un certainement sera, dont l'autre certainement ne sera pas, est une conception absurde.* Mais même à ce point de vue, en admettant que l'un ou l'autre, déterminément, *sera,* on peut répondre que l'attente du futur ignoré se mesure ; nous avons vu comment ; et de fait les hommes conforment leur conduite à des appréciations de cette sorte, et le résultat les justifie en vérifiant la loi des grands nombres.

Les partisans du hasard pourraient aussi nier la

probabilité, en objectant qu'on ne conçoit point de degrés dans le possible, si le possible est réel. La plus grande possibilité composée imaginable (tant de noires qu'on voudra dans une urne contre une seule blanche) n'est-elle pas exactement balancée par un possible simple, unique, si vraiment ce possible est possible? Encore ici plaçons-nous au point de vue de l'attente, et l'objection tombe d'elle-même.

Ainsi, ni l'ambigu pur ni le déterminé strict ne rendent compte de la probabilité et de sa mesure; mais il faut chercher le principe de ce calcul dans une synthèse des deux représentations opposées. Cette synthèse nous est donnée dans le phénomène de l'attente, quelle que soit, au fond, la valeur de la thèse ou de l'antithèse, le nécessaire, le possible, relativement aux événements attendus.

Cependant il ne serait pas raisonnable de mesurer ainsi l'attente, et de compter que la production des événements se réglera sur le *plus ou moins d'ignorance* où nous sommes de leur venue, d'y compter, dis-je, *probablement,* comme on fait, si l'expérience n'apportait une certaine vérification de ce calcul. Aussi existe-t-il une loi, la plus étonnante des lois, puisque les phénomènes qu'elle s'assujettit sont par hypothèse indéterminés, fortuits, arbitraires. Le hasard reconnaît cette loi pour règle, et cette loi implique elle-même le hasard comme un élément essentiel. Elle établit une probabilité indéfiniment croissante de la subordination des événements à leurs probabilités propres. Démontrée conformément aux règles du cal-

cul des chances, elle trouve dans l'observation indéfiniment prolongée une vérification indéfiniment approchée.

La loi des grands nombres s'énonce ainsi : *Étant données les probabilités de deux événements qui peuvent être amenés l'un ou l'autre un nombre indéfini de fois, si l'on considère un nombre d'épreuves suffisamment grand, la probabilité d'un partage de ces événements établi dans le rapport de leurs probabilités simples respectives diffère de l'unité de moins que d'une fraction désignée, quelque petite qu'elle soit.* On conclut de là que le rapport du nombre total des chances au nombre des chances favorables à l'un des deux événements, rapport évalué par l'expérience, diffère aussi peu que l'on veut, lorsqu'on va multipliant le nombre des épreuves, de ce même rapport obtenu par le calcul. C'est en effet ce qu'on observe dans les jeux, les loteries, et autres séries de phénomènes qu'on n'a point coutume de considérer comme déterminés avant l'événement. On va même jusqu'à calculer approximativement, à l'aide des résultats du jeu, telle valeur mathématique constante (par exemple le rapport de la circonférence au diamètre), lorsque cette valeur entre dans l'expression de la probabilité d'un événement que le jeu tantôt amène et tantôt n'amène pas ; et le calcul n'est pas très long lorsque l'approximation demandée n'est pas très grande.

Si nous nous rappelons maintenant que le calcul des probabilités dépend de la comparaison numérique des possibles inégaux, laquelle suppose l'existence de pos-

sibles égaux qui sont les unités des premiers, il nous sera permis de poser la conclusion annoncée : les possibles que l'ignorance fait égaux devant l'attente sont vérifiés égaux par le fait, en ce que les événements se partagent (à la limite) en raison de leurs probabilités respectives. Sans doute, à l'extrême rigueur, on peut soutenir que cette vérification de l'hypothèse des futurs ambigus par la loi des grands nombres est un *effet de nécessité*, et que tels phénomènes se produisent, étant nécessaires, suivant une loi qui se trouve être la même que s'ils étaient vraiment indéterminés (1) ; mais ne pourrait-on pas soutenir aussi, à l'extrême rigueur, que la vérification de l'hypothèse de tels futurs déterminés prévus en vertu d'une loi physique est un *effet de hasard?* Exacte est la parité, car il n'est pas plus étrange que le jeu du sort produise dans un cas l'apparence des lois de nature qu'il ne l'est que le jeu de ces lois produise constamment, dans un autre cas, l'apparence de l'indétermination des phénomènes.

En résumé, disons que le *nécessaire* et le *possible* se présentent à nous avec une même valeur logique. Le *probable* qui les réunit les vérifie en même temps ; et pour l'application de l'un et de l'autre aux phénomènes il y a même fondement.

La question que nous venons de traiter se lie intimement au problème fameux du libre arbitre et du déterminisme. Mais l'étude des catégories en général m'occupe seule ici.

(1) Voyez un éclaircissement sur ce point dans l'appendice IX, à la fin du volume.

En traitant de la proposition et du syllogisme, nous avons envisagé les rapports des termes comme simplement donnés. Il y aurait lieu maintenant de les supposer nécessaires ou possibles et de rechercher les modifications qui s'ensuivent pour la théorie du raisonnement. Les prémisses affectées de modalités diverses se prêtent à plusieurs combinaisons, d'où résultent aussi des conclusions modifiées. L'investigation ne laisse pas d'être délicate; mais des principes clairement établis lèvent les difficultés de l'analyse.

La proposition nécessaire est celle qui énonce un rapport constant, ou toujours donné, soit selon la représentation, soit d'après l'expérience. Deux prémisses constantes veulent une conclusion constante, puisque la conclusion suit les données.

La proposition non nécessaire offre trois cas distincts : 1° celui du rapport posé, mais sous condition de lieu ou de temps (accidentel); 2° celui du rapport posé conditionnellement, soit sous des conditions quelconques que l'on ignore être ou n'être pas données (hypothétique); 3° celui du rapport à tenants inconnus qui n'implique contradiction avec rien de donné (possible pur). Ces trois cas ont cela de commun qu'on y pose des propositions dont les contradictions ou même les contraires sont admissibles aussi, tantôt conditionnellement, et tantôt non. Toute la théorie des modalités roule sur cette loi.

Lorsque l'une des prémisses d'un syllogisme est donnée sous quelqu'un des modes ainsi définis, on peut toujours considérer l'autre prémisse comme

affectée de la même modalité ou de quelque autre, car on sait toujours la signification et la portée logique qu'on veut donner à une proposition que l'on avance. Il est donc inutile de s'occuper des combinaisons de prémisses modales avec les prémisses dites absolues (thèse de *pure existence* d'Aristote). Cette simplification élague une cause d'incertitude et d'obscurité de la théorie.

La seule définition des possibles nous désigne une marche à suivre pour déterminer la valeur de la conclusion d'un syllogisme à prémisses modales : on substituera successivement à chaque proposition non constante les propositions contradictoires ou contraires que son mode autorise ; on tirera séparément les conclusions des syllogismes ainsi formés ; s'il n'y a pas syllogisme, on prendra pour conclusions les propositions qui seulement n'impliquent pas contradiction avec les prémisses, non plus qu'avec aucun autre rapport qui serait constamment donné. Cela fait, la comparaison de ces conclusions diverses, conditionnelles ou non, découvrira sous quel mode il est permis de poser une conclusion unique.

Cette méthode, conforme à l'esprit d'Aristote, mais fondée sur une division et des distinctions plus nettes, donne sur quelques points des résultats notablement différents de ceux du livre des *analytiques*. Tout cela n'est que curieux, et les règles du raisonnement offrent plus de difficultés que la pratique n'en rencontre jamais. (Voy. Appendice VII, 2e partie.)

§ XXXIX.

Loi de FINALITÉ.

ÉTAT, TENDANCE, PASSION.

Fin et moyen. — Les passions.

Afin de déterminer ce que nous entendons ici par un *état* de phénomènes, commençons par attacher à ce mot le sens que nous attachions tout à l'heure au mot *acte,* mais indépendamment de toute notion de force. Il s'agit donc de l'être ou du rapport quelconque posé présentement, comme dans le terme thétique de la catégorie du devenir. Au lieu d'opposer à cet être affirmé ou nié l'être nié ou affirmé, à cet acte la puissance ou les possibles, opposons à cet état quelque autre état qui soit la *tendance* du premier.

La tendance et l'état, pris dans une abstraction complète, sont deux termes exclusifs l'un de l'autre, comme la puissance et l'acte, mais à un autre point de vue. En effet, tendre c'est aussi s'éloigner, et l'éloignement est la négation de l'état d'où le départ se fait. Pour qu'une tendance se manifeste dans un état, il doit y avoir préalablement défaut, manque, besoin, termes que la langue a consacrés à l'expression de conditions d'un changement dans les êtres qui se proposent des fins ; et réciproquement le besoin comporte une tendance quelconque, au moins latente. Ainsi la tendance n'est pas moins exclusive, en elle-même, de l'état vers *lequel* elle a lieu, que de celui *du quel* elle procède.

La tendance est un intervalle de deux états, comme la puissance un intervalle de deux actes. Mais la puissance enveloppe une multiplicité de possibles, souvent

indéfinie; la tendance a une direction simple et unique. De part et d'autre, il se fait une synthèse de l'intervalle et de sa double limite : nous avons vu que deux actes définis, limitant la puissance, constituent la force ; de même, deux états définis limitant la tendance forment une synthèse que nous désignerons sous le nom de *passion*.

La passion participe donc de la tendance et du double état; elle est *l'état de la tendance*, une affection propre à la réalisation d'un changement entre une origine et une fin déterminées.

La *fin* est *ce pour quoi* quelque chose est; le *moyen*, *ce qui pour* quelque chose, ou en vue de quelque chose. L'état conséquent comparé à l'antécédent en est la fin, par l'intermédiaire de la tendance et de la passion, comme l'acte antécédent comparé au conséquent en est la cause par l'intermédiaire de la puissance et de la force ; et, de même que l'acte conséquent est un effet, l'état antécédent est un moyen. Le moyen est le genre d'effet propre à cette cause qu'on appelle finale.

La dénomination de *moyen*, dans l'acception complète du mot, s'applique à tous les cas, et l'expérience n'en présente pas d'autres, où l'état antécédent n'est pas premier, mais est terme d'une série procédant de plus haut vers une fin plus ou moins éloignée. L'acte conséquent, la fin, se place elle-même comme moyen pour un progrès ultérieur. Aussi bien que les fins et les moyens, les causes et les effets échangent leurs rôles dans la série du devenir, et toute cause est cause

moyenne, quant à l'expérience, mais sous la réserve de l'ambiguïté des possibles qui, écartés de la loi de finalité, reparaissent dans la loi de causalité. La logique ne permet pas que l'on pose en général la détermination exacte des causes par leurs causes (c'est-à-dire des effets), comme on pose celle des fins par leurs fins (c'est-à-dire des moyens).

On ne saurait insister trop sur la distinction des thèses de puissance et de tendance. Pour s'assurer mieux de l'originalité de cette dernière représentation, il faut préciser le caractère de la fin pure : c'est une subordination des moyens au travers desquels elle se poursuit ; d'où il résulte que les conséquents sont prédéterminés par rapport à leurs antécédents. Le contraire a lieu quand il s'agit de la cause pure : ici le conséquent n'est pas même donné avec l'antécédent, puisque l'effet, rangé logiquement au nombre des possibles ou ambigus, pourrait logiquement ne pas être. Quelle que soit au fond la vérité sur l'existence d'une loi *à priori* de tous les phénomènes, loi physique à nous inconnue, nous devons suivre d'abord la représentation qui pose d'une part, sous le nom de puissance, et l'indifférence au changement, et le rapport d'un acte antécédent à des actes possibles, arbitraires, contraires, et, d'une autre part, sous le nom de tendance, l'éloignement d'un état présent et l'anticipation d'un état futur déterminé.

En d'autres termes, et pour envisager maintenant les synthèses, nous pouvons dire : la force pure fait et ne choisit pas ; la passion pure suppose un choix éta-

bli d'avance ou y équivaut. La passion est donnée ; la force est ce qui donne.

Je n'entends pas réaliser les abstractions que j'invoque, et l'on se souviendra que je ne sors pas des considérations logiques. Laquelle des catégories n'est pas abstraite ? Sans abstraction, quelle analyse est possible ? Toute la question est de savoir si une notion, ainsi séparée des synthèses que donne l'expérience, est essentielle ou non au développement analytique de la représentation.

Il ne faudrait pas non plus que l'on objectât à l'établissement distinct d'une catégorie de finalité ce fait incontestable, à savoir qu'une fin et une tendance ne tombent jamais sous l'observation externe, ne sont pas des données de l'expérience dans la nature, mais font partie seulement des représentations humaines et procèdent de la conscience qui les jette au dehors. C'est précisément là ce que nous avons exposé plus haut touchant la causalité. En vertu d'une loi générale de la représentation, dans la personne, les causes sont envisagées extérieurement, et nul homme ne doute (systèmes à part) que le mouvement *produise* le mouvement, par exemple. Une opération semblable transporte les fins à la nature, et tout aussi constamment, car nous ne savons autrement interpréter les phénomènes qu'en leur supposant un lien de ce genre. L'organisation tout entière est à nos yeux un tissu de moyens et de fins : les poumons dans le fœtus existent pour la respiration à venir ; les dents se développent pour une alimentation qui doit changer, etc., etc.

Généralisant, nous trouvons les espèces, les genres, les règnes, ordonnés les uns pour les autres ; considérant les êtres animés, ils nous apparaissent chacun à la poursuite de leur fin propre, et c'est en cela que consiste la vie même, suivant un aspect tout à fait inévitable : *on vit pour quelque chose,* pensons-nous. Le développement de la finalité dans l'homme est immense, et tout en lui s'y subordonne. Serait-ce donc un motif de rejeter cette loi des catégories que la part qu'elle se fait ou l'empire qu'elle exerce au centre de la personne, en ce point de convergence où toutes les catégories et toutes les lois aboutissent inévitablement ?

Au reste, je me conforme au langage reçu, en donnant les causes et les fins comme transportées de la conscience aux phénomènes extérieurs ; mais on s'exprimera plus exactement en disant que les phénomènes extérieurs ne se laissent définir, indépendamment des causes et des fins, que grâce à l'abstraction des lois de la conscience dans ces mêmes phénomènes.

Le devenir implique la puissance et la cause ; il n'implique pas moins la tendance et la fin. Tout changement, selon la représentation, veut une force : c'est le principe de causalité ; tout changement veut de même une passion : principe de finalité qui nous paraîtra manifeste si nous considérons la nature animée. Mais les modifications des corps inorganisés semblent en être indépendantes ? Pourquoi ? Parce que nous ignorons comment elles en dépendent ; et savons-nous

mieux ce que c'est qu'une force résidant en un de ces mobiles que les spéculations de la mécanique supposent inertes? La force, je l'ai dit, n'est vraiment représentée que dans son rapport à une personnalité quelconque, aussi bien que la passion; et les autres catégories, nombre, espace, temps, qualité, qui se projettent plus nettement hors de la personne, ne sont pas pour cela moins marquées du caractère de celle-ci, à la représentation de laquelle leurs représentations se trouvent liées si intimement. Le fétichisme, instinct religieux du premier âge et des premiers hommes, ne pèche peut-être pas tant par son principe que par l'excès d'un anthropomorphisme trop simple dont la grossièreté révolte l'homme cultivé.

On oppose à la loi de finalité une autre objection. Les *causes finales* ne sont rien de plus, dit-on, que les conditions données d'existence, sans lesquelles ce qui est ne serait pas ou serait différemment. Si l'on entend par là que tout ce que l'homme envisage comme une fin pourrait bien n'être qu'un fait inhérent à sa personnalité, j'avoue qu'il n'y a pas précisément contradiction à le supposer : mais la cause efficiente pourrait n'avoir pas une autre portée, et on l'a soutenu. Veut-on seulement bannir de la physique la considération des fins? Rien de mieux, et je crois qu'il faut en exclure aussi la considération des causes. Au demeurant, suffit-il, pour qu'une hypothèse soit vraie, qu'elle ne soit point contradictoire? et parce qu'il est permis de considérer les fins comme des conditions d'existence, devrons-nous affirmer qu'elles s'y rédui-

sent et ne sont pas autre chose? L'analyse impartiale de la représentation constate, tout au contraire, que, dans l'ordination des conditions d'existence, nous plaçons un principe régulateur de ces mêmes conditions, à savoir la finalité, de même qu'à la succession des phénomènes, nous ajoutons la causalité qui la domine. Rappelons-nous que les catégories sont les règles de l'expérience, telles que les accepte et les applique le sens humain, le sens populaire, non les postulats d'un système où la science est contrainte d'entrer sous la pression d'un philosophe.

En résumé, nous reconnaissons un jugement synthétique de finalité. Nous avons dit : *tout changement implique une durée, tout changement implique une cause ;* nous disons de plus : *tout changement implique une fin.*

Il est essentiel de remarquer que nous ne dépassons ici ni les limites de l'expérience, ni la portée de la simple analyse. La fin et le moyen sont les termes inséparables d'un rapport. Comme la cause et l'effet, on peut les trouver liés séparément, sous d'autres points de vue, à des groupes très divers de phénomènes; mais ils ne se laissent concevoir que l'un par l'autre et l'un avec l'autre dans leur synthèse, qui est la passion. Nous n'avons point admis la cause, sujet purement actif, et l'effet, objet purement passif des écoles idolologiques; nous n'admettrons pas davantage une fin qui ne tienne pas du moyen, un moyen qui ne tienne pas de la fin. Nous né franchirons pas tous les termes de la série du devenir, pour nous poser la question de

la fin dernière des phénomènes. C'est un ordre de spéculations qui s'ouvrira pour nous à la fin de cette analyse, si nous ne sommes pas alors condamnés à déclarer qu'il nous est à jamais fermé.

Je reviens maintenant à la synthèse de la tendance et des états limitants, à la *passion* qu'il s'agit de définir en termes moins abstraits. Il est aisé de voir que la notion dont j'ai présenté la forme la plus générale correspond dans la personne humaine à l'*amour*, et ce terme, encore très général, a pu s'étendre à la nature entière. En effet, le caractère constant de tout ce qu'on appelle amour est d'être le lien d'un moyen et d'une fin; de supposer un état initial (j'entends relatif), au sein duquel un vide, un besoin, un éloignement de soi se déclarent; de supposer un état final, pour lequel se manifeste un attrait suivi de complaisance et de repos, en tant qu'il est et demeure obtenu; enfin de n'être clairement conçu qu'à la condition d'une synthèse où les deux états sont unis, identifiés.

L'opposition du moyen et de la fin décèle un point de vue tout à fait spécial à la catégorie de finalité. Une fin est ordinairement donnée, ou sous le caractère du *bien* ou sous celui du *beau*, ou sous ces deux caractères ensemble. La fin, état qu'on se propose d'atteindre, exige la notion corrélative de l'autre état, origine ou moyen que l'on fuit, que l'on repousse, quoique indispensable à la passion, et qui dès lors revêt la forme du *mal* ou la forme du *laid*. On voit que je considère expressément la personne humaine. Ceci posé, l'imagination des futurs possibles, indépendants des fins

proposées, conformes peut-être et peut-être aussi contraires à ces fins, nous permet d'appliquer à l'avenir que nous envisageons ces mêmes caractères et ces mêmes formes dont la catégorie de finalité renferme le principe logique. C'est en tant que des actes et des états possibles nous apparaissent beaux ou laids, bons ou mauvais, que nous voyons naître le *désir* et l'*espérance*, ou la *répulsion* et la *crainte*, et les autres passions dérivées essentielles à l'amour tel que nous le connaissons. Le *plaisir* et la *peine* appartiennent aux états qui ne sont plus simplement possibles, mais qui sont présents, réalisés, suivant qu'ils s'accordent avec nos fins ou qu'ils y répugnent. Enfin l'*amour* et la *haine*, comme termes opposés, expriment la passion même dans son double rapport, d'une part à la fin proposée et à tout ce qui la favorise, de l'autre aux objets qui semblent contraires à la poursuite et à l'acquisition de cette fin.

Je n'insisterai pas sur ces indications. Sans décrire les premiers éléments d'une analyse esthétique et morale qui n'est pas de mon sujet actuel, il m'aura suffi de les reconnaître dans un ordre de dépendance de la loi de finalité. Seulement je dois faire observer que des définitions rigoureuses et didactiques par lesquelles on voudrait exprimer l'*essence* même des passions, et l'*essence* du bien, et l'*essence* du beau, seraient vaines et tout au plus propres à leurrer quelques beaux esprits. Les phénomènes sont d'une originalité parfaite en tant qu'esthétiques; le philosophe ne peut que les mettre à leur place et dans leurs vrais rap-

porte, afin de procéder à la déduction des connaissances qui en dérivent.

Les lois morales proprement dites résultent des jugements synthétiques par lesquels nous unissons les phénomènes de finalité dans la conscience avec ceux qui se rapportent à l'ordre des causes. De là le *droit* et le *devoir* qu'on ne saurait entendre isolément suivant aucune des deux lois, ni sans les distinguer l'une de l'autre. La distinction de l'ordre possible et de l'ordre final est de nouveau confirmée.

Au reste, on a de tout temps séparé les deux catégories en admettant, que ce fût à tort ou à raison, et l'*amour contemplatif*, passion satisfaite, sans mouvement, sans causalité, toute de complaisance et de repos, et les *forces aveugles*, causes dénuées de prévision et de choix. On cite aussi des désirs inactifs, d'où la volonté est absente, et des mouvements sans but, c'est-à-dire sans passion. Je ne préjuge rien ici sur ce qui peut être de ces choses, hors du domaine des abstractions, mais je signale ce que la pensée pose en s'analysant et se rendant témoignage par la parole, alors même que ces sortes de représentations seraient toutes de symbole. Mais les philosophes ont voulu réduire nos facultés au plus petit nombre. Ils ont confondu le désir et la volonté, l'appétit et l'effort. Il est vrai que les facultés leur étant des idoles ils ne pouvaient en compter que trop. La véritable science ne craint pas de distinguer là où le peuple, où l'humanité distingue, parce que pour elle la synthèse suit et précède l'analyse, loin d'en être jamais exclue.

Si maintenant nous passons de l'homme à la nature, selon qu'elle lui est représentée, nous avons vu que les fins s'y projettent, ainsi que s'y projettent les causes. Mais l'étude des fins n'engendre pas des sciences séparées et positives comme l'étude des causes paraît en produire? Il n'y a point là de fait à expliquer; il y a une méthode à combattre. Dans le fond, les causes, aussi bien que les fins, sont soustraites à l'expérience directe et à la mesure spéculative; la considération mathématique en est indue. Sous l'un ou l'autre de ces noms, nous n'observons et ne posons régulièrement que les lois du devenir : des changements de qualité et des mouvements.

Il n'est pas plus difficile de transporter à la nature les passions que les forces. L'humanité ne fait pas de la logique sans doute, mais elle suit son instinct inductionnel en attribuant à l'animal certain attrait, l'*appétit* d'une manière générale, bien plus, le cortége entier des affections humaines diminuées et graduées tout le long de l'échelle de l'organisation, quoique ces choses échappent à l'observation et à tout raisonnement rigoureux. De l'animalité au règne végétal, il vient un moment où la pente est peu sensible, et il faut bien reconnaître aux plantes un principe de tendance et de choix, quelque instinct analogue aux vues qui dirigent l'animal. Enfin ce sont les savants eux-mêmes qui, de longue date, et surtout encore depuis l'inauguration de l'ère positive des sciences, et sans contradiction ni manifestée ni possible avec les faits, ont placé des *affinités* dans les êtres inorganiques, et dans toute matière l'*attraction*.

Appétit, instinct, affinité, attraction, à tous les degrés de réduction possible et quelque simples que soient les lois de modification des êtres, c'est plus, ou du moins autre chose que de la force. La cause ici n'est pas efficiente mais finale, et il y aurait abus grossier à mêler et à confondre, sous prétexte de science, ce que le vulgaire ignorant distingue si bien. Ainsi des termes reconnus, dont l'usage est continuel et considérable, posent le principe de finalité sous sa forme synthétique, la passion, et l'étendent à la nature entière. Je ne me demande pas si cette extension est légitime et quel est son fondement. Je répète encore, et touchant la passion, et touchant la force, que les sciences positives ont à en faire abstraction pour n'étudier que les phénomènes observables, leurs lois de coordination et de succession. Toutefois je conclus que la catégorie de finalité ne le cède aux autres ni par l'originalité, ni par l'universalité de son caractère et l'étendue de ses applications.

§ XL.

Loi de PERSONNALITÉ.

SOI, NON SOI, CONSCIENCE.

Facultés de la personne. — Individualité.

La première des catégories, la *relation*, comprend, comme j'ai dû l'établir d'abord, toutes les autres ; et ce n'est pas seulement qu'elle y tienne par des rapports multiples tels que ceux qui les unissent toutes, mais elle est leur genre commun. J'ai développé

celles-ci en envisageant leur contenu comme représenté : *nombre*, *étendue*, *durée*, *qualité*, et même *devenir*, *force*, *passion*. Cependant je sous-entendais l'aspect représentatif, qu'on ne saurait éviter, puisque le représenté implique représentation pour la connaissance, et que toute représentation a nécessairement deux faces.

A mesure que cette analyse avançait, il devenait difficile de maintenir l'abstraction de l'élément représentatif de chacune des catégories. La durée et le changement pouvaient encore se poser, non sans doute autrement que par la mémoire, mais comme hors d'elle et indépendamment d'elle. Ainsi, les espèces, les étendues et les nombres, jugement, imagination et numération à part. Mais la force et la passion ne se laissaient déjà plus concevoir que sous l'enveloppe de quelque personnalité comme type.

Partant de la *relation* en général, toutes les catégories aboutissent à cette relation particulière qui est la *personnalité*. Elles y aboutissent après l'avoir constamment supposée en cela qu'il faut à l'analyse un analyste, à la science un savant. De toute notion, de tout jugement, de tout objet représenté dans l'espace ou dans le temps, on peut demander *en qui* ils se manifestent. Enfin la matière de la connaissance est marquée du sceau du connaître, sous toutes ses formes, c'est-à-dire modelée sur les lois de la personne en qui seule des représentations sont données.

Comme toutes les catégories, la personnalité se détermine par la synthèse d'une limite et d'un intervalle

correspondant. La limite est le *soi*, une sphère de phénomènes posée comme être, comme acte, comme état, à la manière de la thèse commune des catégories de devenir, de causalité et de finalité. L'intervalle, abstraction faite de toute limitation par le soi, est le *non soi*, l'ensemble indéterminé, indéfini de tous les phénomènes autres ou extérieurs, mais liés selon toutes les catégories avec les premiers, touchant lesquels ils se déterminent. La synthèse du soi et du non soi est la *conscience*, la personne.

Le soi et le non soi ne sont donnés que par leur rapport et dans leur synthèse; et cette donnée qui exige à la fois distinction et identification des deux éléments, est d'ailleurs indéfinissable, ne saurait se poser dans quoi que ce soit d'antérieur et de différent; toutes les catégories s'y appliquent et en subissent réciproquement l'application; nulle d'entre elles ne la renferme.

La conscience est donc le soi du non soi, et pour ainsi dire l'un de ce multiple, un tout; le point limite et l'instant limite de cet espace et de ce temps, une étendue, une durée; la différence de ce genre, une espèce, un individu; l'être de ce non être, un devenir; l'acte de cette puissance, une force; l'état de cette tendance, une passion; et, pour remonter à la première et à la plus générale des catégories, l'autre de ce même, un déterminé.

Le soi est si bien une limite, et rien de plus, j'entends pris en lui-même et abstrait, que lorsque la conscience tente de le saisir et de s'en former une représentation propre, il devient par là même non soi, et

exige la supposition d'un autre soi pour être conçu. On dit, il est vrai, que tels phénomènes (les facultés) se réunissent dans ce qu'on nomme le *moi* et le constituent: ma raison est moi, ma volonté est moi, etc.; mais ce sont là des propositions synthétiques relatives à la conscience et qui exigent que la raison, la volonté, etc., identifiées au moi, soient en même temps distinguées du moi, c'est-à-dire rapportées au non moi; sans cela la conscience elle-même s'évanouirait. On voit que je me place au point de vue rigoureux de l'analyse, mais il est clair que les notions communes sont autre chose et tolèrent un autre langage; on entend généralement par le moi la conscience, qui sans le non moi n'est pourtant rien, et par le non moi l'objet de la conscience à laquelle il faut toujours un moi.

A son tour, le non soi abstrait est tellement indéterminé que, si nous le prenons autrement que limité dans la conscience, il nous est impossible d'en assigner une représentation quelconque. Je n'ignore pas qu'on prétend poser des choses à part toute conscience, mais j'ignore comment il peut en être représenté de telles, et comment dès lors on peut en parler.

L'analyse de la conscience nous ramène aux termes posés dès le commencement de notre essai pour exprimer les deux aspects inséparables de la connaissance: la thèse du soi reproduit ici l'élément représentatif abstrait, et la thèse du non soi l'élément représenté. On comprend d'ailleurs que ces termes ont dû souvent échanger pour nous leur signification abstraite contre une signification synthétique, le représentatif

étant confondu avec une conscience individuelle quelconque, et le représenté avec la nature, autre que cette conscience.

Les relations données dans les diverses catégories ne se tiennent pas séparées : des synthèses telles que la totalité, l'étendue, la durée, l'espèce, le devenir, la force, la passion, quoique logiquement très distinctes, se combinent par de nombreux jugements et se caractérisent les unes les autres dans les représentations procédées de l'expérience. Mais la conscience surtout demande à être définie dans ses rapports avec les autres lois qu'elle embrasse toutes. En elle-même, ou dans la synthèse abstraite du soi et du non soi, elle demeurerait comme vide.

En parcourant les catégories du point de vue de la conscience, nous obtenons autant de *facultés* différentes, et nous traçons les véritables éléments de ce que les philosophes nomment une psychologie.

La conscience est d'abord, et de la manière la plus générale, une *relation* (relation référente) : elle distingue, identifie et détermine ; elle-même ne s'atteint que selon cette loi.

Passant aux catégories particulières, la conscience est une *numération* (numération nombrante) ; elle pose l'un et le plusieurs, et forme le tout ;

Une *imagination :* elle suscite ou reproduit l'étendue et les figures ;

Une *mémoire :* elle fixe l'instant, projette et limite l'intervalle, se développe elle-même en durée, établit l'avant et l'après dans le présent ;

Un *jugement :* elle abstrait, généralise et spécifie; elle propose et raisonne.

Toutes ces facultés ensemble composent la fonction dite *intelligence* ou *entendement,* et sous la condition expresse du devenir, la *pensée.* De fait, il n'y a point d'entendement sans pensée et sans quelque changement.

Enfin, la conscience, en tant que sujette au devenir, est *volonté* et *passion :* elle est acte, puissance et force, limite sa puissance par ses actes et fait son changement; elle est état, tendance et passion, des fins lui sont offertes et elle se meut en s'identifiant successivement avec les moyens qui mènent à ces fins.

Jusque là nous n'envisageons la conscience que sous ses rapports généraux. Les formes qui la constituent de la sorte et qu'on peut réduire à trois principales, entendement, volonté, passion, reproduisant les catégories, c'est-à-dire la représentation en général, sous l'aspect représentatif. Le représenté, j'entends autre que la conscience redoublée elle-même et que les lois catégoriques, n'est point exclu et ne peut l'être ; mais il est subordonné momentanément pour l'analyse.

Rappelons maintenant les phénomènes quelconques, indéfinis, qui se rangent sous les catégories et ne les donnent pas, et que les catégories non plus ne sauraient donner : la matière de la représentation, l'expérience. Ces phénomènes sortent du non soi, se limitent dans le soi, reçoivent l'empreinte dont les lois catégoriques les frappent. De cela seul qu'ils viennent à la repré-

sentation sous une conscience donnée qui les distingue d'elle-même, de ses règles, et de toute loi en général, l'*expérience* est aussi un nom de cette conscience.

A cet égard on a coutume de nommer la conscience *sensibilité : sensation* relativement au phénomène quelconque accident en elle, et procédant du non soi; *perception* et *aperception* lorsque l'autre qu'elle-même y étant distinctement posé, le non soi dans le soi se trouve donné décidément comme extérieur, comme étranger.

Au contraire, en tant que les formes de la conscience viennent à se succéder de manière à former une expérience distincte des impressions externes, les lois d'enchaînement de ces états successifs constituent l'*association des idées* dont on a fait aussi une faculté.

L'intervention de la volonté amène dans la sensibilité l'*attention ;* l'intervention de la numération, de l'imagination, de la mémoire, du jugement, etc., donnent, sous un nom commun, une faculté complexe, la *comparaison* qui reproduit ici la relation en général.

La sensibilité n'obtient pas le moindre développement, que toutes les catégories, toutes les facultés correspondantes ne s'y trouvent intéressées. L'imagination et la mémoire semblent participer plus immédiatement aux fonctions des sens, mais il est facile de voir que les autres lois y ont leur place et leur importance. En fait, aux premiers moments de l'exercice de la conscience, les rapports les plus divers sont déjà présents ; le phénomène le plus simple les suppose, et les synthèses des éléments que l'analyse discerne

sont préexistantes. En fait, aussi, les facultés et les catégories sont vides si la sensibilité et l'expérience n'en fournissent la matière : c'est l'expérience même qui constate que l'expérience est indispensable à la conscience et à ses formes. Ainsi, ni les catégories ne donnent point les phénomènes particuliers et sensibles, ni ceux-ci en quelque nombre qu'ils soient ne composent les lois générales qui les régissent tous.

En traitant de la force et de la passion, j'ai signalé le premier siége et pour ainsi dire la racine (à notre point de vue) de ces catégories dans la catégorie de personnalité : Mais j'ai montré aussi comment des représentations, ainsi marquées à l'origine d'un caractère de conscience, se généralisent pour s'étendre dans le domaine de l'expérience. La conscience elle-même permet une extension semblable. Déjà, et de cela seul que des forces et des passions se placent hors de la personne, d'autres personnes sont envisagées. Les facultés, définies par l'application directe de la conscience aux autres catégories, se retrouvent avec des gradations qu'il est plus facile de suivre que de déterminer, en descendant l'échelle de l'organisation. Au-dessous des êtres organisés, lorsque, s'affaiblissant ou s'effaçant de l'un à l'autre, les caractères tirés de la force, de la passion et de la conscience ont enfin disparu, le nombre, l'étendue, la durée, la qualité, le devenir s'appliquent seuls aux phénomènes subsistants. Si la force peut encore y être envisagée, ce n'est plus du moins d'une manière intrinsèque et dans son origine.

Un ordre nouveau de phénomènes naît de la considération des personnes que le soi place dans le non-soi comme d'autres soi ses semblables. Les rapports entre personnes présentent les causes et les fins unies dans des synthèses particulières. C'est là que paraissent l'*obligation*, le *droit* et le *devoir* termes corrélatifs, en un mot la loi de moralité, d'où procède la loi politique. L'obligation est le principe des actes qu'une personne se représente comme devant être exigés des autres pour elle, ou accomplis par elle et pour les autres, en tant qu'elle les regarde selon la causalité comme possibles, et selon la finalité comme indispensables à une fin commune. De là la conscience morale. Mais la justification et le développement de ces définitions me mèneraient trop loin et hors de mon sujet actuel.

La personne nous offre, réalisé à un degré éminent, le caractère d'individualité que nous avons vu appartenir à ces lois des phénomènes qui portent le nom d'êtres (§§ XXIII et XXIV). D'ailleurs le principe de distinction impliqué dans les diverses catégories aboutit comme celles-ci à la conscience, et y trouve une forme définitive, condition de toutes les autres, à notre point de vue. Par exemple, les distinctions d'espace et de temps, qui sont capitales, se posent et se multiplient au gré de la conscience, et c'est en elle que toute mesure s'établit.

L'individualité est d'autant plus marquée que le développement de la personne est plus complet, plus conforme au type envisagé dans l'homme. Il s'y joint

l'individualité organique dont la physiologie détermine les lois.

Enfin, un principe d'individualité tout autrement radical et définitif est intéressé dans la question générale que nous avons agitée et que nous agiterons encore sans obtenir de solution logique : *Est-il ou peut-il être des phénomènes qui ne soient pas prédéterminés, qui, avant d'exister, ne préexistent pas en vertu de quelque loi?* Ajoutons ici : *De tels phénomènes sont-ils en puissance dans la personne, en sorte qu'ils en subissent les lois, sous quelques rapports, sans y être entièrement donnés par anticipation?* L'individualité personnelle, qu'une réponse affirmative poserait, a été souvent regardée comme une individualité morale, un fondement de la loi de moralité. Ce qui est certain du moins, c'est qu'il faut y voir l'individualité au sens le plus entier du mot.

Le cercle des catégories, ouvert par la relation abstraite et générale, se referme donc à la relation la plus déterminée, qui est aussi la plus enveloppante à sa manière ; la conscience, où tous les rapports possibles se trouvent coordonnés. Dans l'intervalle, nous avons parcouru et analysé les principales synthèses, formes distinctes de relation impliquées dans les représentations que l'expérience donne et desquelles elles règlent les éléments.

QUATRIÈME PARTIE.

DE LA LIMITE EXTRÊME DE LA CONNAISSANCE.

[Une synthèse unique et totale des phénomènes est-elle possible ?]

---

§ XLI.

Antinomies du système des catégories.
—Elles ne ruinent la science, ni ne l'accomplissent.

Nous avons maintenant à rechercher l'usage qu'on peut faire des lois fondamentales de la connaissance pour constituer la science, si la science est possible au delà des catégories.

Le système des catégories présente, dans toutes ses parties, un caractère frappant ; chacun des rapports originaux dont il se compose est une synthèse de deux termes qui s'excluent, et paraît former de la sorte une *antinomie*. (*Antinomia*, *legum contradictio*.)

Toutefois, pour qu'il y ait vraiment contradiction, il faut que les termes opposés, rapportés à un seul et même sujet, sous un seul et même rapport, donnent lieu à deux propositions contradictoires. Nos catégories sont-elles des antinomies en ce sens ?

Nous avons vu la *relation* en général s'expliquer par la *détermination*, et celle-ci être une synthèse de la *distinction* et de l'*identification* : tout rapport énoncer l'*autre du même* ou le *même de l'autre* ;

Passant aux catégories qui définissent la relation comme fixe, ou sans supposer aucun changement, nous avons reconnu dans le *nombre* et dans le *tout*, l'*un du multiple* ou le *multiple de l'un;* dans l'*étendue* comme dans la *durée*, la *limite intervallée*, pour ainsi dire, ou l'*intervalle limité;* enfin, dans la *qualité*, la *différence du genre* ou le *genre de la différence.*

Et de même pour les catégories des rapports instables : le *devenir* a été défini par le *non rapport du rapport* ou le *rapport du non rapport*, la *force* par l'*acte de la puissance* ou la *puissance de l'acte* (synthèse de ce qui est et de ce qui peut être), la *passion* par l'*état de la tendance* ou la *tendance de l'état* (synthèse du moyen et de la fin). La dernière des catégories, condition à notre point de vue de toutes les autres et particulièrement des précédentes comme indispensable à la représentation du variable dans les relations, la *conscience* est une des plus nettement accusées et des plus anciennement reconnues d'entre ces synthèses de termes opposés. L'idéalisme en fait foi. Nous avons caractérisé comme le *soi du non soi*, ou le *non soi du soi*, la représentation ramenée à la conscience.

J'ai longuement développé, dans l'analyse des catégories, le sens des termes opposés. Voici maintenant la série des propositions contradictoires qui s'ensuivraient si, les tenant séparés dans chaque groupe, nous les appliquions au terme synthétique de la catégorie dont ils dépendent, comme à un seul et même sujet :

La relation est la diversité de deux termes, — la relation est l'identité de deux termes ;

Le tout est un (sans pluralité), — le tout est multiple (sans unité) ;

L'étendue est limite (sans espace), — l'étendue est espace (sans limite) ;

La durée est limite (sans temps), — la durée est temps (sans limite) ;

L'espèce est différence (sans genre), — l'espèce est genre (sans différence) ;

Le devenir est être (sans non être), — le devenir est non-être (sans être) ;

La force est acte (sans puissance), — la force est puissance (sans acte) ;

La passion est état (sans tendance), — la passion est tendance (sans état) ;

La conscience est soi (sans non soi), — la conscience est non soi (sans soi).

Si un tel système de propositions était avoué par la science, la science aurait son tombeau dans les catégories, et tout son pouvoir s'épuiserait à se le creuser elle-même. Le principe d'identité se trouvant infirmé, l'usage de l'analyse et de la synthèse serait fictif et dérisoire. Et l'on ne se sauverait pas en laissant les sources de la science dans les ténèbres de la contradiction pour prendre un point de départ plus rapproché de l'expérience, car toute expérience a sa règle dans les rapports généraux qui forment les catégories ou qui en dépendent, et la pensée, armée de ces lois contradictoires, démontrerait à volonté le pour et le contre de

toute question proposée. La science, réduite à constater des faits particuliers, ou pour mieux dire *singuliers*, ne serait rien, hors de là, qu'un autre nom de la contradiction.

Mais ces propositions sont sophistiques, n'ont que l'apparence de propositions. En effet, la *distinction* et l'*identification* ne sauraient s'attribuer séparément à la *relation* que leur synthèse constitue : celle-ci implique les deux termes, et chacun la suppose à son tour en supposant son corrélatif et contraire. Il en est ainsi de l'*un* et du *multiple* dans le *tout*, de l'*être* et du *non être* dans le *devenir*, etc.

En général, il est bien vrai que, dans toutes les catégories, l'antithèse est la négation de la thèse, et que la synthèse résulte de cette affirmation et de cette négation tour à tour niées et affirmées; mais on ne doit pas oublier que la thèse et l'antithèse n'ont de sens que l'une par l'autre et dans la synthèse qui les unit. En les attribuant l'une à l'autre, comme dans ces propositions : *le même est autre, l'autre est le même*, on renverserait leur signification corrélative; et en les appliquant séparément à leur commune synthèse, comme ci-dessus, *la relation est diversité, la relation est identité*, c'est la signification de cette synthèse elle-même qui se trouverait atteinte.

On voit que la constitution des catégories, loin d'être incompatible avec le principe de contradiction, ne fait que le répéter et le confirmer. C'est en vertu du sens attaché aux trois termes, thèse, antithèse et synthèse,

que les deux premiers ne sauraient exprimer *un seul et même rapport* dans le troisième.

Les synthèses sont les données de la science, et l'usage des éléments analytiques regarde la description, la décomposition et la recomposition de ces mêmes synthèses. Il en est d'ailleurs de la science appliquée comme de cette science abstraite et générale. Toutes les données de la représentation, de quelque nature qu'elles soient, sont synthétiques ; une thèse posée quelconque est déjà une synthèse que la science entreprend de diviser, pour la reformer ensuite. La science, je l'ai dit ailleurs et développé, n'a qu'un but ; c'est de composer distinctement les synthèses obscures de la connaissance.

Ainsi les antinomies du système des catégories ne ruinent point la science, ni ne l'infirment, ni même ne la bornent, si ce n'est en ce sens qu'elles en marquent l'origine. Elles sont les premières et les plus générales des lois, les rapports régulateurs universels, et ne constituent point une dérogation au principe d'identité, toujours nécessaire à la considération et au jeu des relations.

Ces antinomies ne contiennent pas non plus la science, et n'en offriraient pas l'accomplissement alors même que l'analyse aurait poursuivi le développement des synthèses primitives jusqu'à ses dernières limites. En déroulant ainsi tout le contenu abstrait des catégories, œuvre difficile, sujette à beaucoup d'erreurs, et qui ne peut être le résultat que de travaux collectifs et prolongés, on n'arrivera pourtant

qu'à dessiner le squelette de la représentation. Cet ensemble de formes sans vie, immobile, inapte à donner les fonctions particulières, sera le système des règles du savoir, non le tableau de l'esprit et de la nature. Toute la représentation ne consiste pas dans les rapports généraux qui la dirigent; il faut y joindre une matière, des phénomènes déterminés particulièrement et tels que les donne l'expérience ou relation de fait dans ses modes plus ou moins variables : soient les rapports effectifs de nombre, étendue et durée, les espèces, les changements, les causes, les fins, les personnes, en un mot, le MONDE.

C'est de ce contenu de l'expérience, de ce contenu de la représentation au moins possible, où s'étendent ses formes régulatrices, mais qu'elles ne constituent point, c'est du monde que je dois m'occuper maintenant. Et la question est celle-ci : la science peut-elle embrasser le monde? Peut-elle résoudre les questions générales qu'elle se pose en lui appliquant les catégories? *Une synthèse unique et totale des phénomènes est-elle possible ?*

§ XLII.

Définition du MONDE. — Autres antinomies. — Leur réfutation. — En quel sens la science pourrait être niée.

Le monde est la synthèse des phénomènes objets d'une expérience possible sous une conscience quelconque; j'entends possible logiquement, nonobstant

l'ignorance actuelle des consciences données, et indépendamment de leurs puissances réelles. C'est donc l'ensemble de tous les rapports composant la représentation quelconque, ou représentés ou représentatifs, soit présents, soit passés, soit même futurs, sans que rien d'extérieur, d'antérieur ou de postérieur puisse y être opposé, et quelle que soit la distinction des parties intrinsèquement posées.

Une conception si générale, si indéterminée, si étrange, à bien peser les termes de la définition, nous est donnée *formellement*. Mais nous devons l'examiner de plus près et la sonder, afin de savoir si elle est ou non contradictoire en elle-même ou avec des lois déjà établies.

En appliquant le nom de *monde* à la plus vaste des synthèses, qui comprend, et ce qu'on appelle vulgairement monde, univers, nature, et aussi ce qu'on entend diversement par des noms plus imposants, je n'avance point une doctrine, et je ne veux non plus en exclure aucune. Mais je pose une définition nominale, pour laquelle un terme déjà consacré, suffisamment abstrait, fait défaut.

Puisque tout est relatif, pour la science, et que les catégories sont les plus étendus, les plus universels de tous les rapports, et, en conséquence, doivent porter sur tout ce qui est sujet au savoir, essayons d'appliquer au monde les catégories.

Le monde peut-il être dit quant à la catégorie de *relation* en général, une relation? Oui, dès lors qu'il est par sa définition même une synthèse : des phéno-

mènes à la fois identifiés et diversifiés, tant entre eux que par rapport à lui, le composent. Oui, mais cette synthèse ne rentre pas dans une synthèse supérieure; cette relation qui est le monde embrasse tous les rapports, et, prise en sa totalité, ne se rapporte à aucun terme étranger à soi ou à ses parties; toutes les conditions d'être y sont contenues, en sorte qu'elle est elle-même inconditionnée, non dans ce sens absolu, chimérique, qui exclurait aussi les conditions intrinsèques, mais parce que ses déterminations ne lui viennent pas du dehors. De là, une grande difficulté : nul inconditionné n'est d'expérience possible, et toute détermination s'opère en fait par distinction et identification de phénomènes proposés relativement à d'autres phénomènes; chacun des rapports composant le monde peut donc bien être supposé limité, déterminé par autrui, mais non le monde lui-même, à qui rien d'autre n'est opposable. Ainsi le monde ne tombe pas sous les catégories selon le mode de l'expérience possible. La loi qui le représente est une loi singulière, entièrement à part : *L'ensemble des phénomènes objets de l'expérience possible surpasse l'expérience possible* (1).

On pourrait nommer *loi d'universalité* cette loi nouvelle et unique que les catégories n'atteignent et

(1) Le père de la philosophie critique paraît s'être fondé sur ce motif quand il a donné le nom de *raison* à la loi de conception du monde, l'opposant ainsi à l'*entendement*, lequel se borne à soumettre l'expérience à la règle des catégories. J'évite à dessein l'emploi de ces termes psychologiques toujours empreints de quelque idologie.

ne déterminent que particulièrement, ou par son contenu.

Il s'agit maintenant de savoir à quelles conséquences nous serons conduits, selon que nous considérerons la *loi* d'universalité par rapport aux catégories directement, autant que faire se peut, ou d'après l'expérience. Suivons cette dernière marche d'abord.

Quant au nombre, le monde n'est pas un tout de phénomènes sujet à détermination comme partie d'un tout plus vaste, à la fois multiple de ses unités intérieures, unité d'un multiple enveloppant, ainsi qu'il arrive des touts de l'expérience. Donc, en le poursuivant sous ce point de vue, nous ne pourrions qu'ajouter phénomènes à phénomènes, nombre à nombre, indéfiniment et sans terme possible.

Quant à l'étendue et à la durée, le monde ne présente pas un intervalle limité de manière que d'autres intervalles se placent au delà, car ces intervalles devraient aussi lui appartenir en vertu de sa définition. Nous ajouterions donc, pour l'atteindre sous ces catégories, à toute étendue, à toute durée, déjà fixées, d'autres étendues et d'autres durées indéfiniment.

Quant à l'espèce, le monde ne se détermine pas par genre et différence : il n'a ni genre supérieur, ni différence avec autre que soi. La définition du monde ne le définit pas spécifiquement. Ainsi nous remonterions de genre en genre par un enveloppement sans fin, si nous suivions la loi de l'expérience, aucun genre ne nous étant jamais donné de fait que comme espèce d'un genre plus grand; et de même nous descendrions

de différence en différence, aucune ne nous étant jamais donnée de fait que comme genre d'espèces enveloppées (tout au moins sous le rapport de quantité).

Quant au devenir, le monde n'est ni rapport, ni non rapport à quelque chose d'antérieur ou de postérieur, car il embrasse tous les rapports. Au lieu d'atteindre un premier et un dernier devenir, en suivant expérimentalement les phénomènes, nous aurions à parcourir une série ascendante et une série descendante de changements sans terme originaire ni final.

Quant à la force, le monde n'est pas l'acte d'une puissance, parce qu'il n'a point d'antécédent, point de conséquent, et que toute puissance, d'après l'expérience, est renfermée dans des actes antécédents. Rien ne peut être supposé dont le monde soit l'effet ou la cause, si ce n'est lui-même; or, être cause de soi, le même procédant du même, sont choses que l'expérience n'avoue point. La série du devenir prend ici la forme d'une chaîne indéfinie en tout sens d'effets et de causes.

Quant à la passion, le monde n'est pas l'état d'une tendance, car il ne peut être fin ni moyen d'un autre que soi, et l'expérience n'admet point la procession du même vers le même. Une chaîne indéfinie en tout sens de moyens et de fins se présente encore là pour celui qui suit et généralise la loi de l'expérience, et le monde ne se trouve jamais atteint sous cette catégorie, non plus que sous les précédentes.

Quant à la personnalité, enfin, et par les mêmes raisons, si le monde était le soi d'un non soi, ce ne

serait qu'autant que l'un de ces termes exprimerait un simple redoublement du second. Mais quand bien même ce pur *soi du soi* serait conforme à l'expérience, il ne saurait, sans autre détermination, constituer une conscience ; or, nous avons reconnu qu'on ne pouvait le déterminer suivant aucune autre catégorie.

En résumé, la synthèse qui d'abord représentait le monde est supprimée par ce mode d'argumentation. Le monde reste quelque chose d'indéterminé, et, à raison de cette indétermination même, nous sommes amenés à le déclarer :

Infini de pluralité, infini d'espace, infini de temps, infini de genre ; en d'autres termes, sans nombre, sans étendue, sans durée, sans espèce ;

Sans origine, sans cause, sans fin et sans conscience.

Et les parties de ce monde qui, considéré tout entier, ne subit aucune de ces lois, les subissent toutes, emportées qu'elles sont d'ailleurs par un mouvement sans terme dans un espace sans bornes.

Maintenant changeons de point de vue. De cela seul que nous posons le monde, c'est-à-dire avec les phénomènes leur synthèse totale, avec les rapports et les lois leur commune fonction, nous excluons l'infini. Il y aurait contradiction à ce que la synthèse fût et ne fût pas déterminée. Ainsi :

Nul composé effectif ne se forme de composés sans fin ; les phénomènes, soit actuels, soit passés, soit futurs déterminés, sont en un certain nombre, et le monde est un tout.

Ces mêmes phénomènes, en tant que soumis à des conditions d'étendue et de durée, constituent une étendue totale finie; et, dans le passé ou dans l'avenir supposé prédéterminé, une durée totale finie. Le monde est une étendue. Le monde est une durée, si du moins on admet que des phénomènes ne surviennent pas entièrement à nouveau; et, s'il en survient, ceux-ci n'appartiennent pas actuellement au monde.

L'échelle des genres s'arrête à une ou plusieurs espèces qui bornent tout, et n'ont d'autre genre qu'elles-mêmes ou leur somme; et l'échelle des différences s'arrête à de certains individus dans tous les genres. Le monde est une espèce ou un ensemble déterminé d'espèces.

Les séries ascendante et descendante des changements (cette dernière pour autant que prédéterminée si elle l'est) ont un nombre fini de termes, sans quoi la synthèse qui est le monde ne serait point donnée. L'une a donc un premier terme, et l'autre un terme dernier. Le monde est un devenir; il a commencé et, sous la réserve déjà faite, il finira; ou, s'il renferme quelque élément qui n'ait point eu de premier commencement, cet élément doit être constitué par des rapports fixes, permanents, sans aucune sorte de répétition, ni de succession, à dater d'une certaine époque, en remontant.

Enfin, et pour les mêmes raisons, le monde dépend d'une ou de plusieurs causes qui ne sont pas des effets, actes antécédents premiers; tend vers une ou plusieurs fins, dont les moyens acquis ou préacquis main-

tenant ne se prolongent sans terme ni dans le passé ni dans l'avenir ; et ces fins et ces causes sont en lui de quelque manière, car tout devenir implique force et passion ; et comme tout phénomène suppose représentation, toute représentation conscience, le monde aussi comprend une ou plusieurs consciences qui s'étendent à son contenu. D'ailleurs, la pluralité possible de la cause, de la fin et de la conscience n'est pas un obstacle à l'existence d'une synthèse quelconque.

Ces propositions sont contradictoires avec les précédentes. Ainsi, en appliquant au monde, d'une part, l'expérience réglée par les catégories ; d'autre part, en développant l'idée de ce tout, directement, par rapport à ces mêmes lois, nous produisons un système d'antinomies en apparence insolubles. Les antinomies ne s'offrent plus ici comme résultant de la décomposition de synthèses préposées dans la connaissance. Ce sont de véritables couples de propositions entre lesquelles on est tenu d'opter. Si les fondements en sont également inattaquables, le principe de contradiction périt, et avec lui la science.

Mais c'est ce qui n'est point. La loi du monde fini est étrangère à la série de l'expérience, il est vrai, mais l'expérience ne s'établit pas contradictoirement à cette loi ; tandis que la loi du monde infini, que l'expérience semble suggérer, ne se laisse pas davantage atteindre par elle, et, en outre, est en contradiction positive avec la conception du tout. Le théâtre de l'expérience est le contenu du monde, et le monde la surpasse.

L'expérience possible a le monde pour borne, et il serait contradictoire qu'elle l'enveloppât : mais il n'est pas contradictoire que, au terme de l'expérience possible, quelque chose, une donnée première, une synthèse totale, soient : la nature de l'expérience est de se poser dans un milieu indéfini sous des lois préexistantes ; est-il permis pour cela de prétendre que cet indéfini comme tel est un donné, cet indéterminé un déterminé? Ce qu'on appelle infini n'est pourtant pas autre chose et la contradiction est là, non ailleurs.

En un mot, l'expérience ne prouve pas que rien n'est avant elle, et hors de sa sphère. Mais la conception du tout périt et les phénomènes flottent sans fondement, si l'infini, dont le vrai nom est contradiction, s'établit dans la science.

La plus grave difficulté qui pût nous arrêter, ou plutôt celle qui eût à la fois détruit nos espérances et renversé cela même qui nous semblait acquis, est levée. Les antinomies sont fausses (1). Mais de ce que nous échappons à la science absurde, il ne s'ensuit pas que nous tenions la science.

Pour que vraiment la science fût, il faudrait que la synthèse unique et totale se trouvât obtenue et possédée si bien que l'analyse déduisît de cette fonction de tous les rapports un développement adéquat à son contenu.

Mais contre cette seule manière d'être donnée, la

(1) Voyez à la fin du volume, appendice X, l'examen détaillé des antinomies kantiennes.

science en a deux de ne l'être pas. L'une aurait été la science impossible, parce que contradictoire; l'autre est la science impossible, parce que bornée.

Il s'agit de savoir si, en évitant le premier écueil, nous ne tombons pas sur le second. C'est ce que nous permettra de mieux reconnaître, après la revue sommaire que nous venons de passer, une étude expresse et approfondie des conditions d'une synthèse totale selon chacune des catégories, nombre, position, succession, qualité, devenir, causalité, finalité, personnalité. Nous savons déjà que la synthèse cherchée est étrangère à la loi de l'expérience, mais que cependant celle-ci n'en démontre pas l'inanité; nous aurons donc à vérifier ce premier résultat d'une rapide analyse, et à nous demander si le monde n'est pas situé au delà de la *science possible*, aussi bien que de l'*expérience possible*.

§ XLIII.

Question de la synthèse totale eu égard au NOMBRE des phénomènes.

La pluralité des phénomènes n'est pas seulement un fait d'expérience, car il n'est point de représentation qui n'implique quelque multiplicité et ne se soumette à la catégorie du nombre. Si nous suivions l'exemple de ces métaphysiciens mystiques pour lesquels le monde, ou l'être, comme ils le nommaient, était l'unité simple, absolue, nous devrions traiter de *pure apparence* cette multiplicité que toute représen-

tation suppose, et chercher la *réalité vraie* hors de la représentation et de ses lois, ce qui n'a pas de sens.

La pluralité infinie, sans unité et sans tout, préconisée par d'autres philosophes, est une conception qui ne se soutient pas mieux devant la logique. L'*un* et le *plusieurs* sont des termes corrélatifs qui ne se définissent dans la représentation que l'un par l'autre et n'ont de réalité que par la loi du *tout* qui les réunit. Le *multiple*, en effet, n'est rien sans l'*un*, son élément composant, et l'*un* ne s'entend que par rapport au *multiple* que sa répétition constitue, car autrement l'*un* ne pourrait intelligiblement s'appeler *un*, ni le *multiple multiple ;* or si tous deux sont donnés, le *tout* est donné en eux et par eux.

Si nous voulons parler du monde, il faut que nous en supposions possible une représentation quelconque, et par conséquent que nous le considérions comme une certaine *unité-multiple*, un *tout*, une *fonction*. Hors de là, c'est hors de la représentation que nous serions, dans le vide de la pensée, soutenus par des mots sans définition, aidés de signes sans signification.

Le monde est donc sujet de la catégorie du nombre.

La totalité du monde, c'est-à-dire le nombre et le tout des phénomènes donnés, sont déterminés, car il n'est pas possible de se représenter des phénomènes donnés dont l'ensemble ne soit pas donné. Tout ce qui est distinctement, actuellement, ou comme actuellement (passé, présent ou préexistant), est nombre. Tout nombre est tel et non autre. Un nombre plus grand que tout nombre assignable n'est pas un nombre.

Un nombre qui n'est pas un nombre est une contradiction.

Tout nombre déterminé par l'expérience, dans les phénomènes, laisse d'autres phénomènes en dehors de son tout, de sorte que sa détermination est double : interne par rapport aux unités quelconques dont il se compose, externe par rapport à celles qu'il n'embrasse pas et qui forment d'autres nombres. Ainsi, tout nombre est enveloppé par un plus grand. Mais la première détermination est seule nécessaire à l'application intrinsèque de la catégorie de nombre aux phénomènes; l'autre qui paraît dans l'usage expérimental de cette catégorie peut manquer, quand il s'agit du monde, sans qu'aucune contradiction s'ensuive. Il est vrai que d'une manière abstraite nous pouvons toujours nous représenter un nombre plus grand d'une unité que tel nombre assigné quel qu'il soit, mais cette possibilité indéfinie ne prouve point qu'il n'existe pas de limite à l'ordre numérique des phénomènes. La loi générale de la représentation quant au nombre entraîne la série illimitée de la sommation, mais cette série n'est pas pour cela donnée effectivement dans les phénomènes, et, au contraire, elle ne saurait l'être sans contradiction. Enfin rien ne s'oppose à ce que le nombre des phénomènes soit tel nombre, ni plus grand ni plus petit, et qu'en fait l'expérience possible soit bornée alors que la loi qui lui sert de règle ne lui fixe pourtant pas de borne.

Rien ne s'oppose à ce que la limite soit ; bien plus, le principe de contradiction l'exige. Mais cette limite

qui nous la donnera? Nous venons de voir que la loi générale de la représentation quant au nombre ne la renferme point. Elle n'est donc pas assignable *à priori:* où la chercher, en effet, si ce n'est dans la considération abstraite du monde par rapport aux catégories? et nous verrons que l'étendue, la durée, le genre, le devenir, etc., ne nous la révèlent pas mieux que ne fait le nombre pris en lui-même. Ensuite, pour qu'elle fût assignable *à posteriori*, n'importe comment, il faudrait qu'elle dépendît de quelque loi supérieure dont l'analyse la détacherait, et une telle loi se trouve ici nécessairement exclue. Donc enfin la synthèse numérique des phénomènes est inaccessible autant que certaine; nous l'affirmons et nous l'ignorons; la science l'atteint et ne la saisit pas, et à peine a-t-elle fait cet effort qu'elle retombe dans le champ des catégories et de l'expérience.

En attribuant un nombre et un tout aux phénomènes, nombre et tout pour jamais soustraits à nos recherches, nous n'avons pas à répondre à la question suivante: Pourquoi, comment, le nombre des phénomènes est-il ce qu'il est? Pourquoi, comment n'est-il pas moindre d'une unité, ou plus grand? Qu'il réponde celui qui, divisant les phénomènes selon toutes les catégories et conformément à l'expérience en la dépassant, saura découvrir les unités véritables et déterminer leur place et l'ordre de leur composition. Celui-là peut espérer de trouver la raison du nombre dans le nombre lui-même; j'entends la raison intrinsèque, la raison de fait, car toute raison extérieure en

exigerait une à son tour, et celle-ci une autre, et ainsi de suite sans fin, ce qui est contradictoire avec la définition du monde.

La question *Pourquoi ce nombre?* est du même ordre que la question *Pourquoi des phénomènes, pourquoi le monde?* Il y a contradiction à demander la raison de ce qui est premier, et contradiction à ne rien supposer de premier.

§ XLIV.

Question de la synthèse totale eu égard à l'ÉTENDUE des phénomènes.

L'étendue n'est pas moins essentielle aux relations du monde que le nombre: il n'est pas un phénomène dont nous soyons dispensés de localiser la représentation, non comme occupant toujours quelque étendue où ses parties propres soient situées, mais comme inséparable de certaines autres pour lesquelles des rapports de position sont donnés. Ainsi le monde, quant à ses phénomènes composants, est sujet de la catégorie d'étendue.

Cette catégorie détermine le monde comme tout autre objet qu'elle s'assujettit. Quand nous avons considéré des phénomènes simplement sommés, nous avons reconnu qu'ils formaient un nombre, parce que nous ne pouvions sans contradiction nous représenter de sommation actuelle que déterminée, c'est-à-dire numérique. Or, la sommation suivant une loi d'étendue ne diffère pas en cela d'une sommation simple: les rap-

ports de position intervenants donnent des étendues dont le nombre est déterminé par celui des phénomènes directement soumis à cette loi, et toutes ces étendues réunies composent une étendue totale qui est celle du monde.

En effet, si tous les phénomènes de l'expérience possible, dans l'espace, sont liés par des rapports actuels et positifs d'étendue, il faut que le monde ait aussi une étendue que ces mêmes rapports déterminent par la simple loi de la sommation. Au contraire, vouloir que les phénomènes ne fussent pas tous liés de la sorte, ce serait admettre dans le monde plusieurs mondes qui n'auraient pas entre eux de relation de position: hypothèse qu'on ne peut se représenter.

Une autre sorte de détermination, qui appartient à tous les phénomènes de l'expérience quant à l'étendue, nous fait défaut dès que nous parlons du monde: il ne nous est pas permis de poser l'étendue de ce dernier comme limitée par une étendue plus vaste. Mais il n'y a point contradiction à ce qu'une loi générale de la représentation dépasse les phénomènes effectifs. Distinguons entre les phénomènes qui sont et les phénomènes logiquement possibles: les premiers sont épuisés pour nous de cela seul que nous considérons le nombre total des phénomènes; poser les autres, ce n'est rien faire de plus que poser la représentation en général, et cet espace où la représentation en général est donnée n'est que la loi générale de l'espace.

Ici l'on a coutume d'insister. On dit, on répète qu'au delà de toute étendue une autre étendue nous est re-

présentée inévitablement, et que toute étendue, c'est-à-dire limitée, suppose une étendue enveloppante qui la limite.

C'est ce qui est inévitable, en effet, mais c'est ce qui s'explique. Ne faut-il pas que la représentation d'une loi embrasse tous les phénomènes subordonnés? La représentation d'une *étendue en général* est la loi d'un ordre de représentations, comme l'est aussi celle de la *grandeur en général* inséparable de l'étendue. Sachons renoncer à ériger ces lois en *choses en soi*; tout s'éclaircira si nous les traitons, selon notre méthode, en fonctions régulatrices des représentations que donne l'expérience, toutes et toujours relatives les unes aux autres. Ceci posé, que devrons-nous entendre par une *étendue enveloppante?* L'une de ces deux choses : ou une *étendue plus grande qu'une autre*, toutes deux étant données, et alors notre hypothèse nous interdit de poser une étendue qui enveloppe celle du monde; ou une *étendue indéterminée*, mais celle-ci n'est qu'un déguisement de la représentation générale d'étendue.

Et pourtant l'objection porterait encore si l'étendue déterminée que nous attribuons au monde était proprement une *étendue bornée*, puisque tout limité suppose un limitant. Mais n'oublions pas que la détermination dont il s'agit est intérieure ou, pour forger ici des mots scolastiques, *a parte intus*, tandis que la détermination externe, *a parte foris*, qui seule justifierait la dénomination d'étendue bornée, est précisément celle que nous repoussons.

D'ailleurs il est facile de s'assurer de ce résultat en

recourant à l'idée de mesure. Le monde n'est point mesurable à l'aide d'une unité donnée hors de lui, hors des phénomènes qu'il enveloppe; en ce sens il n'est donc pas borné; mais une étendue empruntée aux rapports de ses phénomènes intérieurs peut le mesurer : le mètre, par exemple, ou toute autre unité prise dans la nature; et il est déterminé en ce sens. Il est déterminé, et toutefois nous le rendrions indéfiniment grand ou petit (si nous pouvions nous proposer effectivement d'opérer cette mesure) selon qu'à volonté nous choisirions pour unité telle étendue ou telle autre parmi celles que l'expérience nous soumet. La difficulté qui m'arrête maintenant paraîtrait bien faible si l'on pouvait ne pas oublier toujours que la grandeur est un rapport, et qu'il n'existe, absolument parlant, rien de grand ou de petit, de peu ni de très étendu.

La difficulté véritable est toute autre, et la science n'y peut passer outre. Je veux parler de l'inaccessibilité de la mesure du monde à nos spéculations et de l'impossibilité de rendre raison de la fonction universelle sous le rapport de l'étendue. La mesure du monde n'est point donnée *à priori*, puisque les lois générales de la représentation de l'étendue et du nombre ne la renferment point, et nous verrons que les autres catégories ne nous instruisent pas davantage. Tout ce que nous savons, c'est *qu'elle est*, parce que, ici comme ailleurs, à des rapports posés nous ne pouvons sans contradiction refuser l'être ensemble ou le rapport total; mais *ce qu'elle est*, nous l'ignorons. *A posteriori*, ensuite, une détermination quelconque de cette me-

sure impliquerait l'existence d'une loi supérieure à la loi des lois, ce qui est absurde.

Et maintenant comment se proposerait-on d'assigner la raison d'une fonction à la fois inconnue et première, c'est-à-dire d'une part inabordable, de l'autre antérieure et supérieure à toute raison? A celui qui pose un monde fini d'étendue et composé d'un nombre déterminé de mètres par exemple, on adresse l'objection : *Pourquoi pas un mètre de plus, pourquoi pas un mètre de moins ?* Sans doute elle est valable, et je demeure sans réponse alors que je suis tenu d'en faire une, si je prétends connaître le monde, en posséder le *comment*. Mais dès que j'admets ce monde fini pour obéir aux lois de la représentation et éviter une contradiction manifeste, dès que je reconnais que la relation suprême et totale est située hors du domaine de la connaissance, le cas est tout contraire : l'absurdité ne consiste plus à manquer de réponse, elle consisterait à croire n'en pas manquer.

En un mot, je ne suis non plus obligé de savoir pourquoi le monde a telle étendue, que j'ignore, et pourquoi les phénomènes donnés en nombre déterminé soutiennent certains rapports de position, et non d'autres, que de savoir *pourquoi ces phénomènes sont et pourquoi des phénomènes*. Au-dessus de la connaissance est la donnée première de la connaissance, que la connaissance reçoit et n'embrasse pas.

§ XLV.

Question de la synthèse totale eu égard à la DURÉE des phénomènes.

La durée, comme l'étendue, s'assujettit tous les phénomènes : il n'en est point qui ne viennent à la représentation soit en rapport de succession les uns avec les autres, soit du moins de telle manière que celui qu'on supposerait constant se succède à lui-même continuellement ou à des intervalles quelconques ; et c'est ce qui s'appelle être dans le temps.

La catégorie de durée s'applique donc au monde, qui est l'ensemble des phénomènes, et lui apporte une détermination interne.

En effet, le nombre des phénomènes actuels est déterminé, de cela seul qu'ils sont actuels ; le nombre des phénomènes passés est déterminé aussi, parce que ce caractère de *passé*, joint à une représentation, n'empêche pas qu'on ne puisse et qu'on ne doive aussi la considérer conjointement avec les représentations actuelles et formant avec celles-ci un certain tout. D'ailleurs, les phénomènes *à venir* n'entrent ici en ligne de compte qu'autant que déjà acquis actuellement sous cette condition de futurition, sans cela n'ont point d'existence distincte et n'appartiennent pas au monde. Les phénomènes représentés dans le temps sont donc aussi déterminés de nombre. Partant de l'un quelconque d'entre eux à un instant quelconque, et parcourant progressivement en un

double sens tous ceux qui ne coexistent point, on déterminerait une série d'intervalles limités qui sont des durées : ces durées prises ensemble composent une durée totale, finie, qui est celle du monde. Autrement, le nombre des durées actuellement données par des phénomènes donnés ne serait point un nombre, ce qui est contradictoire.

Le monde n'est pas déterminé de durée, extérieurement. La représentation de l'indéfini des durées enveloppantes et enveloppées se limitant les unes les autres, selon l'expérience, ne lui est pas applicable. Cette anomalie apparente s'explique pour le temps comme pour l'espace.

Le temps que l'on croit se représenter antérieurement à toutes les durées écoulées de phénomènes donnés, n'est rien de plus que l'établissement de la loi générale ou catégorie de durée. Les phénomènes supposables d'une manière abstraite et logique avant ceux qui ont été ou qui sont, n'augmentent pas le nombre de ceux-ci.

La représentation d'une durée enveloppante, ou *plus grande*, exprime un rapport déterminé de phénomènes particuliers, sinon se confond avec la loi régulatrice de ces sortes de rapports, qui, par elle-même, n'est pas une durée.

La durée totale des phénomènes jusqu'à l'instant présent ne peut donc pas être dite bornée, limitée, mais seulement donnée et finie : finie, et par conséquent mesurée, au moins approximativement, avec telle unité tirée du système de ces phénomènes, soit

le jour sidéral supposé invariable. Selon que cette unité aura été choisie, cette durée, d'ailleurs inconnue, est formellement augmentée ou diminuée d'une manière arbitraire, et les grandeurs ne sont que des rapports.

Le monde, situé de la sorte au delà de l'expérience possible quant à la durée, se trouve aussi complétement soustrait à la science. Ni sa propre conception, suivant cette catégorie, ni quelque autre loi qui le dominerait, ne nous le font connaître comme fonction déterminée du temps. Nous savons seulement qu'une telle fonction existe, comme toute synthèse dont les éléments sont donnés; mais nous ignorons ce qu'elle est. Qu'on ne demande donc pas comment et pourquoi la durée écoulée du monde n'est pas moindre ou plus grande d'une unité qu'elle n'est effectivement. Ce serait exiger communication et de la fonction inconnue et d'une raison d'être que rien de premier ne peut avoir. Nous reconnaîtrons de plus en plus clairement, en avançant, que la raison générale des phénomènes est un problème dont la solution prétendue impliquerait toujours cercle vicieux ou progrès à l'infini, si bien qu'il n'est pas même possible de le poser.

§ XLVI.

De la division interne des phénomènes dans la synthèse totale.

Dans la considération du monde par rapport à la catégorie de nombre, nous ne nous sommes fondés sur

aucun principe de division des phénomènes. Quelles que fussent en effet la classification et l'énumération adoptées, nous pouvions affirmer la nécessité d'une détermination numérique des choses. Sil eût fallu pour cela définir et dénombrer tous les rapports actuellement donnés, effectuer toutes les mesures dont les éléments existent ou ont existé, il est clair que l'inaccessibilité du monde aurait arrêté notre logique. C'est à la vérité le but que les sciences semblent poursuivre ; mais leur nature et leurs principes bornés leur interdisent de l'atteindre autrement que partiellement, c'est-à-dire en un mot de jamais l'atteindre.

Si donc nous prenons un point de départ quelconque du milieu des phénomènes, ou des données de l'expérience, il nous est seulement permis, ou plutôt il nous est prescrit d'assurer que, d'une part, l'addition progressive des phénomènes de même ou de différente espèce, ainsi que de toutes les mesures, de l'autre, la division régressive de ces mêmes phénomènes, ont nécessairement une limite, inassignable en fait, et toutefois, en fait, donnée.

En traitant du monde, quant à l'étendue et à la durée, c'est avant tout sur la multiplication des phénomènes que nous avons dû fixer notre attention. La limite indéterminable et pourtant déterminée de l'échelle ascendante des rapports nous occupait. Mais le monde se développe aussi bien dans l'ordre de la décomposition que dans celui de la composition des données de l'expérience, et les lois de la représentation nous soumettent le problème de l'infini dans un

sens aussi bien que dans l'autre. Toute étendue, toute durée sont divisibles, à ne les envisager que comme catégories, et l'expérience fournit matière à cette division, attendu que, par le fait, une étendue observable, une durée observable quelconque, sont par là même ouverts aux phénomènes intermédiaires. Cependant ce progrès descendant doit avoir un terme, et des phénomènes derniers doivent exister dont l'étendue, dont la durée soient les moindres de toutes celles que déterminent des rapports effectifs.

Les raisons de supposer une borne à l'infini régressif sont les mêmes que pour l'infini progressif : elles se réduisent à ne recevoir jamais de propositions contradictoires. Les objections et les réponses sont aussi les mêmes. Si la représentation d'une manière générale se refuse à cette limite que nous sommes contraints d'admettre dans les faits, c'est qu'elle est la loi des possibles en même temps que des donnés. Infinie en puissance, il ne s'ensuit point que les phénomènes dont elle apporte la règle soient infinis aussi. Un infini en puissance n'est pas contradictoire ; un infini actuel est la contradiction même.

L'infini, nous l'avons vu, est la loi des possibles ; le fini est la loi des donnés, représentés sous les catégories ; le dernier de ces rapports donnés, aussi bien que celui qui embrasse tout, est réclamé par les catégories elles-mêmes, quoique l'expérience en appliquant celles-ci ne détermine jamais que des rapports intermédiaires.

S'il est impossible de rendre compte du fait de la limitation des phénomènes à certaines étendues et à

certaines durées dernières, représentativement divisibles, c'est que le monde n'est pas plus connu dans ses parties élémentaires que dans son tout. Assigner cette unité naturelle des mesures (qui d'ailleurs peut n'être pas invariable, tout actuellement déterminée qu'elle est), serait prétendre à la connaissance de la fonction universelle. En proposer la raison, serait vouloir expliquer l'inexplicable, car on demanderait alors la raison de cette raison. Ainsi nous revenons toujours au problème fondamental insoluble *Pourquoi quelque chose existe.* Tout ce qui est premier est un fait sans raison.

§ XLVII.

Question de la synthèse totale eu égard à l'ESPÈCE des phénomènes.

Tout objet de la connaissance tombe sous la catégorie de qualité pour s'y déterminer. Savoir, c'est distinguer et identifier; c'est, plus expressément, abstraire et généraliser; c'est définir par différence et genre.

Le monde est-il une espèce en ce sens? Se détermine-t-il comme la différence d'un genre? Non, puisqu'il n'admet quoi que ce soit d'extérieur à lui et l'enveloppant. Il y aurait contradiction à tenter de le déterminer ainsi.

Cependant, pour que le monde soit, en cela aussi, une synthèse, il faut que nous le posions comme un genre par rapport à ses espèces internes. Le genre n'est pas alors cette thèse abstraite que donne la caté-

gorie de qualité. C'est l'espèce des espèces, pleine et concrète, toutes différences comprises.

Nous sommes ramenés à la définition même du monde, mais au point de vue technique de la définition, l'espèce.

Cette détermination reconnue nécessaire est cependant inaccessible analytiquement, ou *à posteriori*, et selon les catégories, puisque l'usage de la thèse de *différence* y est interdit. L'expérience ne saurait non plus, d'espèce en espèce, atteindre à l'espèce totale, car l'expérience se règle sur les catégories et ne les dépasse pas.

A priori, ou synthétiquement, lorsque nous voulons nous élever au-dessus de la matière quelconque des relations, et cela pour l'espèce aussi bien que pour les autres catégories, que nous représentons-nous? La relation de tous les rapports, la fonction de toutes les fonctions. Mais ce n'est pas là déterminer le monde; c'est énoncer encore une fois le problème.

On a pourtant prétendu le résoudre. La seule voie qui fût ouverte était d'affecter pour toute définition du monde une fonction choisie parmi les données de la connaissance, ou encore un groupe formé de plusieurs de ces données, supposées propres à *contenir* toutes les autres. Ces dernières descendent alors au rang de cas particuliers de la fonction universelle qui les *contient*. Mais qu'est-ce qu'une telle contenance? Au premier examen, celui qui se défie des idoles métaphysiques s'aperçoit que les auteurs de systèmes invoquent la *substance* ou la *causalité substantielle*, et

qu'il n'y a rien de plus au fond de leur outrecuidante explication du monde. Je vais le montrer.

Par exemple, je suppose que le philosophe réunisse les premières catégories, *nombre, étendue, durée ;* qu'il les joigne au *devenir,* et qu'éliminant de sa conception toutes les qualités, à plus forte raison ce qui appartient à la conscience, il caractérise le monde en principe comme *matière et mouvement.* L'idée n'est ni nouvelle, ni rare. Il dira donc que les lois supérieures manifestées dans l'organisation dépendent des lois de l'organisation même, lesquelles, à leur tour, dépendent des lois de ce qui n'est point organisé. Ainsi pour nous attacher aux termes les plus positifs qu'on ait proposés, la physique serait réductible à la mécanique; et la chimie, la physiologie, la morale, aboutiraient successivement, les unes par les autres, au même genre de phénomènes, où tout se confondrait. Il faut que l'on ait de bien puissantes raisons pour se faire un idéal de science, je ne dis pas d'une telle synthèse, mais d'un tel chaos; car enfin toutes les fonctions sont relatives les unes aux autres, l'expérience le prouve et la représentation le veut; mais aussi elles sont distinctes les unes des autres, tant pour l'observation que pour la logique. Sur quoi donc se fonder pour abolir ainsi toutes les différences? Ce sera sur l'ordre d'enveloppement des espèces ou sur l'ordre d'enveloppement des causes.

Parlons des espèces. Il est très vrai que l'abstraction faite dans les êtres organisés de tout ce qui est phénomène proprement représentatif, nous permet de

constituer un genre formé des organes eux-mêmes et de leurs fonctions. L'abstraction de ce qui est propre à l'organisation nous conduit ensuite au genre des fonctions chimiques ou physiques ; et, de ce genre, nous passons de même à celui qui embrasse les phénomènes définis exclusivement par le nombre, l'étendue et la durée, dans le devenir. Mais ne pouvons-nous pas suivre la marche inverse ? Partant des mêmes êtres, et procédant par abstraction successive de tous les objets de la représentation, n'arrivons-nous pas à considérer la représentation pure, au point de vue représentatif, comme un genre enveloppant tous les phénomènes ? Quelle méthode préférer ?

En bonne logique, la question n'existe pas. Dès que la connaissance n'atteint que des rapports, dont toute science a pour but de faire l'analyse et de reconstituer les synthèses, il faut voir un abus de la catégorie d'espèce, une illusion de la faculté de généraliser, dans cette disposition d'esprit, qui consiste à ériger en synthèses réelles les phénomènes moins leurs différences, c'est-à-dire moins les phénomènes eux-mêmes. Il est tout simple que le développement des fonctions puisse être décrit dans l'ordre qui aboutit au représenté le plus abstrait possible, comme aussi dans celui qui aboutit au représentatif ; et ce fait constate seulement la corrélation des deux faces du phénomène, à ses divers degrés, dans la représentation et pour l'expérience.

L'erreur est de définir les fonctions en identifiant sans distinguer, ou encore en distinguant sans identi-

fier. Des deux manières, on manque le rapport, unique objet de la science. La première méthode est familière aux partisans de l'*unité de substance*, et la seconde aux partisans de la *pluralité*. Il s'agit ici de ceux-là.

La pensée, mode de la matière, est une formule dénuée de sens aussi bien que *la matière, mode de la pensée*. Quand on dit *l'homme est animal* (catégorie d'espèce), on entend qu'il est homme néanmoins ; or, il n'est homme que par la différence, eu égard à laquelle on ne dit rien en disant qu'il est animal. De même, pour donner un sens à cette proposition : *La pensée est un mode de la matière cérébrale*, il faut ajouter *moyennant la différence qu'on appelle proprement pensée*, et alors on se trouve avoir parlé, mais non pas avoir dit quelque chose.

Le philosophe qui propose de semblables formules s'entend demander : *Qu'appelez-vous matière?* Et, forcé de définir, il introduit dans les éléments de sa définition ces mêmes phénomènes qu'il voulait en déduire : cercle vicieux. Prend-il son point de départ dans la seule étendue, avec le mouvement, alors il explique les actions physiques et chimiques par des qualités qu'il n'explique pas. Admet-il une matière spécifique, il attribue l'organisation à des propriétés organisantes dont cette matière est douée. Est-ce enfin une matière organisée qui lui sert de donnée, il ose affirmer que cette matière pense, parce qu'elle a la propriété de penser. Ne rions pas. Constatons sérieusement le secret de l'explication du monde. Le voici :

De l'ensemble des phénomènes on soustrait presque tous les rapports (pourquoi pas tous ?), sous condition desquels la représentation en est obtenue. Cette abstraction posée, on l'intronise, on la fait substance, et l'idole a la vertu de reproduire les rapports supprimés à mesure que, sous un nom ou sous un autre, on les y rétablit. Et l'on appelle cela expliquer; on prend cela pour de la science ; on plaint, au nom de cela, l'idéaliste qui pourtant ne fait pas autre chose que cela ! car aux mots près, qui sont différents, l'idéaliste, comme le matérialiste, compose le monde de la série des propriétés de la substance ; et ce que l'un nomme *esprit*, quelquefois *moi*, est précisément ce que l'autre nomme *matière*. Dans la substance, *au fond*, comme on dit, tout est confondu : tout y est rentré, tout en sortira. Les modes et attributs en sortent; c'est dans les modes et attributs que tout ce que le développement du monde comporte de phénomènes est envisagé d'avance, et c'est arbitrairement qu'on jette un dévolu sur tels modes ou attributs ou sur tels autres pour donner de la substance une définition illusoire.

Pourquoi pas tous ? ai-je dit; pourquoi s'arrêter dans la série des abstractions plutôt à la matière vivante, mais sans perception, qu'à la matière spécifique, mais sans vie, des physiciens ? Pourquoi plutôt à la matière spécifique qu'à la simple étendue mouvante ? Pourquoi plutôt à l'étendue qu'à cette matière des anciens, à ce substrat inqualifiable, à cet indéterminé pur après lequel il n'y a plus enfin d'abstraction possible ? Ces philosophes furent les plus logiques, eurent

au moins conscience de leur propre méthode, qui, une fois décidés à demander à la généralisation le principe du monde, poussèrent la généralisation jusqu'au bout. La marche et l'objet avoué de la science sont l'observation, l'analyse, les rapports et lois constatables, les synthèses vérifiables; le savant n'a donc pu démentir son titre à ce point de spéculer sur la substance pure; pourtant le vice est le même quand on s'efforce de faire entrer toutes les fonctions dans une fonction abstraite, incapable de régénérer les divers rapports compris dans les premières, autrement que par la volonté de l'opérateur dont le parti est pris de restituer ce qu'il lui a plu d'enlever.

Je n'ai maintenant que peu de mots à dire sur les causes. C'est, à la vérité, le point de vue préféré des savants pour l'explication prétendue du monde. Mais que deviennent leurs causes s'ils ne les envisagent dans leurs substances? Que signifient ces propositions dans la pensée de ceux qui les avancent: *L'organisation est la cause de la sensibilité et de l'intelligence; l'organisation est un effet des mouvements de la matière*, etc., si ce n'est que la matière organisée, ou que la matière inorganique mobile sont des substances qui préexistent, l'une à l'intelligence et à la sensibilité, l'autre à l'organisation, en sorte qu'il en émane des effets, comme tout à l'heure il s'y enfermait des modes? Mais nous avons rejeté cette causalité substantielle pour ne considérer qu'un rapport de force entre deux termes également nécessaires à la constitution de la synthèse. La cause, ou donnée dans le *soi*, ou envi-

sagée *à posteriori* dans le *non soi*, est inséparable de son effet. Sans cela, il faudrait identifier le *mouvement, cause d'un mouvement*, avec le *mouvement, cause d'une sensation*, et il n'y aurait pas moyen de distinguer la *volition, cause d'une contraction musculaire*, de la *volition, cause d'une modification de pensée*. La nature d'un rapport de force dépend donc de l'un et de l'autre des actes liés, et c'est se faire une idole inintelligible que de considérer l'esprit en tant qu'esprit, simplement, comme cause des phénomènes matériels, ou la matière en tant que matière, simplement, comme cause des phénomènes intellectuels.

On voit que l'erreur n'est pas autre à vouloir envelopper toutes les fonctions dans une fonction unique et abstraite, à vouloir, dis-je, les réduire par le rapport de causalité, qu'à tenter la même réduction par le rapport de spécificité. L'illusion consiste toujours à séparer ce qui est joint dans les phénomènes, puis à joindre ce qu'on a séparé : à le séparer, comme s'il avait dû n'être pas joint, et comme si la distinction pouvait rompre les synthèses que précisément elle suppose ; à le joindre comme un mode ou un effet surajouté à quelque chose, substance ou cause, qui aurait primitivement existé en soi.

Les partisans d'une cause unique matérielle des phénomènes s'appuient sur l'ordre de production des faits, dont l'expérience témoigne. Ils nous montrent l'organisation, antérieure à l'intelligence et l'enveloppant ; les fonctions physiques et chimiques, antérieures aux fonctions vitales, et nécessaires à la constitution

des organes ; le mécanisme, enfin, antérieur à toute spécificité et condition indispensable du jeu des agents physiques. Où ils croient observer une succession constante, ils placent une cause, et ce n'est pas de cela qu'on peut les reprendre. Il est de fait aussi que les lois inférieures sont au nombre des conditions de manifestation des lois supérieures. Mais ce qui n'est point, ou ne peut être constaté, c'est l'antériorité totale et radicale des unes aux autres, selon le temps. La succession simple des phénomènes des deux ordres, nettement accusés et séparés, n'appartient à l'expérience ni en général, ni en aucun cas particulier :

1° Là où l'organisation étant donnée, la sensibilité et l'intelligence se produisent en suite des modifications organiques, il n'est jamais possible de s'assurer que les phénomènes qui surviennent ainsi sont indépendants de toute sensibilité et de toute intelligence antérieurement existantes, soit dans le sujet, soit hors de lui. On ne vérifie pas mieux l'hypothèse suivant laquelle certains faits organiques apparaîtraient, n'ayant été précédés que de faits simplement physiques, et ne se rapportant à nuls autres. Enfin, l'observation ne nous soumet point de phénomènes mécaniques purs. Ainsi, la condition essentielle de toute expérience fait défaut : je veux dire la séparation des rapports qu'on veut éprouver, d'avec tous autres rapports quelconques, capables de les altérer.

Après cette objection capitale, on pourrait se dispenser de rappeler que les phénomènes de l'ordre que j'appelle inférieur se présentent souvent et à bien des

égards, et notamment quant à la causalité, comme subordonnés à ceux de l'ordre supérieur (sous les mêmes réserves que ci-dessus faites en sens inverse).

2° Si l'obstacle était levé, si l'expérience pouvait séparer des faits si complexes, nous montrer d'un côté l'acte antécédent, mécanique, physique, organique; de l'autre, et postérieurement, l'acte conséquent, physique, organique, sensible, mais purs, précis et définis et indépendants des deux parts, que conclurions-nous de là? Les deux termes de genre différent seraient unis par le rapport de cause à effet, sous la synthèse d'une force. La cause et l'effet seraient inséparables l'un de l'autre et de leur synthèse : sans cela la spécificité du produit serait inintelligible, et l'on poserait sous le nom de cause cette chimère que j'ai réfutée et que trois mots résument : *la chose qui se fait non-chose, qui se fait toute autre chose, qui se fait quelque autre chose que ce soit.* Mais alors que se trouve-t-on avoir obtenu? L'apparition spontanée d'une force; c'est-à-dire que le monde n'est plus expliqué, comme on le voulait, mais simplement posé.

Ainsi la définition du monde nous échappe, sous la catégorie de l'espèce, soit quand nous procédons par voie d'abstraction, soit quand nous considérons les espèces composantes comme des effets de quelque espèce primitive plus simple. Mais il nous reste à savoir si les catégories supérieures ne donneront pas un résultat plus satisfaisant.

§ XLVIII.

Question de la synthèse totale eu égard au DEVENIR des phénomènes.

Nous avons étudié le devenir comme loi d'une série de représentations. En fait, tout ce que l'expérience offre de phénomènes appartient au devenir. Nous avons aussi constaté que la connaissance rapportée au soi, catégorie de personnalité, ne se pose pas simplement, mais se produit, et dès lors a le devenir pour condition.

Le devenir se rapporte au monde, puisque par définition le monde embrasse l'universalité des rapports.

Le monde devient, en ce sens que des choses deviennent dans le monde. Mais le devenir n'est ainsi défini que par le rapport propre de ces choses distinguées de toutes les autres choses, sans que nous puissions suivre et déterminer les variations correspondantes de celles-ci, jusqu'au bout, de phénomène en phénomène. Le changement du tout, rapporté au tout, ne serait atteint par la science qu'autant qu'il nous serait permis de comparer le tout à lui-même, à deux moments successifs. Or, le tout nous échappe sous les diverses catégories que nous avons passées en revue. Le problème serait donc de déterminer une série dont nous ne possédons pas un seul terme ; et si, par impossible, on pouvait en obtenir quelques-uns, il resterait encore à en découvrir la loi. La loi ! quand nous

ne savons même pas s'il peut en être posé une *à priori*: je l'ai fait voir en traitant des possibles.

Puisque le monde est soumis à la catégorie du devenir, que cette catégorie à tout moment le représente et le détermine intérieurement, et que cependant il est interdit à la science de poursuivre l'analyse et de former la synthèse de cette détermination, il faut essayer de tourner la difficulté, ou du moins de résoudre en partie le problème, en bornant la recherche au premier et au dernier terme du devenir considérés *à priori*.

Nous avons déjà traité du *premier terme* à propos de la synthèse de durée du monde. La preuve de l'existence de cette limite des phénomènes, *à parte ante*, se résume ainsi :

Si le devenir n'avait pas commencé, ou il ne serait point, ou le nombre de ses termes serait sans nombre. La première hypothèse renverse l'expérience, et la seconde le principe de contradiction. Ou bien on admettra que les phénomènes ne sont pas vraiment séparés dans le temps, et qu'il n'y a pas lieu de leur appliquer le nombre. En d'autres termes, on contestera la loi de succession et le devenir lui-même en tant que réels. On s'inscrira en faux contre la représentation, et cela sans doute sur la représentation comme fondement. C'est retomber dans la contradiction d'une autre manière.

Le premier terme a quelque chose d'incompréhensible, non de contradictoire. Il est incompréhensible

en ce qu'il dépasse l'expérience et le champ d'application des catégories.

Nous posons une limite, comme limite seulement; nous ne l'embrassons pas, nous ne sommes point admis à la reconnaître, à en faire le tour. Mais envisagé directement, immédiatement, le premier terme n'est non plus contradictoire que ne l'est un acte quelconque envisagé de même, c'est-à-dire isolé, retiré de la série de l'expérience. La respiration du nouveau-né, le composé produit des mains du chimiste, l'accident le plus simple sont des phénomènes qui commencent à la rigueur, quant à ce qui les caractérise par opposition aux phénomènes préexistants.

Deux objections sont à prévoir. L'une se targue du principe de causalité qui, dit-on, exige que tout devenir procède d'un acte antécédent. En effet, l'analyse de la cause implique deux actes successifs, mais comment? en manière de donnée, et de telle sorte que là où ces deux actes manquent, la cause ne soit pas. On tire donc la causalité de sa sphère en l'appliquant à un acte sans précédents. Dès que nous posons un terme premier, c'est un terme sans cause que nous posons; et dès que nous sommes contraints de le poser sous peine de contradiction, nous sommes contraints de poser un terme sans cause. Mais on dit que la représentation n'admet de phénomènes que sous la loi de causalité. Cela est vrai entre les limites de l'expérience et de l'application des catégories; cela n'a plus de sens quand il s'agit de la limite même qu'il est donné d'atteindre par la pensée, non de comprendre.

Au surplus, il faudra voir si les notions de cause et de force ne reparaissent pas modifiées par rapport au premier terme, ainsi que tant de philosophes l'ont cru.

L'autre objection est prise du point de vue empirique. Elle est plus forte, et en la restreignant à sa portée véritable, je l'accepte. On peut nous demander ce qui nous autorise à sortir du domaine, non de l'expérience seulement, mais de l'expérience possible, laquelle enveloppe tous les rapports accessibles à la connaissance. S'il est vrai, en effet, si l'on est forcé d'admettre que les conditions de l'expérience ne répugnent point à ce que quelque chose *commence* et se produise *nouveau* à certains égards, il n'est pas moins vrai qu'elles veulent que ce quelque chose, à d'autres égards, *suive*, et se rapporte à un plus *ancien*. Mais de ce que l'expérience ne peut s'étendre à cela qui précisément commence la série de l'expérience, je conclus aussi qu'elle ne saurait en aucune manière le contredire. Les phénomènes *devenus* et précédés qu'elle enveloppe n'entraînent pas la négation d'un ou de plusieurs phénomènes existants ou *venus*, non précédés, qui la bornent. La question : *Oui ou non, la série de l'expérience a-t-elle commencé?* est claire et inévitable. Une fois admise, il faut bien avouer que le *non* implique l'infini, c'est-à-dire la contradiction, tandis que le *oui* pose une limite, une limite qu'il est nécessaire de poser, mais qu'il n'est pas nécessaire de comprendre.

Le mot de la difficulté est celui-ci : La représenta-

tion catégorique est la règle de l'expérience, et, par conséquent, s'étend à la totalité de l'expérience possible. Dépassant l'expérience en ce sens, elle peut lui prescrire un contenu, mais sans le déterminer, sans le borner à la manière des autres objets qui se rangent sous les catégories de *nombre, étendue, durée, espèce, devenir*. L'extrême limite qu'elle fixe n'est rien qui puisse être limité à son tour. Elle la pose donc et ne la définit point.

Nous nous occuperons du dernier terme à propos de la *fin* des phénomènes. Maintenant passons à la *cause*.

§ XLIX.

Question de la synthèse totale eu égard à la CAUSE des phénomènes.

Ainsi, la loi d'universalité jointe à la loi de nombre nous oblige à poser par delà tout devenir un ou plusieurs phénomènes premiers, existants ou venus, non précédés, quoique de tels termes, de cela même qu'ils ne deviennent pas et ne sont pas *autres* que des rapports antérieurs, ne puissent être déterminés catégoriquement. Nous ignorons même ce qu'il en est de l'unité ou de la pluralité de ces phénomènes originels : et, en effet, dès que franchissant l'expérience et nous plaçant au-dessus du devenir, nous envisageons le rapport sans antécédents, dont nous ne possédons jusqu'ici aucune autre définition, quelle raison aurions-nous de penser qu'il ne peut pas en être donné plusieurs

là où il en est donné un? Nous ignorons si des phénomènes tout à fait nouveaux, indépendants (sans lien aucun avec ceux qui maintenant sont ou ont été), peuvent ou ne peuvent pas survenir. Nous ignorons si à l'origine de la série des temps et de l'expérience accomplie, nous devons placer des relations très simples qui se seraient accrues par un développement postérieur, ou de véritables fonctions déjà développées en elles-mêmes, mais alors éternelles et immuables, sans succession, sans changement.

L'analyse de l'idée du monde, au point de vue de la causalité, jettera-t-elle plus de lumière sur ces problèmes?

Le monde est sujet de la catégorie de cause, puisque les phénomènes successifs s'y représentent liés par des forces, que les antécédents prennent en pareil cas le nom de causes, et qu'il faut remonter jusqu'à de certains antécédents premiers. Il y a donc une ou plusieurs causes premières des phénomènes qui composent le monde. Mais afin de préciser le sens de cette formule, rappelons-nous qu'une cause définie ne doit pas être séparée de son effet. Pour le passage de l'*acte* à un autre acte, outre l'antithèse de la *puissance*, la synthèse de la *force* est requise, et la force participe des deux actes qu'elle unit en déterminant l'intervalle puissantiel. C'est ce terme synthétique, et non la cause substantielle des écoles idolologiques, que nous devons envisager à l'origine des phénomènes: un acte pur, une pure puissance, une cause isolée de ses effets quelconques, n'y paraîtraient que des rapports indéfi-

nis, des thèses abstraites, et ne figureraient point un véritable commencement des choses. Nous dirons donc que le monde est produit, et qu'il est ou fut soumis à des forces premières.

Il n'y a pas lieu de demander la cause de cette force ou de ces forces : ce serait contredire leur définition. Elles ne sont donc pas déterminables, selon la catégorie, ou par la supposition de rapports antérieurs qu'elles lieraient aux rapports qui deviennent. Toute détermination, s'il en est de possibles, doit être cherchée dans les rapports qui procèdent de ces forces ou qui les constituent en elles-mêmes.

Les questions à résoudre sont :

Les forces premières existaient-elles, ou se sont-elles produites? Sont-elles sans cause et, comme on dit, par hasard? Ont-elles une nécessité intrinsèque?

Doit-on en supposer une seule ou plusieurs?

Les phénomènes passés, présents et futurs, se trouvèrent-ils prédéterminés dans les forces premières; ou put-il, et peut-il encore surgir des phénomènes indépendants de ces forces?

Après cela, il resterait à définir la nature ou l'espèce des forces premières.

Première question. — Je l'ai énoncée en termes vulgaires qu'il faut maintenant préciser. Si le nom de *hasard* est tout négatif, si la formule consacrée, *par hasard* (*casu*), signifie simplement *sans précédents*, il n'est pas douteux, sur ce qu'on a vu, qu'une force première soit par hasard. Les difficultés qu'on peut se faire

ici proviennent de l'illusion par laquelle on érige en façon d'antécédent et de cause le terme qu'on emploie pour exclure tout antécédent, toute cause, comme si l'on chargeait de la production de A, premier phénomène, cela même qui pose A non produit. Au contraire, il faut traiter le *hasard* et la *nécessité* de termes synonymes quand on les applique à ce qui est sans cause. L'un et l'autre se confondent avec le fait premier, la première donnée, et ne sauraient s'expliquer autrement. *Ne pouvoir pas ne pas être*, alors qu'il s'agit d'un fait non précédé, c'est être directement, immédiatement, c'est être, c'est-à-dire, selon la connaissance, être posé et rapporté à ce qui suit. D'autre part, un fait non précédé, en tant que tel, est sans raison, et le nommant pour cela *fortuit* ou même *arbitraire*, nous ne faisons pourtant rien de plus que le poser, comme quand nous l'appelons *nécessaire*. Je dis qu'un fait non précédé est sans raison, car s'il avait sa raison en soi, à cet égard il se précéderait lui-même ce qui est contre l'hypothèse.

Reste ceci, une question que l'on croit comprendre : La force première *s'est-elle produite*, ou la force première *existait-elle ?* Rappelons-nous que cette force est une limite à laquelle les faits de succession s'arrêtent. Ce serait se contredire que d'énoncer une proposition dont le sens supposerait quelque rapport antérieur au rapport premier. Or si nous disions : *la force s'est produite,* entendant par là certain dédoublement qui lui donnerait avec elle-même une relation de cause à effet, nous impliquerions l'existence de

quelque chose avant la force en tant que produite. La *cause de soi*, envisagée dans la représentation personnelle, a sans doute un sens, mais à la condition de deux actes définis et vraiment successifs donnés sous la catégorie de conscience, tandis que la force première ne succède à rien. Devons-nous alors recourir à l'autre formule, *la force existait*, c'est-à-dire a existé de tout temps et n'a point commencé? Ce serait admettre qu'elle s'est indéfiniment succédé à elle-même, quoique sans changement. Nous prolongerions ainsi le temps, la série des durées, au delà d'une limite que nous avons posée, et nous croirions éviter la contradiction, parce que nous envisagerions dans ces durées successives un contenu toujours le même. Illusion! le nombre des durées, dès que nous les posons distinctes, ce nombre sans fin actuellement écoulé, nombré, fini, est une contradiction palpable, de quelque unité de temps que nous fassions usage.

Il s'ensuit de là, ce qu'on pouvait prévoir, que la force première n'est déterminable de causalité, ni par relation à soi, ni par simple succession à soi. Les deux formules que j'ai réfutées, et qui se présentaient comme contraires, s'identifient et s'annulent l'une l'autre en se confondant, lorsque pour poser cette limite qui est la force première on s'attache sérieusement à n'étendre pas la succession au delà: alors il n'y a plus de différence entre ce qu'on appelle exister absolument, nécessairement, éternellement, immuablement, et ce qu'on appelle commencer arbitrairement et fortuitement. Tout cela signifie être, être posé

sans rapport antérieur, et à titre de condition d'existence des relations données *à posteriori.*

Quelques philosophes ont fait encore un effort, ont voulu placer quelque chose plus loin que la limite, et ils ont imaginé la *pure puissance,* le pouvoir être absolu, une sorte de force indéterminée précédant les forces réelles. Il n'y a rien à opposer à ce point de vue logique, bien qu'un peu en dehors de l'usage régulier des catégories. Mais qu'est-ce autre chose qu'énoncer le problème insoluble qu'on croit résoudre : *De quoi et par quoi quelque chose?*

Ce mystère indéniable est une réponse suffisante à l'objection : *Est-il concevable qu'une force soit sans une force antécédente?* Non sans doute ; mais *est-il concevable absolument qu'une force soit ; et n'est-il pas contradictoire qu'une série de forces soit, sans une force première?*

Seconde question. — Les mêmes raisons qui prouvent qu'une force première, une au moins, est donnée, par conséquent possible, établissent du même coup la possibilité de plusieurs ; c'est-à-dire qu'il n'y a pas contradiction à ce qu'il en soit ainsi. Il est clair, d'après ce qui précède, qu'on ne saurait envisager de motif *à priori* pour placer à l'origine une force plutôt que plusieurs, ou plusieurs plutôt qu'une. Dire qu'une cause indépendante, une fois posée nécessaire, exclut la nécessité de toute autre cause pareille qu'on ajouterait (proposition de Clarke), c'est confondre la nécessité intrinsèque avec la nécessité de supposer ;

c'est soutenir que l'existence de plusieurs données est contradictoire, parce que pour éviter la contradiction il suffit d'en accepter une. La théologie dite rationnelle abonde en sophismes de ce genre.

Jusqu'ici donc les hypothèses suivantes sont permises :

1° *Une seule force.* Les phénomènes se produiraient alors conformément aux puissances d'actes successifs ramenés tous de proche en proche à l'acte premier, sous la force première : cela, soit que la série fût ou non entièrement prédéterminée (puissances simples ou ambiguës), soit aussi que le développement procédât des relations les plus simples aux plus complexes sans préméditation de conscience, ou, au contraire, d'un tout prémédité à des parties progressivement distinguées et réalisées. La force première serait donc une loi de prédétermination totale ou partielle, consciente ou inconsciente, de la série des phénomènes.

2° *Plusieurs forces, indépendantes ensemble, mais dépendantes les unes des autres moyennant certaines lois.* Alors on ne chercherait point à s'expliquer la relation de ces forces par l'action d'une cause plus générale, ce qui serait revenir à la première hypothèse; on ne supposerait pas leurs rapports produits dès le principe et antécédemment à elles toutes, mais on les supposerait impliqués par la nature et donnés dans la constitution de chacune d'elles à mesure qu'elles firent leur apparition successive ou simultanée. Ce n'est pas qu'on puisse éviter la considération d'un ordre général, mais rien ne s'oppose à ce que cet ordre existe de

fait, en un moment donné quelconque, au lieu d'être imposé par anticipation aux phénomènes. Il est vrai qu'alors on ne peut point lui assigner d'origine causale, mais ne faut-il pas renoncer à celle des causes premières quelles qu'elles soient? Ce n'est donc plus une loi pour ainsi dire portée, préétablie, qui *régirait* le développement du monde; c'est une somme de rapports qui l'*exprimerait* de moment en moment, et ces rapports seraient les conditions intrinsèques des diverses forces qui paraîtraient en leur temps et développeraient leurs phénomènes. D'ailleurs la dépendance mutuelle des forces pourrait être stricte et totale, ou permettre les possibles et se prêter au jeu des puissances ambiguës.

3° *Plusieurs forces respectivement indépendantes.* Je parle d'une indépendance à tous égards et d'une séparation entière. De telles forces ne peuvent appartenir à une seule et même sphère de l'expérience et de la connaissance, car les phénomènes issus d'une certaine origine ne se constateraient parmi les phénomènes issus d'une autre que par l'établissement d'une relation que l'hypothèse interdit. Nous supposons donc ici plusieurs mondes, plusieurs séries de l'expérience étrangères les unes aux autres, au moins quant à présent.

Examinons ces hypothèses. La troisième n'est et ne sera jamais démontrée absurde: l'impossibilité de l'inconnu pur ne se prouve pas et ne se suppose même pas raisonnablement; il suffit qu'il n'y ait point contradiction à ce que des phénomènes soient, sans être phénomènes pour nous. Mais, d'un autre côté, toute

spéculation à cet égard est vaine. Nous cherchons la synthèse des objets de l'expérience possible, et il n'importe nullement que d'autres expériences, étrangères par hypothèse, et, en quelque sorte, possibles impossibles, existent ou n'existent pas.

La question est donc pendante entre la première et la seconde hypothèse. Tout moyen direct de décider manque. Et il ne servirait de rien d'invoquer certaine tendance à l'unité qui paraît naturelle dans nos investigations de tout genre : la représentation n'atteint que l'unité multiple, et une synthèse n'est que cela ; or de savoir si la pluralité, qu'il faut toujours placer quelque part, provient du développement de la force d'abord unique, ou se trouve donnée dans cette force elle-même, c'est ce qui ne ressort pas des thèses du devenir et de la causalité. Nous avons dû le reconnaître au simple exposé du problème.

Ainsi, nous ne saurions parvenir à déterminer la nature ou l'espèce des forces premières en nous fondant sur des théorèmes qui déjà les détermineraient, soit quant à la relation en général, soit quant au nombre. Il faudrait avoir suivi la marche inverse et s'être d'abord fixé sur la question de qualité relativement au monde. Peut-être alors les autres questions s'éclairciraient. Mais le genre universel ne se forme point avec les catégories inférieures que représentent les termes usuels *matière, mouvement, cause matérielle* (ci-dessus § XLVII). L'obtiendrons-nous mieux au moyen des thèses de finalité et de personnalité? C'est ce que la suite montrera.

Il y a bien une autre doctrine encore, et que les catégories ne nous suggéreraient pas, car elle se passe d'elles toutes et prétend s'établir au-dessus; mais de cela même elle est comme étrangère au problème qu'elle veut résoudre. Cette doctrine est celle qui assignerait la *force* en général, une à l'origine, comme le principe de tous les phénomènes. Mais la force indéterminée ne diffère pas de la pure puissance, et, par conséquent, au lieu de définir le premier terme de la série comme on le ferait en proposant quelque chose de vraiment spécifique, on établit de la sorte une limite logique, d'où tout peut procéder indifféremment et qui ne répond à aucune représentation pleine et distincte.

Troisième question. — Soit qu'une force première unique ait été, ou qu'il y en ait eu plusieurs, on peut se demander s'il existe une loi de prédétermination des phénomènes; si, par causalité ou autrement, tout a dépendu des premières données de manière à être anticipable à la représentation d'une conscience qui aurait existé alors; si le monde avec son devenir, sans qu'il devienne, est une fonction d'ores et déjà déterminée, et dont les variables quelconques ne sont jamais indépendantes: dans cette hypothèse, toute distinction des fonctions composantes du monde est purement nominale; les forces ont leur rôle tracé dans le plan général et ne s'appartiennent pas; enfin l'individualité n'est qu'une apparence, une affaire d'abstraction et de point de vue. Ou, au contraire,

des phénomènes furent-ils possibles, autres que ceux qui se sont réalisés? Les futurs, ou quelques futurs, sont-ils incertains de fait, ambigus, imprévoyables à telle conscience qu'il plairait de supposer? S'il en est ainsi, la détermination entre les possibles, effectuée par des forces, est un titre d'individualité réelle pour celles-ci; elles peuvent se rattacher à des forces antérieures, en dépendre partiellement, mais des puissances propres et distinctes sont en elles : à cet égard et abstraction faite de leurs précédents, qui ne déterminent pas tous leurs actes, les *forces libres* sont de véritables forces premières; le monde admet des fonctions séparées sinon détachées, et des variables indépendantes; une loi *à priori* n'embrasse point tous les phénomènes; il y a du nouveau, et des choses se font.

En examinant, d'après la logique pure de la causalité, ce problème dont toute la portée se révèle maintenant, nous n'en avons point trouvé de solution forcée par les catégories. Nous avons pu nous assurer seulement que l'hypothèse des possibles est mieux appropriée que celle de la prédétermination à une exacte analyse des probables. Ce n'était pas une démonstration. Ici la question ne se pose pas plus facile. Où chercher les éléments d'une décision rigoureusement motivée? Nous nous mouvons dans les hypothèses. Enfin, nous ne découvrons qu'une difficulté de plus à la détermination de la synthèse unique, objet de cette partie de mon travail : difficulté radicale et dont l'intelligence même est difficile.

Celui qui admettra une première force, et une seule, sera tenu d'expliquer non seulement la spécificité des forces dérivées, la diversité des natures dans la nature, mais encore la représentation des possibles et l'existence des fonctions séparées, tout cela soit illusoire, soit réel, car l'illusion supposée fait partie de l'ordre des choses, et l'on n'est point dispensé de s'en rendre compte. Celui qui donnera la préférence à l'hypothèse de la pluralité originelle devra distinguer et définir les forces premières, les nombrer, puis les lier les unes aux autres, exposer l'ensemble de leurs rapports et tirer de cette loi générale étendue au devenir une explication de l'apparence ou de la réalité des forces libres actuellement données. La synthèse est à ce prix.

En résumé, l'analyse nous tient suspendus entre l'hypothèse de la force unique et celle des forces multiples, et nous ignorons si la loi du monde, quant au devenir, fut ou ne fut pas entièrement déterminée *à priori* dans une puissance première. La synthèse ne s'obtient donc pas sous la simple acception de force ou sous le rapport de causalité. Nous reconnaîtrons que la considération des fins ne donne pas un résultat plus satisfaisant. Alors il nous restera à chercher la loi générale du monde dans la catégorie de personnalité qui réunit sous un point de vue toutes les autres.

§ L.

Question de la synthèse unique eu égard à la FIN des phénomènes.

Que le monde soit sujet de la catégorie de finalité, c'est ce qui résulte de ce que la représentation demande le *pourquoi* de tout phénomène et se porte à en considérer la fin. Les rapports de fin à moyen, ainsi placés entre deux états successifs des choses, forment une fonction de plus en plus vaste à mesure que la sphère de la spéculation s'étend. On est donc conduit à se proposer la détermination du monde à un moment donné sous le rapport tendantiel. Mais, *à posteriori*, nous ne connaissons que des fins partielles; *à priori*, ni les états successifs, ni leur synthèse ne nous sont donnés, surtout si nous nous bornons au point de vue de la finalité pure, sans hypothèses.

Les plus hardis systèmes n'ont tenté de surmonter l'obstacle qu'en substituant à l'investigation générale des fins la définition d'une fin première et dernière de tous les phénomènes envisagés dans la synthèse de conscience. Nous devons faire encore abstraction de la personnalité dans ce chapitre.

La fin des fins est une limite *à parte post* comme la cause des causes est une limite *à parte ante*. Cette dernière échappait à la détermination catégorique, faute de pouvoir être envisagée dans la synthèse de

deux actes consécutifs; l'autre est dans le même cas, parce que après l'état final aucun état ne peut être posé, et que la fin dernière supposée obtenue disparaît elle-même. Considérons donc cette fin en tant que simple limite du développement du monde.

Le principe de contradiction, qui nous oblige à poser un commencement quelconque, se trouve sans valeur quand il s'agit d'affirmer une fin. Un nombre sans nombre de phénomènes accomplis est contradictoire; un nombre sans nombre de phénomènes futurs le serait de même si ces phénomènes étaient, mais ils ne sont ni ne seront jamais donnés. Il n'y a donc nulle parité à cet égard entre l'avenir et le passé. Cette apparente anomalie se résout aisément au point de vue logique de l'indéfini et des possibles. L'indéfinité est également applicable aux phénomènes au delà et en deçà du présent : je parle de l'indéfinité qui consiste en ce que le nombre possible, quoique toujours déterminé, des phénomènes peut être supposé plus grand, et autant de fois plus grand qu'on le voudra, que tout nombre assigné de fait, quelque grand que soit celui-ci. Mais il arrive qu'en envisageant l'indéfini dans le passé, les philosophes le posent comme une réalité donnée et non comme une simple possibilité. Ainsi pris *en soi*, il perd son vrai caractère et se présente sous le nom d'*infini*, une chimère, une contradiction dans la lettre. L'indéfini de l'avenir résiste mieux à ce procédé, parce que les futurs sont inépuisables devant l'expérience possible, et ne se prêtent point à passer tous à la fois pour accomplis. Cependant

la métaphysique ne s'est pas toujours refusé cette absurdité. L'idole de l'infini exigeait le sacrifice du temps, et la succession pouvait disparaître devant le mystère de l'éternité actuelle.

On voit qu'au regard des possibilités l'avenir et le passé sont pareils. S'ils diffèrent, ou du moins peuvent différer sans contradiction, quant à la limite, c'est que le passé est une donnée et que l'avenir n'en est pas une.

Ainsi, point de contradiction à ce que les phénomènes manquent de limite en avant, une limite en arrière étant supposée dans un éloignement quelconque; car une série infinie ne sera jamais écoulée de fait dans cette hypothèse. Est-ce à dire maintenant que la contradiction se rencontre dans l'hypothèse inverse? Ne pouvons-nous admettre une borne possible à la prolongation du monde? Examinons. Si nous jetons les yeux sur le devenir, il est clair que des phénomènes s'évanouissent quand des phénomènes paraissent, et que tout rapport remplacé a péri; les fonctions particulières sont formées d'éléments qui, avec le temps, s'altèrent ou diminuent, et le changement est une mort; les faits de transformation, de recomposition et de palingénésie n'empêchent pas que le passé ait cessé d'être; or de ce que le futur a toujours succédé au passé, on ne conclut pas logiquement qu'il lui succédera toujours : une loi est une loi, elle est, mais la garantie de sa permanence n'est point; en un mot, le préjugé de la substance écarté, il n'est pas plus facile de dire pourquoi les phénomènes ne s'arrêteraient

pas, qu'il ne l'est de savoir pourquoi ils ont commencé. A cela on peut objecter que les phénomènes sont périssables sans doute, non les lois générales de la représentation auxquelles des objets quelconques sont indissolublement unis. Mais ces lois que valent-elles indépendamment des centres de personnalité où elles sont affirmées? Distinguons bien ici entre l'incompréhensible et le contradictoire. Il est vrai que la représentation pose nécessairement quelque chose, et refuse de poser le néant, ce qui tient à ce que, pour elle, être c'est poser; mais, si elle n'était pas, elle ne poserait donc pas, et il n'y a pas contradiction à ce qu'elle ne soit pas : il y a seulement incompréhensibilité.

L'axiome célèbre *in nihilum nihil* est une anticipation due à la croyance et à l'instinct, respectable à ce titre, puisque d'ailleurs il n'implique pas contradiction, nous venons de le reconnaître. Mais logiquement il n'est qu'une conclusion tirée de ce qui est à ce qui sera, et fondée uniquement sur l'impuissance où se trouve la représentation de se concevoir anéantie. Un tel motif est sans valeur puisqu'il justifierait aussi le faux axiome *è nihilo nihil*, conclusion générale et absolue tirée de ce qui est à ce qui fut, alors qu'il est contradictoire pourtant de n'admettre pas des phénomènes premiers.

Ainsi nous ne pouvons rien affirmer au nom du principe de contradiction touchant l'existence d'une limite extrême et dernière des phénomènes.

Autres questions relativement à la finalité du monde :

Le premier terme se range-t-il sous la catégorie de finalité? On ne peut répondre que négativement, puisqu'un état antécédent quelconque est exclu ici, par hypothèse. Il ne fut donc point d'abord pour une fin, non plus que par une cause, et le problème de l'origine, c'est-à-dire de l'existence en général demeure nécessairement sans solution au point de vue du *pour quoi* comme à celui du *par quoi quelque chose?*

Mais de même que le premier terme a pu être traité de cause, de même aussi il peut être dit exister en vue, sinon en vertu d'une fin. Conduits par la logique de la causalité, nous l'avons qualifié de *force,* synthèse de deux actes inséparables ; la logique de la finalité veut que nous l'envisagions en outre comme le lien de deux états, une tendance déterminée, ce que nous avons nommé une *passion :* et, en effet, ce terme originaire de la série devant être uni aux termes subséquents sous le point de vue de la tendance aussi bien que sous celui de la puissance, nous omettrions un élément essentiel de la représentation du devenir, si nous ne tenions compte de ce principe de changement, la passion.

Il devient de plus en plus sensible que nous sommes amenés à faire graviter autour de la question de conscience le problème dont nous nous efforçons de définir les données, car la passion, plus encore que la force, a son type donné dans la personnalité, et, en dehors de ce type, la spéculation ne sait plus où se prendre. Hâtons-nous donc de terminer cette analyse préparatoire.

Un terme originaire est supposé en rapport avec quelque fin. Alors on se demandera si la fin qui y est tout d'abord présente est une fin suprême et totale des phénomènes, accompagnée de ses moyens ou fins intermédiaires, ou si elle n'est qu'une fin première et élémentaire et ne préjugeant point celles qui se proposeront postérieurement. En d'autres termes, l'ordre des fins se développe-t-il de telle sorte que les termes à atteindre n'apparaissent que les uns après les autres, et, dans ce cas, des fins dernières peuvent-elles ou non se présenter ? Ou bien l'ordre est-il enveloppé *à priori* dans les premiers phénomènes ? Est-il intentionnel en eux ? Est-il invariable, est-il mobile dans ceux qui les suivent ? Est-il fatal ? Quel est son rapport avec l'ordre de causalité qui enchaîne aussi les événements ?

Il s'agit donc de l'unité et de la multiplicité des fins, de leur concentration ou de leur dispersion et du caractère de nécessité prédéterminante que les phénomènes pourraient tenir du rapport de finalité sous lequel ils apparaissent.

Pour répondre à ces questions, il faudrait avoir résolu les doutes analogues concernant la cause; il faudrait posséder la définition spécifique des premiers termes des séries; il faudrait raisonner sur des fins connues, déterminées, au lieu de partir de la supposition vague d'une finalité quelconque. Jusque-là tout n'est que problème, incertitude complète.

Mais nous n'avons obtenu de synthèse ni de la cause, ni du devenir, ni de l'espèce. Les catégories anté-

rieures, durée, étendue, nombre, ne nous ont pas permis de tracer les limites extrêmes et de déterminer la fonction totale. Lorsque nous avons tenté de fixer le monde, quant à l'espèce, ou quant à la cause, au moyen d'une certaine combinaison des premières catégories (matière et mouvement); plus généralement de ramener les fonctions supérieures aux fonctions inférieures; il a fallu reconnaître que de telles réductions sont dénuées de toute valeur logique et même dépourvues de sens, et que, d'ailleurs, l'expérience ne constate point une succession réglée, constante, invariable des phénomènes divers dans un même ordre, unique fondement sur lequel on pourrait s'appuyer, quoique insuffisant encore. (Voyez le § XLVII.)

Au fond, toute synthèse du monde formée d'une partie des lois que l'expérience et la logique révèlent, équivaut à la négation des autres lois; car on n'arrive pas à se représenter les rapports de cause, de fin et de conscience comme cas particuliers des rapports de durée, d'étendue et de nombre. Or, supprimer n'est pas expliquer. On peut nier que le monde soit régi par la finalité, dans le sens d'une fin unique, prescience et prédéterminante (j'ai posé le problème); mais qu'il renferme des fins quelconques, puisque des personnes, des consciences y sont données, on ne le peut. Il y a donc toujours lieu de rechercher la loi de ces fins. Remarquons aussi que l'exclusion donnée à la *fin* pour l'explication du monde entraîne l'exclusion donnée à la *cause*, celle-ci supposant la conscience tout comme celle-là, celle-là ne se présentant pas à

un titre moindre ni autre que celle-ci dans l'ensemble des lois. Ainsi, les philosophes qui prétendent établir le principe et les éléments constituants du monde, abstraction faite de la loi de personnalité, doivent savoir qu'il ne leur est pas permis de conserver la loi de cause, j'entends sous cette signification propre dont la seule conscience renferme le type. C'est beaucoup, c'est déjà trop qu'ils pensent pouvoir spéculer sur l'étendue ou sur la durée, indépendamment des formes représentatives des phénomènes.

Après avoir cherché vainement à constituer la synthèse totale au moyen des catégories qui se laissent le moins difficilement séparer de la conscience; après avoir abordé sans plus de succès les catégories de cause et de fin, dont les rapports avec la loi de personnalité sont plus étroits, et que, cependant, nous nous efforcions encore de distinguer, tout nous conduit à tenter un effort décisif sur cette dernière. Le nœud du problème est là.

§ LI.

Question de la synthèse totale eu égard à la CONSCIENCE des phénomènes.

C'est donc, enfin, sous l'espèce de la personnalité que nous devons chercher à former la synthèse totale et à déterminer le monde. Nul autre résultat n'eût été compatible avec la méthode établie et les principes acquis dans les deux premières parties de cet *essai*. S'il est vrai, comme j'ai cru le démontrer, que toute

chose est représentation, phénomène, rapport ; que le représentatif et le représenté sont indispensables l'un et l'autre à la constitution d'un objet quelconque de la connaissance, et que l'être en soi pur n'a pas de sens pour nous, alors les catégories que notre analyse a parcourues nous ont soumis des données purement abstraites jusqu'au moment où, réunies dans la dernière d'entre elles, elles ont pu composer un phénomène complet, une représentation véritable. Sans conscience, la représentation est inintelligible ; je ne dis pas sans *ma* conscience, mais bien sans les fonctions semblables que ma conscience envisage dans le non-soi ; et puisque le monde est un ensemble de représentations, il est donc un ensemble de consciences.

D'autre part, la conscience aussi ne serait qu'une abstraction, si on la séparait des autres catégories, formes que le soi et le non-soi revêtent constamment. L'unité vraie des phénomènes, l'unité réelle, sans hypothèses, voulue par la logique, non moins que par l'expérience, se révèle donc à deux points de vue différents, l'un tout à fait général et de la dernière abstraction dans la catégorie de *relation*, l'autre particulier et concret dans la catégorie de *personnalité*. Mais il ne suffit pas de signaler cette unité pour déterminer la loi du monde, la synthèse totale ; il faut encore assigner la fonction universelle des rapports sous la condition de conscience.

En poursuivant cette synthèse, nous ne pouvons manquer de retomber sur les difficultés radicales qui

nous ont arrêté déjà dans les autres catégories, surtout dans celles de *devenir*, de *causalité* et de *finalité*, puisque la catégorie de *personnalité* enveloppe les précédentes. Nous abordons un problème dont nous avons agité diverses données, ou plutôt nous le reprenons, mais posé en termes plus complets, et de manière à en faciliter enfin la solution, si ce n'est à le démontrer définitivement insoluble.

L'ordre et le lien des catégories dans la conscience, au point de vue logique, se présentent ainsi : *est*, la *conscience*, pour une *fin*, une *force*, par laquelle un *devenir* de *qualité*, sous des conditions de *durée*, d'*étendue* et de *nombre*. La copule *est*, qui gouverne cette formule, exprime la thèse de relation que les autres termes déterminent.

Le monde est sujet de la catégorie de conscience, nous venons de le voir. Il l'est de cela seul que des consciences sont données dans le monde, mais, éminemment, parce que les autres éléments dont il se compose cessent de nous être intelligibles aussitôt que nous voulons en abstraire l'aspect représentatif, lequel suppose une conscience quelconque. Ainsi la *finalité*, la *causalité* de même, ont leur type inhérent à la conscience, et, abstraits de toute personnalité, ne se distingueraient plus des simples faits de changement. Le *nombre*, l'*étendue* et la *durée*, par la division et la multiplication indéfinies possibles qui les caractérisent comme formes ou d'une manière générale, appartiennent encore à la conscience. La *qualité*, soit espèce déterminée catégoriquement, soit matière di-

verse de la sensibilité et de la pensée, comporte inévitablement quelque chose de représentatif dont elle ne saurait être séparée. Le *devenir* et la *relation*, enfin, s'étendent sur les autres catégories et ne se laissent pas isoler de toutes à la fois. Ce sont là les éléments formels de la connaissance. Or, le monde, dont on demande la synthèse, est apparemment supposé connaissable.

Le monde, sujet de la catégorie de conscience, n'est pourtant déterminable à cet égard, ni expérimentalement, ni selon le procédé catégorique : expérimentalement, c'est ce qui est assez clair, quant à nous, et j'ajouterai même que nulle conscience agrandie comme on voudra, ne peut s'assurer que pas un phénomène et pas une loi ne lui échappent ou ne sont donnés hors d'elle, attendu que la non-existence de l'inconnu n'est démontrable à quiconque. La détermination catégorique de la conscience du monde (si celle-ci est unique) ne serait possible que moyennant l'application d'un soi total, comme limite, à l'indéterminé d'un non-soi total ; mais ici toute opposition, toute différence de soi et de non-soi, quant au nombre, à la durée, à l'étendue, à l'espèce, au devenir, et aux autres catégories se trouvent disparues, et, en un mot, le non-soi, loin de pouvoir être qualifié d'autre que le soi, se pose expressément le même. Les deux éléments contraires et complémentaires de la représentation selon l'expérience étant confondus, la représentation elle-même a cessé d'exister : l'acteur, la pièce et le théâtre ne font qu'un, et toutes les conditions éprouvées de la

connaissance manquent à la fois. Maintenant, si nous supposons la multiplicité tout d'abord donnée dans la conscience du monde, il est clair que des consciences distinctes se prêteront à la détermination catégorique, mais l'ensemble de celles-ci, le monde lui-même, ne permettra plus qu'on le détermine comme conscience.

L'importance du sujet réclame ici de plus amples développements. Nous sommes au point central de la recherche. Nous admettons, et nous croyons avoir prouvé, que le monde, cet ensemble des phénomènes où tout est compris, se détermine intérieurement quant à la conscience, et se constitue d'un ou de plusieurs rapports de soi à non-soi. (La détermination par voie de limitation extérieure est impossible, puisque, par définition, le monde est ce qui n'admet rien d'externe.) On se propose de découvrir la synthèse de ces rapports.

Divisons la question, et d'abord : le monde est-il un de représentation, est-il multiple ? Ce problème, dont nous n'avons pas obtenu la solution par une étude spéciale du principe de cause et du principe de fin, doit maintenant se concentrer dans la considération exclusive du fait de conscience et de la loi de personnalité.

Les philosophes sont loin de s'accorder sur le fait en lui-même. La multiplicité actuelle des personnes n'est pas tellement établie qu'on ne la conteste. Elle est niée par celui qui ramène tout à son moi, point de convergence des représentations dont il se croit la vi-

vante théorie; et l'expérience ne passe plus alors que pour un simple effet des distinctions et des oppositions produites au sein du moi. Elle est renversée par ceux qui semblent tenir les limites du moi pour réelles et incontestables, mais prétendent aussi qu'une conscience sans limites est nécessaire à l'existence d'une loi du monde, et de ce point de vue, avec plus ou moins de ménagements, traitent les autres consciences d'illusoires. Admettons cependant la multiplicité actuelle, sur la foi d'une expérience interprétée par les croyances naturelles et communes; il reste à scruter l'origine des personnes présentes, leurs conditions de manifestation, leurs rapports de dépendance à des centres de personnalité antérieurs et supérieurs. On a sur tout cela quelques doctrines, dont les plus nouvelles ne sont autres que les plus anciennes légèrement amendées, soit imparfaitement restaurées. Toutes, ou à peu près, tiennent pour l'unité primitive et radicale, mais ne la démontrent pas; toutes s'efforcent d'expliquer comment la multiplicité s'est faite et n'y réussissent point. La métaphysique cherche, après coup, des preuves de ce que les théologiens enseignèrent; or, ce n'est pas sur la loi de personnalité qu'elle appuie ses raisonnements: cette loi, selon l'expérience et selon les catégories, est étrangère à la supposition de l'unité originelle. On se prévaut plutôt du principe de causalité que nous avons vu ne pas donner de conclusion lorsqu'il n'est pas détourné de sa signification logique et relative; on invoque les idoles d'infini et de substance, et souvent on arrive à engloutir dans le

néant de ces prétendues notions, cette conscience même à laquelle on voulait tout rapporter.

Nous avons contre les systèmes, quels qu'ils soient, un préjugé légitime : c'est que, contradictoires entre eux, ils épuisent le champ de la spéculation, et que, dans chaque âge philosophique, on peut presque dire au sein de chaque école, ils se reproduisent toujours les mêmes et toujours invincibles à leurs rivaux. La critique seule les atteint et les renverse. Je ne dois pas m'en tenir à ce préjugé; mais il n'est pas besoin non plus que j'aborde le détail des principes et des preuves de chaque doctrine. J'atteindrai mon but si je fais voir que ni l'hypothèse de la pluralité primitive des consciences, ni l'hypothèse de l'unité ne sont propres à résoudre intelligiblement le problème de la synthèse unique et totale des phénomènes.

Hypothèse de la pluralité. — *Premier cas.* — Nous posons des groupes originairement divers, assemblés séparément sous la loi de conscience; des rapports entre ces groupes, rapports donnés en eux et par le fait même de leur constitution; un devenir de chacun d'eux en fonction des autres; des forces, des fins, des qualités, des nombres, etc., liés par un fait premier et développés suivant quelque loi. Il faudrait d'abord savoir si les événements successifs se trouvent prédéterminés dans les premières données, en sorte que la loi intégrale *soit*, ou si des rapports surviennent à nouveau, les fonctions admettant des variables indépendantes, auquel cas la loi deviendrait et *se ferait*. La logique n'a pas de réponse à cette

question, et déjà, de ce côté, la synthèse est inabordable. En outre, et quelque supposition qu'on fasse au sujet du lien nécessaire ou des puissances ambiguës des fonctions, quelques bonnes raisons que l'on pense avoir de se décider, on n'obtiendra jamais de synthèse totale qu'à la condition de nombrer et de déterminer les rapports fondamentaux et de les ordonner selon toutes les catégories. S'il y en a de simplement possibles, ils échapperont à la théorie, et, de ce côté, il n'y aura rien de fait ; si tous peuvent être envisagés comme actuels, par prédétermination, ce n'est pas l'expérience qui apprendra à les connaître et à les classer, puisque l'expérience ne s'étend qu'à des sommes limitées par d'autres sommes, et n'atteint jamais le total ; et ce n'est pas *à priori* qu'on fixera la fonction de toutes les fonctions, car celle-ci est, suivant l'hypothèse, une pure donnée, un fait au delà duquel il n'y a rien. Il est clair, enfin, que la conscience qui posséderait *à priori* la synthèse de la pluralité primitive serait elle-même une unité enveloppant cette pluralité, et, en la supposant, nous sortons de la présente hypothèse.

Hypothèse de la pluralité. — *Second cas.* — Représentons-nous une conscience dominante, superposée au monde, tel que l'hypothèse précédente le définit. Cette conscience portera, comme sur un non-soi, sur tous les phénomènes autres qu'elle-même ; elle les limitera par un soi propre et plus ou moins indépendant : ou elle leur sera étrangère d'ailleurs, ou elle exercera des forces et se proposera des fins à leur

sujet, de manière à être partiellement déterminante et déterminée. Ce dualisme ne modifie pas gravement l'hypothèse de la pluralité; il n'en est qu'un cas particulier; car nous admettons bien alors une sensibilité, une connaissance universelles, mais ce n'est que de fait qu'une telle conscience s'applique aux phénomènes, et nullement par avance, comme si elle disposait de son œuvre. La synthèse ne s'étend donc pas à l'ordre général des fins et des causes, et nous n'arrivons point à déterminer le monde.

Veut-on supposer que les phénomènes quelconques reçoivent de la conscience dominante une détermination totale? la pluralité radicale s'évanouit. La subordination doit remonter à l'origine; on n'admet donc plus primitivement qu'une seule conscience. Nous passons à l'une des deux hypothèses qui suivent.

Hypothèse de l'unité. — *Premier cas: l'émanation.* — Le soi, qui d'abord fut un et tout, se serait un jour divisé, et de ses fractions les consciences seraient provenues. Cet un primitif était-il une conscience anticipée totale? Les fins et les moyens se trouvèrent-ils posés tout d'abord en sa pensée, ou sa décomposition et son déroulement futurs lui furent-ils, lui demeurèrent-ils inconnus? Les multiples qui procédèrent de lui se meuvent-ils circulairement pour revenir à lui, leurs périodes accomplies? Ont-ils une distinction réelle, une mesure d'indépendance, ou leurs actes et leurs états sont-ils des formes prédéterminées qui s'enchaînent dans un ordre nécessaire? écartons

toutes ces questions. Je dis, en effet, que la synthèse proposée en ces termes, quels qu'ils soient, est inintelligible. Sans doute on peut poser une conscience primitive ; on peut en poser plusieurs, parce qu'il faut poser quelque chose, parce que des faits premiers sont inévitables. Mais poser d'abord la représentation unique de soi, puis dire que la représentation-autrui en émane ; commencer par l'unité toute seule, et tirer de la seule unité la pluralité, c'est vouloir déduire A de non A et non A de A; cela n'a pas de sens. Mais peut-être on entend seulement ceci : A fut, ou non A, puis non A fut, ou A ; alors on pose simplement la pluralité et le devenir : l'émanation est supprimée. On sort de l'hypothèse de l'unité, et la synthèse reste à faire dans la donnée des multiples.

De deux choses l'une : ou le terme générateur de la série est le pur un, le simple, l'absolu, et alors, outre qu'il n'est pas intelligible, et qu'en le posant je ne pose rien, en le nommant je ne nomme rien, on ne fait que se contredire en ajoutant que le multiple est issu de l'un, le composé du simple et le relatif de l'absolu ; l'unité et la pluralité sont logiquement inséparables ; l'abstraction, mise à la torture, n'arrive pas à distinguer l'*un* de l'*autre* sans impliquer leur rapport : donc, tirer le multiple de l'un, comme on croit faire, c'est simplement poser le multiple et le tout. Ou le terme générateur est une vraie conscience, c'est-à-dire un acte et un état, une force et une passion pour d'autres actes et pour d'autres états : il suppose donc la pluralité, le devenir, les effets et les fins, et

ne se comprend que par rapport aux phénomènes subséquents ; au nombre de ceux-ci, tous enfermés en lui et qui s'y déroulent, et sans lesquels il n'est lui-même rien, on doit compter les consciences : donc enfin la pluralité, particulièrement la pluralité des personnes, se trouve posée dans la personne première et prétendue unique, et nous sortons de notre hypothèse pour rentrer dans l'une des précédentes.

Hypothèse de l'unité. — *Second cas : la création.* Ici nous définissons décidément le terme originaire, ou la première unité, une conscience qui d'abord existait seule et se suffisait ; de plus, et au lieu d'attribuer le commencement des phénomènes au fait de la division et du développement fatal du terme unique, nous rapportons à un acte de volonté de la personne primitive le venir immédiat d'un monde tout autre qu'elle, qui auparavant n'existait que par une représentation anticipée en elle, ou en tant que simplement possible.

On caractérise cette personne comme une représentation de soi, un acte par soi et sur soi, une fin en soi. On la nomme *une* et *simple, nécessaire, éternelle, infinie, immuable* et *parfaite.*

Quant à son rapport au monde, on suppose que les relations quelconques, soit nécessaires, soit seulement possibles, qui doivent constituer celui-ci sont représentées en elle toutes ensemble, à la fois synthétisées et distinguées, limitées de nombre, de temps, d'espace, de qualité, de cause et de fin, assemblées par des lois, et, quoique séparées d'elle, données en

puissance en elle de manière à pouvoir exister toutes à sa volonté ou n'exister pas.

Voilà bien l'hypothèse si je ne me trompe. Examinons successivement les deux parties très tranchées dont elle se forme, la conscience sans le monde et la conscience avec le monde. Sachons si vraiment cette fois on peut satisfaire aux conditions d'une synthèse intelligible.

Quand on dit que la conscience première est *une* et *simple*, on entend que réduite à ses propres rapports elle se suffit, car je ne m'arrête plus aux idoles verbales de l'unité pure et de la simplicité pure : ceci est cause jugée. Maintenant donc quels sont ces rapports? Il y a d'abord la relation de soi à non soi, sans laquelle point de conscience; mais ici le non soi n'est que la réflexion du soi. Quel est ce soi? Une représentation, une force, un amour, qu'on refuse de définir autrement qu'en alléguant ces termes généraux, et dont on ne propose point d'autres objets qu'eux-mêmes. Ce soi est donc l'acte de l'acte, l'état de l'état, la représentation de la représentation ; c'est une force qui produit la force, un amour qui aime l'amour, une pensée qui pense la pensée. Avec ces vains mots on n'assigne rien de défini, rien que je puisse moi-même me représenter. Voilà pourtant ce qu'on ose appeler un *dieu vivant*.

Quand on dit que la conscience première est *nécessaire*, on entend qu'elle n'a point d'origine en des possibles antérieurs. Elle est donc cause de soi ou simplement donnée à soi. Examinons. *Cause de soi*,

c'est-à-dire de ses états particuliers et successifs, ce n'est pas ce qu'on veut, puisque d'un état à l'autre on parviendrait, en remontant, à un état premier dont il ne serait pas rendu raison ; et d'ailleurs ce serait l'assimiler à une personne ordinaire qui pense ét agit en supposant antécédemment quelque chose. *Cause de soi*, en général et en bloc, il faudrait pour cela qu'elle se distinguât d'elle-même et se précédât elle-même, ce qui n'a pas de sens. Reste qu'elle est donnée à soi, c'est-à-dire absolument qu'elle est, qu'elle est posée, et nous avons vu que la formule *ne pouvoir pas ne pas être* ne signifie pas autre chose. Or, il est bien vrai qu'une première fonction quelconque doit être posée, mais la conscience qui serait cette fonction se trouve par là même dans l'impuissance de rendre compte de soi, elle ignore comme nous le pourquoi et le comment des choses en tant que premières, en tant que données. Il s'ensuit de là que la personne supposée ne possède scientifiquement ni sa nature propre, ni ses actes et ses effets en tant qu'enveloppés dans cette nature, et enfin qu'en se plaçant soi-même au point de vue où on la suppose on ne résout pas mieux le problème de la synthèse unique que si l'on reconnaissait tout d'abord une pluralité donnée de rapports et de consciences.

Quand on dit que la conscience première est *éternelle* et *infinie*, on entend qu'elle n'est limitée ni quant au temps ni quant à l'espace, et cela se prend en deux sens. On peut d'abord regarder sa nature comme exclusive en elle-même de tous rapports de durée et d'é-

tendue. En ce cas, elle n'admet aucune succession, et nous sortons des conditions empiriques de la conscience; on a le droit de s'enquérir des moyens qu'une telle nature peut cependant avoir pour se représenter la succession dans les phénomènes du monde, et à cette question il n'y a qu'une réponse possible: la négation de la durée en tant que réelle; encore cette réponse n'en est-elle pas une, car, si la durée manque, il reste l'apparence de la durée, phénomène entièrement équivalent que la conscience première doit se représenter. Quant à l'étendue et aux rapports de position, il a été bien établi qu'en dehors de la représentation ils n'ont rien d'intelligible; c'est donc là que nous les envisagerons, et ce sera pour demander comment la conscience première appliquée au monde futur arrive à penser des rapports qui doivent le constituer et ne sont pas donnés en elle. Même conclusion que pour la durée: il faut nier la réalité des rapports de position, ce qui n'est pas une ressource.

Ensuite, on peut définir l'*éternité* et l'*immensité* une possession simultanée et totale de toutes les durées et de toutes les étendues possibles, attribuée à la conscience première. Mais ces possibles sont indéfinis et ne forment ni nombre, ni quantité, ni tout. Nous savons qu'il y a contradiction à supposer une infinité donnée. La thèse est la même, et la contradiction la même, si l'on pose la représentation totale des possibles de succession et de position; car comment la chose qui n'est pas un tout serait-elle jamais représentée totalement? Autant vaudrait donc définir la

personne en question une mesure de ce qui est sans mesure.

Je viens de parler de l'infini appliqué aux quantités; mais plus souvent ce mot, comme attribut de la conscience première, se prend plus généralement et se dit de ce qui est sans limites quelconques. Une pareille thèse est chimérique ou plutôt le type achevé de la chimère aux yeux de celui qui s'est rendu compte, même très élémentairement, des conditions de la connaissance. Entendre, définir, se représenter, poser, c'est limiter. Entendre, définir, se représenter, poser une chose comme sans limites, c'est donc entendre l'inintelligible, définir l'indéterminé, se représenter ce qu'on ne se représente point, poser ce qu'on ne pose point. Mais, dira-t-on, j'entends l'inintelligible au moins en tant que tel. C'est vrai. On veut donc faire de la personne première l'inintelligible pur, une négation? Peut-être bien, car ne la nomme-t-on pas aussi *absolue*? Nous sommes loin de la conscience. La conscience est une fonction de rapports.

Quand on dit que la conscience première est *immuable*, on doit entendre ou qu'elle n'admet en elle-même rien de successif, et le changement disparaît avec la succession ; ou que ses actes et ses états se succèdent, mais de telle sorte qu'ils ne puissent être dits *autres* les uns par rapport aux autres. La première hypothèse est inadmissible; nous avons vu pourquoi. La seconde est alors inévitable, et pourtant elle est absurde dans la donnée de l'éternité. Il suffit, en effet, que des actes soient distingués par le temps et par le

nombre, quoique d'ailleurs identiques, pour que, de précédent en précédent, nous remontions indéfiniment, et que nous soyons contraints d'admettre une série infinie écoulée de fait, une infinité actuelle donnée. Nous nous heurtons encore à la contradiction. On n'évite ce dernier inconvénient qu'en rejetant de la définition de la conscience première tout ce qui ressemble à de la pensée, tout ce qui suppose des représentations distinctes les unes des autres, puisque celles-ci, même reproduites périodiquement, iraient encore à l'infini par la répétition. Voilà l'immutabilité véritable; elle est telle que la conscience qui en serait douée, si tant est qu'on puisse appeler cela conscience, serait elle-même hors d'état de savoir si elle existait tout à l'heure, ou si elle ne fait que de s'apparaître à l'instant. Il est clair que cette chose n'aurait rien de commun avec le monde, soit futur, soit actuel, avec des phénomènes distincts, successifs et devenants.

Il ne nous reste plus à parler que de la *perfection* que j'ai réservée, et pour cause. Il y en a deux, la perfection métaphysique et la perfection morale. La première est une réunion des attributs que j'ai énumérés et ne peut se définir indépendamment d'eux. Je n'ai donc rien à ajouter à ce que j'en ai dit. L'autre comprend des qualités de la conscience, telles que la bonté, la justice, qualités qui impliquent de véritables rapports de soi à non-soi, si du moins on tient à se comprendre en les nommant. Il n'y a point contradiction à poser une conscience en qui les vertus atteignent le plus haut degré compatible avec les notions qu'on

se fait d'elles. Cette perfection, cet infini si l'on veut, c'est la moralité même, et rien de plus. N'est-ce pas assez ? Les conciences humaines la présentent mélangée, combattue, altérée ; on peut la supposer pure et entière dans une autre conscience. Mais on saura que celle-ci est dès lors incompatible avec les attributs abstraits (et je dirais mystiques s'il ne fallait pas dire contradictoires) de l'unité absolue, simple, nécessaire, infinie, éternelle, immuable.

En résumé, la synthèse que nous cherchons ne saurait être donnée dans cette conscience première, unique et se suffisant à soi, dont je viens de tracer la conception selon l'idéal des métaphysiciens. Cette conscience n'est point une conscience, et de là vient que la philosophie presque tout entière a renoncé à la considérer comme telle : je ne cite pas les exemples, il faudrait plutôt citer les exceptions auxquelles il est aisé de trouver des motifs, et des motifs étrangers à la science. Cette conscience, ou de quelque nom qu'on la nomme, est inintelligible en elle-même. Elle est inintelligible aussi quant au rapport qu'on lui suppose avec le monde, puisqu'elle ne peut le connaître ou le prévoir qu'au moyen d'attributs tout contraires à ceux dont on lui fait, par abstraction violente, un apanage exclusif.

Pour la partie du problème dont il me reste à présenter la critique, je veux dire en ce qui concerne la relation d'une conscience universelle avec le monde, je suis donc en droit de laisser de côté les chimères, et de mettre en avant la personne relative et finie, la

seule définissable, la seule intelligible, dont je trouve un type aussi restreint, aussi amoindri, aussi dégradé qu'on voudra, mais enfin un type dans la personne humaine.

L'attribut principal de la conscience unique et universelle est dit ici la puissance, la *toute-puissance*, et je n'aurai pas besoin d'en considérer d'autres, car, à la prendre en toute son extension, la *prescience* y est renfermée. Il faut distinguer trois points de vue : avant le monde, dans l'acte de production du monde et durant le développement des phénomènes.

Avant le monde, la conscience qui avait le monde en puissance l'envisageait comme dans un tableau dont l'analyse et la synthèse lui étaient également présentes; et elle savait pouvoir le produire. Mais les possibles, s'il en est, ne pouvaient lui apparaître tous, attendu qu'ils sont indéfinis et ne forment pas un nombre et un tout : première limite. Les sciences, c'est-à-dire les lois générales avec tout leur contenu, ne lui étaient pas entièrement connues, car elles ont aussi leur indéfini, et il ne paraît pas douteux qu'à un nombre donné de propositions de géométrie, par exemple, on ne puisse toujours en ajouter d'autres : seconde limite. Le développement des phénomènes devait lui paraître fini ; une fin dernière et entière des choses était donc proposée à son intelligence et à sa force ; elle voyait sa fin à elle-même, et cette fin, comme celle du monde, était l'extinction ; autrement, et si elle avait prévu tous les faits composant une sienne existence indéfinie concomitante d'une série descendante des phénomènes,

elle aurait tenu et nombré tous les termes de la suite qui ne se termine point, ce qui est contradictoire : limite définitive, la mort, la mort totale. Il est donc impossible d'admettre une conscience universelle, quant aux choses à venir, à moins de la nier comme indéfiniment prolongée, ce qui est diamétralement contraire au but qu'on se propose. Nous avons vu, en traitant de la finalité, que le développement des phénomènes dans le temps pouvait n'être pas limité.

Si toutefois on veut passer outre à cette difficulté, en acceptant pour la vraie synthèse du monde une conscience qui, à l'égard de ce dernier comme réalisé, finira, de même qu'elle a commencé, pont jeté entre les deux rives du néant, il reste un empêchement insurmontable. La personne qui posséderait ainsi son existence par la pensée, en la limitant, devrait se surpasser et s'envelopper elle-même. Elle impliquerait donc, et elle connaîtrait, une certaine synthèse supérieure, et ne serait point elle-même la solution du problème total. Je prends ici l'existence de cette personne pour indissolublement unie à celle de son œuvre, parce que j'ai montré ailleurs qu'on ne pouvait la déterminer pour elle-même, intelligiblement.

Voici maintenant comment l'acte de la production du monde se présente. On sait qu'il n'est plus question d'une émanation ou d'une extraction de soi, mais bien de ce qu'on nomme la *création*. La conscience aurait donc fait que la connaissance des choses, définies en elle par anticipation, se rapportât tout d'un coup à ces mêmes choses, mais limitées et déterminées,

réalisées ; elle aurait fait que les représentations siennes d'un non-soi se fussent trouvées représentations hors d'elle et autres que siennes.

Un tel acte n'a rien de commun avec la causalité propre de conscience qui suscite des représentations en soi, non sans les rattacher à quelques représentations antérieures du même ordre, volontaires ou involontaires ; il n'a rien de commun avec les causes données ou indiquées par l'expérience, lesquelles, il est vrai, sont des rapports entre des actes de genre différent quelquefois (la volition et la locomotion, tel mouvement et telle pensée, etc.), mais qui se rattachent l'un et l'autre, et chacun de son côté, à des actes antécédents du même genre, dont ils ne peuvent être séparés. Je veux dire, par exemple, que si une volition est suivie d'un déplacement local, et qu'on la regarde comme en étant la cause, ce déplacement ne se conçoit pourtant que sous condition de divers faits antérieurement donnés à part de cette même volition : les phénomènes de l'étendue figurée et mobile.

Où donc est le type de la causalité créatrice? Ni la logique, ni l'expérience ne le renferment. Que *quelque chose soit ou commence*, qu'*une fonction sans précédents soit*, assurément cela peut se dire incompréhensible ; mais la logique nous oblige à le poser ainsi : il y aurait contradiction à ne pas l'admettre ; bien plus, nous comprenons que des phénomènes premiers, par là même qu'ils sont premiers, ne se comprennent pas. Mais que *l'un qui est, fasse que le tout autre qui n'était pas, soit*, voilà qui est nouveau, étrange, arbitraire, une

hypothèse à laquelle rien ne répond dans la connaissance, et d'où ne saurait sortir de solution pour la science.

Le véritable nom de cette sorte d'incompréhénsibilité, c'est l'arbitraire. Or, une loi posée sans fondements n'a pas besoin d'être positivement contradictoire ; il suffit qu'elle soit étrangère à la connaissance : elle n'existe pas. D'ailleurs, s'il n'y a pas tout à fait contradiction dans la lettre, à supposer que la représentation, dans une conscience donnée, suscite la représentation dans une conscience qui n'est pas donnée, car ce serait bien là le fait de création d'une personne par une autre, il y a une étrangeté telle que, pour haute et traditionnelle qu'on la fasse, on ne peut que la qualifier de fantaisie illustre et gigantesque. Mais l'origine en est facile à démêler dans ce même effort d'abstraction transcendante qui a produit les dogmes de l'unité pure, de la simplicité absolue et de l'infinité actuelle. La création est l'acte de la plus que puissance.

Je ne m'arrêterai pas à des considérations accessoires et très rebattues sur la double existence du créateur, sur l'intervalle arbitraire jeté entre la prescience et l'acte, et sur la singularité d'une détermination d'agir sans motifs possibles actuels. D'ailleurs, tout ce qu'on a dit à ce sujet ne me semble pas également bien fondé. Je passe aux rapports de la conscience avec le monde une fois créé. C'est ici, comme en ce qui concerne la prescience des phénomènes indéfinis, que l'impossibilité de la solution se manifeste décidément

Nous avons vu la conscience arrêtée, soit dans sa vision préconçue du monde, soit dans la connaissance des rapports successifs qui la constituent elle-même, arrêtée, dis-je, par l'indéfinité au moins possible des phénomènes. Or, les relations actuelles impliquent aussi l'indéfini ; il est des lois dont l'analyse ne saurait se terminer, et les sciences mathématiques en sont un exemple frappant. La conscience trouve donc une borne là où les faits connaissables n'en ont point ; elle ne réalise pas cette synthèse qui résulterait d'une analyse achevée : elle n'a pas la science du monde possible. Mais ce n'est pas tout. Considérons les phénomènes donnés dans l'expérience actuelle. Il y a deux suppositions à faire, entre lesquelles la théologie s'est partagée. L'une porte que tous les phénomènes, quels qu'ils soient, dépendent sans réserve de la conscience universelle, qui seule en prescrit les fins, en produit les causes, en détermine les espèces, y compris les consciences particulières, dont les actes et les états sont uniquement son œuvre ; l'autre permet que certains faits, après que la conscience a créé, soient placés hors de sa puissance, en partie du moins, et reconnaissent des origines libres, qu'elle-même a voulu être libres.

Dans le premier cas, le monde avec tous ses phénomènes, et selon toutes les catégories, appartient à la conscience universelle et ne s'en laisse plus distinguer. Celle-ci n'a de rapports avec les choses dites autres qu'elle, que ceux qu'elle a et veut avoir avec elle-même ; c'est à elle que toute limite et toute détermination sont affectées tandis qu'elles semblent se fixer

extérieurement. Dès lors, la création ne se soutient plus, ou plutôt devient un cas particulier de l'émanation. On doit cesser d'attribuer à un fait de volonté l'état actuel de division de la personne primitive, car il est contradictoire qu'une seule et même conscience ait plusieurs volontés, l'une par laquelle elle fait être les autres, et les autres par lesquelles elle cesse de se reconnaître, alors qu'on admet cependant que celles-ci ne sont encore qu'elle-même. En effet, pour soutenir la distinction, on serait obligé de poser les volontés dérivées comme *autres* que la volonté dérivante au moins de quelque manière ; or, *qu'une volonté fasse qu'une volonté autre soit*, c'est la création au sens ordinaire, mais *qu'une volonté fasse que cette volonté même soit en même temps une volonté autre*, et cela sous un seul et même rapport, puisqu'il n'y a au fond qu'un centre de représentations auquel tout se rapporte, c'est la contradiction flagrante. Il faut donc changer de système et revenir à l'émanation, il faut regarder la décomposition de la première unité comme fatale, hypothèse que j'ai prouvé n'être pas distincte de celle d'une pluralité primitive.

J'omets les considérations très fortes, mais logiquement moins concluantes qu'on a coutume de tirer du défaut de puissance ou de bonté d'une conscience première et unique, étendue sans restriction de cause, de nature ou de fin aux phénomènes quelconques, atteinte et affligée en sa propre essence de toutes les imperfections et de tous les vices que présentent les ordres particuliers du monde, et par conséquent infé-

rieure moralement à la conscience humaine elle-même dont la théologie se propose d'idéaliser le type.

Dans le second cas, le cas de la liberté d'action des consciences particulières, quelque restreinte qu'on la suppose, si cependant elle existe et a sa sphère propre, il est clair que la conscience universelle ne connaît divers phénomènes qu'au moment où ils se produisent : elle ne pourrait les *présavoir* avec certitude qu'autant qu'ils seraient *prédéterminés* avec certitude aussi, mais en tant que prédéterminés les actes ne sont plus simplement possibles, ils sont à l'avance, ils sont devant être, et en cela précisément ne sont pas libres. Les arguties amoncelées sur ce sujet ont obscurci, mais n'ont pas levé la contradiction des deux formules : *pouvoir être ou n'être pas*, *ne pouvoir pas ne pas être*, attendu que la seconde signifie *être ou préêtre*, et la première *ne pas être et ne pas préêtre ;* et elles n'ont pas d'autre sens.

Ces formules paraissent plus claires encore quand on substitue à l'être le rapport qui est sa définition. En effet, *pouvoir ou se rapporter ou ne se rapporter pas*, c'est *n'être donné ni comme rapport actuel, ni comme prédéterminé dans un rapport antérieur, soit positivement, soit négativement ;* et *ne pouvoir pas ne pas se rapporter*, c'est *être donné comme élément d'une relation ou toute actuelle ou enveloppant des futurs :* La contradiction est donc de la forme : *A n'est ni m ni n, A est m ou n.*

Si donc des faits surviennent que rien ne détermine extérieurement et antérieurement et que nul rapport

préexistant n'implique, ils échappent par là même, avant de se produire, à toute conscience, et à celle-là aussi en qui ils se produisent : ceci est une identité. C'est dire que dans la présente hypothèse il est des phénomènes où ne s'étend pas la personne universelle. Non seulement celle-ci voit alors une partie du monde à venir se soustraire à sa connaissance, et n'est point en état de se représenter la synthèse totale ; mais même une synthèse étendue jusque-là n'est jamais intelligible actuellement, et à parler nettement n'existe pas. Ajoutons que la conscience prétendue universelle, mais que limitent ainsi et les autres consciences, et le règne entier du possible et de l'accidentel, se trouve en même temps subordonnée au mouvement du monde : elle a devant elle un non-soi dont les variations l'affectent ; elle est sensible, elle vit. Nous sommes loin de ce que les partisans de l'unité première et universelle peuvent nous accorder : c'est dans l'hypothèse d'une pluralité véritable et irréductible que nous rejettent les conséquences de leur propre système.

En résumé, la synthèse des choses se trouve insaisissable dans l'une et l'autre hypothèse ; mais la différence est grande entre les deux, car on ne peut se tenir dans celle de l'unité, et sitôt qu'on se la rend intelligible, il arrive qu'on est passé dans l'autre. Celle-ci, au contraire, se comprend à merveille, conforme qu'elle est aux lois de la logique et aux données de l'expérience. Cependant elle ne résout pas le problème, puisqu'on ne pourra jamais ni *à posteriori*

composer la somme et la fonction totale des multiples donnés, ni *à priori* se représenter cette fonction qu'une seule conscience n'embrasse pas.

La loi d'universalité, la conception du monde restent telles que je les ai posées au début de cette quatrième partie de mon *Essai*. Une synthèse est admise, mais dont l'analyse entière n'est pas possible et dont il serait déraisonnable de se proposer la constitution scientifique. Cependant nous affirmons que la donnée première est une pluralité de consciences, et ceci pourrait à la rigueur passer pour une solution du problème que poursuit la philosophie. Personne n'a prétendu, ce semble, déterminer dans tous ses éléments la fonction complète des phénomènes; mais on se contente de poser une loi générale entre laquelle et les lois particulières dont l'exploration nous est ouverte un intervalle indéfini s'étend. Cette loi générale où nous atteignons, il faut ici la réduire à sa juste valeur. Nous posons donc une *pluralité de consciences* primitivement donnée. Mais nous ignorons qu'elles purent être la portée, l'étendue, la qualité de ces représentations premières, et jusqu'à quel point en dépendirent les représentations subséquentes. Nous substituons l'unité multiple, le tout, à l'*un pur,* idole des métaphysiciens, par cette seule raison que le monde, actuellement ou originairement, il n'importe, est une synthèse déterminée, non une thèse abstraite. On n'explique ainsi, on ne fait connaître ni le nombre, ni les fonctions propres ou mutuelles des éléments de la synthèse. On ne rend point compte de leurs

rapports d'origine et de fin, de leurs relations d'étendue et de durée tandis qu'ils se développent, de leur hiérarchie spécifique, des forces primitives qui les lient et de la loi de leurs variations : ces choses, comme partielles et secondes, sont objets de l'expérience et des sciences, mais comme entières et générales échappent à la science. On ne sait enfin ni si une fonction rigoureusement déterminée enveloppe tous les phénomènes par anticipation et sans exception, ni si tous, ou du moins tous les nécessaires, se trouvent représentés actuellement dans quelques consciences plus vastes que les autres.

Ces questions renferment le problème du monde. D'autres ne doivent pas même être posées : ce sont celles qui rentrent dans la formule : *Où, quand, de quoi, par quoi, pour quoi quelque chose ?* car à l'analyse elles ne conservent aucun sens, ainsi qu'on l'a vu. L'unique énoncé qui les résume : *Par rapport à quoi quelque chose en général ?* n'admet de réponse possible que tirée des relations internes des phénomènes une fois posés. Les rapports sont entre les choses données, sont ces choses mêmes, eu égard au connaître, et ne les définissent que les unes par les autres. Les conditions générales de lieu, temps, devenir, cause et fin qui porteraient sur l'ensemble des fonctions du monde ne doivent donc pas même être demandées.

La question universelle de qualité : *Que sont les choses?* et la question universelle de conscience : *En qui les représentations ?* reçoivent une seule et même solution : c'est-à-dire qu'au point de vue de la connais-

sance, le seul admissible puisqu'on ne peut rien déterminer que comme représentation, les choses données sont dans les consciences, ou les choses données sont des fonctions de consciences.

Restent donc les questions relatives au nombre et aux fonctions réciproques des consciences quant à la force, à la passion, au devenir, à la durée et à l'étendue; reste le fait même de la définition ou circonscription propre à chacune de ces sphères distinctes de la représentation. Cette fois le problème se pose, mais, dans sa généralité, ne se résout point. Nous avons vu qu'on ne pouvait l'aborder ni par voie d'analyse, ni par synthèse immédiate et directe. Ceux qui prétendent le traiter à leur satisfaction nous proposent de déterminer certaine fonction première et totale, comme cause unique, fin unique, espèce unique et universelle; et de même dans les autres catégories. Leurs propositions poussées à bout ne nous mènent pas à une synthèse intelligible.

Nous parvenons à cette conclusion définitive:

La synthèse totale des phénomènes, en tant que donnée première, est soustraite à la connaissance et à la science. Elle fut néanmoins, elle fut déterminée sous tous les rapports, en elle-même, conformément à la catégorie du nombre sans laquelle il faut renoncer à la spéculation et à tout usage de la pensée.

La synthèse actuelle, comprenant dans sa sphère les phénomènes passés, est déterminée par la même raison; elle est donnée, mais elle n'est point donnée à la science, et elle ne peut l'être. Elle comporte une plu-

ralité de consciences, et c'est tout ce que nous en savons.

La synthèse portant sur le futur ne serait une donnée qu'autant que des phénomènes quelconques dépendraient strictement de la fonction des phénomènes antérieurs : c'est la prédétermination ; mais nous ignorons si le monde est sujet d'une telle loi, et s'il ne l'est pas, nous devons dire que la synthèse totale, au sens avenir, est et a été à toute époque une idée sans fondement.

§ LII.

Des problèmes en deçà de la connaissance possible. Conclusion.

Le discrédit où la philosophie est tombée de nos jours s'explique aisément. Il est le fruit de la méthode vicieuse que les philosophes se sont obstinés à suivre au milieu de l'indifférence du public et en dépit de la dialectique du scepticisme. La critique de Kant n'a pu les faire changer de voie, non plus qu'autrefois celle de Socrate.

Cependant la philosophie peut et doit exister. Son objet est et a toujours été défini par le fait : Dieu, l'homme, la liberté, l'immortalité, les lois premières des sciences, toutes questions étroitement liées, composent son domaine ; et, dans le cas où il n'y aurait point de science possible de ces choses, cela même est

à rechercher, et la philosophie demeure comme critique générale de nos connaissances.

C'est l'idée que j'ai voulu indiquer en bannissant le mot *philosophie* du titre de mes *essais*. Le nom doit changer quand la méthode change.

J'ai procédé à la spéculation avant de l'avoir circonscrite, avant d'avoir pu la circonscrire, sachant seulement que les vérités que je me proposais d'atteindre, quelles qu'elles fussent, avaient pour préliminaire indispensable la critique de la vérité elle-même. Mais le moyen d'entreprendre celle-ci sans la supposer ? Je n'ai donc marqué d'abord ni origine, ni borne à mes recherches. J'ai même fait abstraction de la conscience déterminée en qui et sous condition de qui s'établissent des propositions quelconques. J'avançais hardiment, sans souci du cercle où s'engage celui qui prétend tout soumettre à l'analyse, y compris les données que toute analyse suppose et les instruments que toute analyse emploie.

Cette marche était naturelle ; elle était même la seule possible. Ses défauts, si toutefois ce nom convient à ce qui est nécessaire, se trouvaient corrigés comme ils peuvent l'être, de cela seul que je ne me les dissimulais point. Le cercle, que les sciences évitent en posant chacune son principe en dehors de sa propre analyse, est, au contraire, une forme de la science des principes. Celle-ci est constituée au moment où le cercle qu'elle ouvre se referme sur elle, et il ne lui reste plus alors qu'à se proposer telle qu'elle est à l'approbation de la conscience et des hommes : elle

remplace par des synthèses définies les synthèses vagues qui lui servirent de données ; cela fait, elle *demande* si vraiment l'œuvre est accomplie, postulat à l'adresse de chacun de nous et dù genre humain. Même difficulté, même nécessité, quant à la dépendance où des propositions qu'on avance comme vraies sont impliquées par rapport à la conscience particulière où, de fait, elles se produisent. Même solution aussi, car le savant se propose en proposant la science, et ces deux questions sont identiques : Le savant est-il ? la science est-elle ?

Il n'en est pas moins vrai que la spéculation et ses résultats quelconques demeurent frappés d'un certain coefficient d'incertitude dont la nature exacte, la portée, les *valeurs,* pour ainsi dire, sont à déterminer selon les cas et les divisions de la science. A cet égard, nous n'avons rien fait jusqu'ici que reconnaître ce que d'ordinaire on se déguise. Nous procédions sur la foi de ce qu'on nomme jugement et de ce qu'on nomme raison, sans nous rendre bien compte des titres de créance de la méthode que nous suivions et des découvertes qu'il nous serait donné de faire. Le problème des problèmes reste donc suspendu sur nous, mais du moins bien posé, à ce qu'il semble.

Qu'avons-nous obtenu, cependant, sous cette réserve ?

Nous avons démontré que la science est limitée ; qu'elle n'embrasse point, et qu'à peine elle atteint, comme extrême limite, l'existence de faits premiers ; que son objet total est déterminé sous toutes les ca-

tégories, mais indéterminé quant à nous : enfin nous devons renoncer à cette possession entière des phénomènes et des lois partielles qui s'ensuivrait de la détermination du monde ou de l'ordre universel.

La théorie des lois générales de la connaissance et de ses limites, objet spécial de ce premier *essai*, tient lieu de la science universelle, d'ailleurs impossible.

Les sciences particulières ou séparées sont vouées, les unes à l'investigation logique, sur principes antérieurs, les autres à l'observation et au maniement de l'expérience : elles ne doivent ni dépasser jamais certaines données positives et suffisamment abstraites, où rien n'échappe à l'analyse possible, ni s'étendre à des conséquences qu'elles ne tiendraient pas pour vérifiables selon leurs méthodes propres. C'est aux sciences qu'appartient, en l'absence de la synthèse totale, la détermination des lois de développement du monde entre des limites de plus en plus éloignées dans chaque sphère. Mais peut-être la critique a-t-elle encore sa place marquée dans l'intervalle de la science, reconnue impossible, et des sciences, elles-mêmes si faibles, imparfaites, bornées.

Tels sont les résultats d'une analyse première et fondamentale. Ils semblent négatifs, mais toute vérité est positive et a ses conséquences, comme telle : c'est une œuvre positive que de renverser des erreurs, surtout séculaires. Je ne parle pas de l'édifice des catégories que j'ai tenté d'élever, et qui, en le supposant achevé comme il peut l'être, et définitivement con-

firmé, aura plus d'intérêt et de portée véritable et sérieuse que n'en ont eu les systèmes métaphysiques et théologiques du monde.

D'autres résultats, ou plutôt la même critique appliquée aux grandes erreurs du passé, sont d'une importance capitale. Les écoles, les doctrines, les obstacles tombent : place est faite à la vérité. Le spiritualisme, le matérialisme, le panthéisme, disparaissent avec leurs fausses méthodes et leurs constructions vaines, lorsque les idoles de l'infini, de la substance et de la cause substantielle sont renversées.

L'esprit et la matière ne sont plus que des noms appropriés à une classification grossière des phénomènes. La détermination des faits de tout ordre et de leurs lois se substitue à la recherche des essences. Les êtres sont des lois.

Il n'est plus permis de poser pour fondement de toutes choses cet être en soi, indéfinissable, fatal, d'où tout se dégage, où tout se perd ; immuable et principe des changements ; insensible, origine et fond de la sensibilité et de l'expérience ; sans propriétés, qui les produit et les réunit toutes ; point primitif ou masse obtuse, on ne sait comment vivifiés. Il n'est plus permis d'affirmer délibérément que l'individu n'a point d'existence durable ; que la personnalité est une illusion passagère, non une loi constante ; que l'homme s'engloutit dans la nature, l'humanité de même, ou que cette humanité présente et périssable est le produit culminant du développement du monde.

De tout cela, nulle preuve, si ce n'est appuyée sur l'inintelligible et le contradictoire. Mais des lois, ou constatées ou probables, ou tout au moins inconnues et possibles, peuvent renfermer les éléments de constance, de perpétuité, d'immortalité de ces groupes de phénomènes qui sont des êtres, et que la loi de personnalité enveloppe à un moment donné. C'est ainsi que doit se poser la véritable question de la vie et des destinées futures, arbitrairement niées par les uns, compromises par les autres qui en cherchent la sanction dans les vaines idées d'âme et de substance.

Aussi bien que la psychologie, la théologie s'évanouit en présence de la critique, dont le vrai nom, à cet égard, serait l'*Athéisme*, si, borné au domaine de la science pure, ce mot n'excluait aucune croyance légitime et ne servait point à couvrir des doctrines aussi vaines que celles qu'il prétend désavouer. En effet, je crois avoir démontré :

Que ce sujet d'une synthèse unique et totale des choses, qu'on a coutume de nommer simple, nécessaire, éternel, infini, ne correspond à aucune représentation possible;

Que ce même sujet, considéré comme personne, est un faisceau contradictoire des attributs de la conscience élevés à l'absolu, et, partant, rendus inintelligibles;

Que, dans aucune hypothèse, on ne peut rendre compte des rapports de génération d'un premier principe du monde, d'une première unité, d'un premier tout, personnels ou non, avec ce même monde di-

visé et développé selon le temps, l'espace et la qualité ;

Enfin que les termes extrêmes de l'expérience possible doivent se poser, mais ne peuvent se déterminer quant à la science, d'où s'ensuit une ignorance invincible de la totalité du monde sous quelque catégorie qu'on l'envisage.

L'exégèse de l'absolu, roi du monde, origine et maître des créatures, est un problème où la théologie s'est épuisée sans pouvoir passer outre et sans même avoir le courage de sa doctrine, n'osant avouer comme sien le système de contradictions où elle se trouvait engagée ; la poursuite de l'absolu, somme, unité et substance des êtres, un abîme sans fond où les philosophes tombés les uns après les autres ont fini du moins par servir d'épouvantail à quelques-uns de leurs successeurs.

La morale, qui, de siècle en siècle, et de crise en crise, va se dégageant de l'esprit humain, et se précisant, devient de plus en plus étrangère ou même opposée au dogme de la souveraineté divine pure, ainsi qu'à toute orientation des pensées et des forces de l'homme vers la chimère de l'absolu.

La société humaine se passe de rois avec des lois. Ces lois mêmes, qui sont des actes de volonté collective, tendent à se confondre avec l'ordre des fonctions propres de l'humanité. Pourquoi la société naturelle, indéfinie des êtres devrait-elle relever sciemment d'un souverain absolu, d'un législateur autonome et d'un juge qui n'est point jugé? Ne pourrait-elle suivre ou

constituer des lois qui lui soient immédiatement inhérentes? On voit les hommes se donner des rois au temps de leur ignorance et de leur barbarie initiales, apprendre ensuite à se guider plus sûrement par leur conscience, par leurs idées nécessaires, par les phénomènes qui les environnent.

La solution du problème de l'origine première, de la fin dernière et de la totalité parfaite des phénomènes serait aussi inutile pour la vie qu'elle est impossible pour la science. Nos relations seules nous intéressent, or toute relation est finie, déterminée. Une vraie théologie ne saurait elle-même aller au delà.

Si donc la signification de l'athéisme était d'exclure la fantaisie d'un substrat quelconque, esprit, matière ou substance; d'exclure la cause substantielle; d'exclure aussi les dogmes de la fatalité aveugle et de la prédestination volontaire du monde; de proposer pour objet à la science, non plus le tout infini, impossible, contradictoire, non plus l'univers tiré du néant par la vertu et pour la satisfaction d'un être primitif, unique et universel, indéfinissable, inintelligible, mais la série des lois que la démocratie visible des êtres réalise dans la nature et dans les cieux : cet acte de la pensée par lequel un homme libre renverse tout à la fois l'idole matérialiste ou panthée, et détrône l'absolu, roi du ciel, dernier appui des rois de la terre, l'athéisme serait la vraie méthode, la seule fondée en droite raison, la seule positive.

Mais l'athée déclaré sacrifie presque toujours au matérialisme; et le panthéiste, de son côté, se voit

appliquer ce nom d'athée, contre lequel il proteste. En ce sens, l'athéisme est une erreur profonde, mortelle à l'humanité, si elle prévalait. Un ordre de l'univers où les personnes sont englouties, où l'homme est un accident, sans destinée propre, où il n'y a de permanence que pour la pure matière ou telle autre abstraction non moins vaine, et de durée un peu longue que pour des genres impersonnels, cet ordre, ce prétendu monde, répugne au cœur, et la raison ne le fait pas comprendre, tant s'en faut qu'elle en produise des preuves dirimantes. Nul homme de bonne foi, lié par le système qu'on voudra, ne fait difficulté d'avouer que cette religion du néant prononce contrairement à nos désirs les plus enracinés et les plus persistants, et ruine nos espérances les plus sacrées. On dit la vérité étrangère à ces choses. Ceci est une question. Ce qui n'en est pas une au point où nous en sommes, c'est que l'athéisme critique et scientifique, le véritable athéisme, ne conclut pas plus directement à la négation de l'absolu des théologiens qu'à celle des substances à l'usage des matérialistes, des spiritualistes et des panthéistes. Tous leurs principes sont mis à néant. Il ne doit plus y avoir d'écoles dans la science.

Le véritable athéisme n'exclut point le véritable théisme, ni dans le sens moral, ni même dans le sens anthropomorphique, intelligible, rationnel de ce dernier mot.

Tout absolu est chimère. Mais la pensée cherche un point fixe au delà de certains phénomènes. L'absolu chassé de l'être, où il n'engendre que logomachies,

transformé, et se fixe légitimement, sans contradiction, dans l'idéal de la perfection morale, dont la conscience détermine à tout moment une réalité relative. La croyance en un seul Dieu, chez l'homme étranger à toute religion positive, est la supposition d'un ordre moral réel qui enveloppe et domine l'expérience : l'affirmation du Bien.

Ce n'est pas tout. Un champ s'ouvre à la croyance rationnelle, là où ne s'étend pas la science première, et toutefois sans la contredire. La persistance et les destinées ultérieures des personnes peuvent résulter des lois des phénomènes; de même l'existence d'un ou de plusieurs dieux naturels et vivants n'est nullement absurde *à priori*.

La théologie métaphysique et prétendue rationnelle ne saurait subsister devant l'impossibilité démontrée d'une synthèse unique et totale pour la connaissance. Mais les théologies anthropomorphiques et purement religieuses demeurent sans atteinte. Je suppose qu'elles ne visent point à la science; et aussi qu'elles ne prétendent rien de contradictoire ou d'incompatible avec les règles de l'entendement. Elles peuvent alors varier selon les lieux, selon les temps; naître, changer, périr; se disperser en mille sectes; suivre certaines lois de transformation et de progrès : celui qui refusera d'y prêter foi les dira sans doute mal fondées, inutiles, arbitraires; il ne sera point admis à les traiter d'absurdes; et le critique sage les considérera comme des effets légitimes de l'essor de la croyance humaine hors des domaines étroits de la raison pure et de l'expé-

rience actuelle. Là où il n'est permis à la science ni d'affirmer ni de nier, le champ est vaste, la carrière est libre; l'instinct et le sentiment s'y porteront toujours, et la spéculation elle-même s'exercera sur les probables. Il ne me paraît pas que l'homme soit fait de telle sorte qu'il lui convienne de prendre quelque jour et pour jamais ce parti de borner sa pensée et son espérance où se borne sa vue, à la vie présente, aux êtres du moment et aux rapports immédiatement sensibles.

Tels sont les résultats généraux de la critique, au point où nous l'avons menée. S'ils paraissent encore négatifs, on doit convenir qu'ils le sont de la négation téméraire aussi bien que de l'affirmation sans fondements. Un ordre de possibles, objets de la croyance rationnelle, reste sauf, en dehors de la science. Nous savons ce que la critique interdit, les prétentions qu'elle ruine, les espérances qu'elle autorise. Nous avons à nous demander maintenant si elle n'a point un rôle à jouer dans le milieu ainsi réservé à la spéculation, et si, dans l'intervalle des sciences particulières et de l'analyse des premiers principes, il n'y a pas une place pour la science convenablement transformée.

On a vu les bornes de la connaissance démontrées par cette analyse même qui d'abord n'en supposait point, et la tentative faite pour *savoir* couronnée de succès, à l'égard des questions premières, en ce sens seulement que *l'on sait qu'on ne sait pas et qu'on ne peut pas savoir*. La science manque de commencement et n'embrasse pas le tout; la fonction primitive et la

fonction universelle lui échappent, à peine posées : elle se trouve donc rejetée dans le champ de l'expérience qu'elle voulait dominer. Mais ne peut-elle pas, sans empiéter sur le terrain des sciences constituées, s'ouvrir une carrière nouvelle? prendre pour objet d'une investigation profitable, non plus cette synthèse totale dont l'ensemble est soustrait aux diverses déterminations catégoriques, mais une synthèse partielle, extérieurement définie, enveloppée par d'autres phénomènes? non plus la relation de toutes les relations, mais une fonction située parmi les données de l'expérience et soumise à la limitation en tout sens et selon toutes les catégories?

On se propose et l'on s'est toujours proposé certains problèmes inévitables qui ne sont du ressort d'aucune science particulière positive, mais qui, pour cela, n'impliquent pas précisément la science universelle, étant modestement énoncés : *Que doit-on penser de l'origine prochaine et de la fin prochaine des phénomènes du monde rapportés à la conscience? Est-il permis de supposer une destinée humaine individuelle, une loi de développement de la personnalité, et sous quelles conditions, entre quelles limites? Jusqu'à quel point les fondements de la morale et de la politique se trouvent-ils engagés dans la solution de ces questions?*

Sur de tels sujets, plus ou moins étendus ou circonscrits, il est clair qu'il se présentera, si ce n'est des vérités mathématiquement démontrables, au moins des systèmes à discuter, des probabilités à peser, des hypothèses à essayer. De cela seul, nous pouvons re-

connaître l'existence d'un champ de spéculation convenablement limité, quelque part, entre la synthèse impossible de la science et les données et les résultats divers des sciences constituées.

Il s'agit de déterminer, pour le sujet de cette autre critique, un groupe de phénomènes, à la fois inférieur à l'idéal que nous avons dû abandonner comme inaccessible, et supérieur en généralité, en dignité, à toutes les données des sciences. Nous venons d'indiquer de hauts problèmes, situés toutefois en deçà de la connaissance possible : ainsi séparés de la synthèse totale où l'ancienne métaphysique les suspendait, ils ne peuvent que se rapporter à une synthèse partielle et véritablement donnée qui soit le lieu de concours de la nouvelle analyse; or on voit aisément que ce centre est le centre même des représentations, en tant que relatives à l'homme : la conscience dans l'homme.

Après l'ensemble des rapports qu'on a vainement essayé de déterminer sous le nom de *monde*, le plus vaste et le mieux circonscrit est celui qui fut anciennement appelé le *petit monde*. Il embrasse les catégories; il limite la connaissance, indéfinie d'ailleurs, en l'assujettissant à des relations individuelles, à des conditions d'expérience. La science, revenue de ses prétentions chimériques, ne saurait s'attacher à un objet, à la fois très compréhensif et très resserré, plus fait pour l'analyse que celui que tout autre objet comme connu suppose, et qui est lui-même l'analyse en acte. L'étude de l'homme fonction de l'étendue, fonction des forces diverses dont se compose l'organisme, aussi bien que

l'étude des mêmes lois sur un autre théâtre, nous jetteraient dans la sphère propre à quelqu'une des sciences : il faut en faire abstraction ; et le sujet qui s'offre à la critique est l'homme de la conscience, non pas tel que le prennent les psychologues, mais sans idolâtrie, séparé du cortége de la substance et de ses facultés.

Nous avons reconnu que toute connaissance, toute analyse, toute science, se produisent, de fait, sous condition de l'état et des actes d'une conscience particulière : et nul jugement, nul raisonnement, nulle proposition, nulle vérité, ne sont donnés pour nous ailleurs ni autrement. Si donc nous voulons aborder la question de la certitude et savoir de quel droit nous savons ce que nous savons, c'est la conscience que nous devons étudier.

Un doute nous est resté, que toutes nos analyses touchant l'acte et la cause soulevaient et ne pouvaient résoudre : les phénomènes sont-ils prédéterminés? Les lois sont-elles partout et toujours, en tout ordre de faits et sous toutes les catégories, données par anticipation aux phénomènes? Peut-être une étude attentive et toute spéciale de la fonction humaine éclaircira-t-elle ce problème. La question de la certitude en dépend essentiellement, l'erreur ou la vérité devant être envisagées sous un tout autre jour dans la conscience, suivant que les modifications représentatives admettent ou n'admettent pas de variables indépendantes : là, la nécessité enveloppe dans un même ordre universel les jugements quelconques, et produit le faux à l'égal du

vrai, parties d'un seul tout, corollaires d'une seule loi ; ici, la liberté tire en sens opposés les représentations, altère l'expérience et change les catégories ou leur usage. L'embarras est grand des deux côtés. Si une conclusion est possible, c'est ce que la critique de l'homme nous apprendra.

Tout nous ramène à ce nouveau sujet d'analyse, à ce centre mieux déterminé de recherches, mais principalement le besoin que nous éprouvons d'une autre méthode pour atteindre à la science possible.

La méthode que nous avons suivie jusqu'ici, il est vrai sous toutes réserves, tendait à la science universelle. Si ce but eût pu être atteint, s'il était donné au philosophe de construire la synthèse unique et totale après analyse préalable, encore un trouble s'élèverait du sein de la connaissance accomplie, à cette pensée que la synthèse est produite conditionnellement à un certain soi variable dont il plaît seulement de supposer qu'elle n'a point dépendu ; mais, enfin, comme ce même soi qui embrasse la synthèse d'une manière, s'y trouverait enveloppé, régi, déterminé d'une autre, et expliqué éminemment, la difficulté se réduirait à l'inévitable cercle du savoir (l'explication du tout par le moyen d'une partie que ce même tout explique), et l'on peut dire que vraiment la science, au sens intelligible du mot, serait obtenue. Il a fallu abandonner cette espérance. Obligés alors de redescendre à quelqu'une des données du milieu des phénomènes, et de fixer un point de départ dans ce qui n'est ni indépendant ni premier, il est clair que nous ne pourrons pas établir

par voie de déduction ou de développement quelconque les lois générales qui embrassent cette donnée. Nous procéderons donc par voie d'induction et d'hypothèse, car il n'existe pas de troisième chemin. De ce moment, la science prend un tout autre caractère. Elle était démonstrative et purement analytique, ou du moins c'est ainsi que nous la voulions; désormais, et même en se restreignant à l'étude des questions qui ne dépassent pas l'expérience possible, elle participera de la croyance et n'aura que des probabilités pour preuves.

Probabilité, croyance; probabilité en matière de problèmes qui ne comportent point l'analyse mathématique, c'est en d'autres termes annoncer des jugements émanés de la personne, appuyés sur elle, et projetés hors d'elle sur des objets dont elle n'embrasse pas les lois. Ainsi les vérités que nous nous proposons de rechercher maintenant, quoique situées en deçà de la connaissance finie, ou plutôt par cela même, sont relatives, relatives à l'homme, et du ressort de la conscience individuelle. Nous ne pourrons en démêler les données que par une analyse toute spéciale de cette conscience et de ses conditions. L'homme est donc à la fois l'objet et le sujet actif d'une étude au moyen de laquelle il doit tenter de s'élever de proche en proche et aussi haut que possible aux lois enveloppantes de l'homme. Ensuite il peut descendre aux phénomènes dont l'homme est le moteur. La conscience individuelle soumise à l'analyse est supposée identique avec la conscience en général, humaine du

moins. Ainsi la garantie des synthèses probables qu'il s'agit d'instituer s'étend et se fortifie, mais par hypothèse. Toute vérité d'ordre enveloppant, aperçue de l'ordre enveloppé, est une anticipation de faits ou de lois, de faits latents ou à venir, de lois qui ne se laissent point ranger et définir dans le champ de l'expérience actuelle.

En vain les philosophes s'épuisèrent pour éviter cet aveu. Bannissant l'hypothèse, ils nous proposaient l'évidence, et chacun d'eux avait la sienne, et nul n'était forcé de se rendre à celle d'autrui. L'évidence en elle-même et en dehors de l'aperception immédiate des phénomènes actuels, qui est son vrai domaine, n'a que la valeur d'une comparaison et d'une image dont on dispose arbitrairement; l'évidence, quant au philosophe qui se réclame d'elle, est relative à la personne, et à l'état, et aux précédents, et quelquefois encore au but de ce philosophe, et demande les mêmes vérifications et les mêmes sanctions que l'hypothèse.

Une vérité qui dépasse l'expérience actuelle, quelle qu'elle soit d'ailleurs, est soumise à une double vérification, et de cela qu'elle y satisfait elle n'est prouvée que provisoirement; d'abord elle ne doit point contredire les lois de la représentation sans lesquelles le jeu de la pensée ne serait pas possible; ensuite elle doit concorder avec les faits connus ou successivement découverts. Et la sanction que la conscience donne à la vérité est double aussi : repos de la conviction dans une conscience individuelle, accession progressive de

la série indéfinie des consciences composant l'humanité.

Tels sont les principes de la méthode pour la science bornée aux problèmes résolubles. S'ils paraissent encore contestables, après ce *Premier essai de critique générale*, c'est à la critique de l'homme qu'il appartiendra de les approfondir; car la question est de savoir SI ET COMMENT UN HOMME PEUT ATTEINDRE ET FIXER LA VÉRITÉ INDÉPENDAMMENT ET AU DELA DE SES PHÉNOMÈNES ACTUELS ET PERSONNELS.

APPENDICE I.

(Renvoi de la page 98.)

Observations sur quelques systèmes fameux de CATÉGORIES.

Construire le système des rapports généraux des phénomènes, élever un édifice dont ces rapports déterminent les lignes principales, si bien que les faits connus ou à connaître y aient tous leur place marquée ou supposée, c'est le problème de la science. Les rapports et les lois sont les seuls objets de la connaissance; ils ne sont donnés que dans la représentation; la représentation elle-même, en tant qu'expérience, se règle par des lois que, en tant qu'expérience, elle vérifie et ne donne pas; donc les lois générales de la représentation sont les premiers éléments que l'architecte de la science ait à mettre en œuvre, et le plan de l'édifice demandé résulterait de l'ensemble coordonné de ces rapports généraux que nous appelons des catégories.

Un système de catégories complet, lumineux, si bien agencé que sa propre loi parût lui servir de preuve, et que l'esprit une fois engagé dans l'admirable labyrinthe s'y trouvât comme invinciblement retenu, constituerait une philosophie achevée. Cette science des sciences

aurait pour vrai nom *logique générale*. Toute science n'est-elle pas une logique?

La difficulté de construire un tel système est d'autant plus grande que les langues humaines, dans leur essence et leurs formes principales, y sont impliquées avec la pensée elle-même, la pensée de la pensée, subtile, profonde, enchevêtrée, et qu'il s'agit pour l'homme de s'expliquer sa parole de fait en se dotant des principes de la parole de droit, la langue universelle. Alors seulement une grammaire existerait. Jusqu'ici les vocabulaires et les syntaxes réduites en système ne sont que des amas d'observations et de classifications puériles. La langue universelle serait l'unité et l'infaillibilité du savoir, au moins dans la sphère la plus étroite de ce dernier, la forme, et sous la réserve du fond des affirmations.

Au philosophe qui présente un système de catégories il ne faut pas demander de démonstration à proprement parler. Son œuvre est-elle un tableau de l'esprit humain ou le produit d'une fantaisie individuelle? Que le juge instruise, délibère, prononce. Tout homme est juge, tout fait bien constaté est juge. Les vérités d'ordre général ne se prouvent pas : elles se vérifient.

Sur ce que je viens de dire on pensera, j'espère, que je n'ai pas la présomption de produire une analyse complète et définitive. Si le titre d'*essai* convient à mon ouvrage, c'est surtout dans cette partie que je consacre à la description et à la coordination des rapports fondamentaux de la connaissance. Ce [illegible]

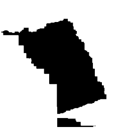
veut, l'essai d'un essai que j'aurai tenté. D'ailleurs je ne me suis attaché qu'aux lois les plus générales, dont il faudrait déduire au moins tout le contenu abstrait, et mon système n'est qu'à l'état d'enveloppe sur bien des points. Et pourtant j'ai la confiance d'avoir fait mieux que mes prédécesseurs : c'est que je les suivais ; c'est aussi que, groupant toutes les catégories sous le titre commun de *relation*, et bannissant l'idole de la substance qui défigure toutes les notions, particulièrement celle de cause, j'ai pu donner pour la première fois un caractère positif à l'étude de l'entendement.

Il n'est pas de philosophe, je parle des noms illustres, qui n'ait proposé un système de catégories sous une forme ou sous une autre. Pythagore, ou, si l'on veut, les pythagoriciens, avaient le leur, dont l'opposition du *nombre* et de l'*infini* formait la base. Idée juste et profonde, bien oubliée depuis, l'infini des pythagoriciens était le néant de la connaissance. Mais rien n'indique qu'ils aient spéculé sur le *possible*, où se trouve la seule explication rationnelle de l'infini. En considérant le nombre comme le principe de tout ce qui est intelligible, ils exprimaient la loi générale de détermination ou de limite ; mais en affectant tels ou tels nombres à la représentation propre des objets les plus étrangers aux rapports mathématiques, on peut croire qu'ils n'ont voulu proposer que des allégories. Les autres catégories pythagoriciennes n'offrent aucun intérêt, parce que nous n'en possédons que les noms, sans définition exacte. Elles [illegible] ux
à deux et par contraires. Quelques [illegible] -

ment symboliques, et le sens de tous ces symboles est perdu.

Platon n'a, pour ainsi dire, spéculé que sur les catégories. Qu'est-ce autre chose, en effet, que l'analyse des idées, ces éléments-principes dont les combinaisons produisent toutes les réalités intelligibles? Mais Platon, ce grand esprit, ce grand poëte, manque de système; il estime peu la science et semble jouer avec elle. Les conclusions lui répugnent visiblement, en dehors de l'ordre pratique; et des mythes qui ne sont qu'à demi-sérieux tiennent lieu des synthèses générales à la fin de ses dialogues. Partout il discute les éléments de sa construction, et nulle part il ne les coordonne. Mais le véritable esprit de la science, l'analyse, n'en est pas pour cela moins marqué dans ses admirables œuvres.

Aristote s'est le premier servi du mot catégorie. Il désigne sous ce nom les termes principaux auxquels peuvent se ramener les choses qu'on exprime. Le problème qu'il se propose en essayant d'énumérer ces termes est bien, au fond, celui qu'aujourd'hui nous énonçons ainsi : *définir et classer les rapports irréductibles et fondamentaux de la représentation*. En effet, qu'un philosophe le veuille ou non, soit qu'il parle des *mots*, ou qu'il parle des *choses*, ou qu'il parle des *concepts*, il ne peut jamais systématiser que des rapports, parce que cela seul est donné, cela seul est intelligible; et le système qu'il construit a la représentation pour théâtre, à moins de se composer de choses non représentées, qui n'auraient aucune sorte d'exis-



tence pour nous. D'ailleurs les rapports généraux dont je parle n'étant pas des faits d'expérience, en tant que généraux (voy. § XXVI), il faut nécessairement les concevoir comme régulateurs de l'expérience. Mais Aristote ne s'est rendu compte ni des conditions ni de la portée de l'œuvre des catégories, et par là son système a été faussé tout d'abord, si tant est qu'on puisse dire qu'il a fait vraiment un système.

Cet homme avait le génie de l'analyse, et même à un degré que nul avant ou après lui n'atteignit; mais Kant devait le suivre, et Kant aura des successeurs. Les écrits d'Aristote révèlent à chaque page ce que j'appellerais volontiers l'instinct catégoriste, un instinct puissant, dominant. Son livre des *catégories* n'est que la moindre partie des recherches qu'il entreprend, ou continue, ou recommence à tout propos sur la signification précise des rapports constitutifs de l'entendement, l'*acte*, la *puissance*, les *causes*, le *possible*, le *nécessaire*, la *privation*, les *contraires*, etc. Quand il lui arrive de rappeler ses catégories proprement dites, il ne les énumère ordinairement ni toutes, ni de la même manière. Le propre livre où il les expose est terminé par une longue série de définitions de termes qui devraient, ce semble, ou rentrer dans les précédents, ou former des catégories distinctes : le moyen âge les nomma *post-prédicaments*. En un mot, il est difficile de ne pas reconnaître un grand désordre dans les œuvres philosophiques d'Aristote. L'incohérence est extrême dans ce livre appelé la *métaphysique*, dont les analyses logiques composent la majeure partie.



Le défaut de méthode est moins sensible dans les *physiques*, surtout dans les *analytiques*, où domine la déduction ; il reparaît partout où le philosophe entreprend de déterminer et de classer les concepts de l'entendement, comme aurait dit Kant. Je crois qu'une cause de ce désordre doit être cherchée dans les tâtonnements d'un esprit infatigable, toujours sûr de lui-même, de ses définitions et de ses analyses, mais qui n'en aperçoit point le lien parce qu'il n'a pas la synthèse de ses propres travaux. Aussi me paraît-il très douteux qu'Aristote ait rédigé pour le public ceux de ses ouvrages qui offrirent à la postérité le plus d'intérêt.

Quoi qu'il en soit, je m'attacherai aux *dix catégories* sur lesquelles la philosophie a vécu pendant quinze ou dix-huit cents ans, et du point de vue où je suis placé j'en signalerai brièvement les vices. Ces catégories sont : οὐσία (*substantia* des scolastiques), ποσόν (*quantitas*), ποῖόν (*qualitas*), πρὸς τί (*relatio*), ποῦ (*ubi*), πότε (*quando*), κεῖσθαι (*situs*), ἔχειν (*habitus*), ποιεῖν (*actio*), πάσχειν (*passio*).

Aucun de ces mots, seul et en lui-même, n'est pris pour affirmer, ni pour nier; mais l'affirmation et la négation proviennent de leurs combinaisons (cat. II, 8, édit. de Tauchnitz). Cette remarque d'Aristote est vraie en un sens : il n'y a que la proposition qui affirme ou qui nie. Mais, sous un autre rapport, elle est fausse, car *aucun de ces mots* ne désigne déterminément quelque chose qu'autant qu'il implique une limitation ; or, limiter, c'est affirmer d'une part et nier d'une

autre, même sans jugement formel, et de cela seul qu'on entend se représenter un objet défini. Ce principe, dont Kant et Hegel ont fait usage, ne fut pas connu d'Aristote.

On appelle relatives les choses telles que, ce qu'elles sont, on dit qu'elles le sont d'autres choses (catég. V, 1). Suivant cette définition qu'il avance d'abord, le philosophe croit pouvoir assurer qu'*on ne dit pas d'un homme qu'il est un homme de cela, ou d'un bœuf qu'il est un bœuf de cela* (*ibid.* 21). Et de même des universaux. Mais passons outre aux formes du langage, allons au fond, ne faudra-t-il pas avouer que ni tel animal en particulier, ni l'animal en général, ne sont définis pour nous qu'autant que nous nous les représentons comme groupes et parties, plus généralement comme fonctions *d'autres choses*, sous diverses lois? Rien de déterminé en espèce, en quantité, etc., ne vient à la connaissance que par relation à quelque autre. Aristote ne démontre donc pas que les *essences, premières* ou *secondes*, placées en tête de ses catégories, sont indépendantes de la *relation*. Tout ce qu'on trouve à conclure de ses analyses à cet égard, c'est qu'il y a différentes sortes de rapports, et ceci, d'ailleurs, n'est pas contestable.

Ce n'est pas lever la difficulté que de compléter la définition des relatifs en les bornant aux *choses dont l'existence est identique avec le rapport qu'elles ont à d'autres choses* (*ibid.* 22). Il n'est pas permis de restreindre arbitrairement la signification générale de la *relation*. Dira-t-on que l'animal n'est pas *rapport à la*

locomotivité spontanée, par la raison que l'animal est encore autre chose que ce qui se meut, ou, en d'autres termes, qu'il *est rapport* à d'autres choses encore? Aristote a en vue les corrélatifs (le maître et l'esclave, la science et le savant, le grand et le petit, etc.); or, il est bien vrai que le *double,* comme double, par exemple, est tout entier dans son rapport avec le *simple,* mais le simple et le double ne laissent pas pour cela d'être relatifs aux choses dont on les dit, lesquelles choses sont autre chose que doubles, autre chose que simples. La métaphysique a beau faire, et se débattre; elle ne parvient pas à définir une existence quelconque autrement que par la position de telle ou telle fonction, de tel ou tel groupe de rapports. Ceux-ci, pris séparément, n'épuisent pas le sujet, ne le définissent pas; mais leur synthèse le fait connaître autant qu'il peut être connu.

Aristote a du moins le mérite d'avoir pressenti la portée de la catégorie de relation, car après avoir pris beaucoup de peine pour la déterminer à part de toute autre (jusqu'à y rapporter la grandeur, et non point au *quantum*), au moment même où il vient de conclure que *nulle essence n'appartient aux relatifs,* il ajoute ces mots remarquables, et qui font un honneur infini à sa bonne foi de philosophe : *Il serait difficile peut-être de se prononcer fortement sur ces questions avant de les avoir examinées à plusieurs reprises; mais il n'est pas inutile de les avoir toutes discutées* (*ibid.* 27).

L'esprit de la division aristotélique des catégories

devint manifeste, en s'exagérant, lorsque les écoles s'accordèrent à placer d'un côté l'*essence* toute seule, *qui ne se trouve pas dans un sujet,* et ce fut la *substance* des Latins, de l'autre, les termes, au nombre de neuf, qui réclament un *subjectum inhæsionis;* on désigna ceux-ci sous le nom commun d'*accidents*. Mais la scolastique ne comprit pas la théorie de l'essence, ou ne voulut pas la comprendre. J'excepte ici les nominalistes. *L'essence première et par excellence, essence proprement dite* d'Aristote, *ne se trouve point dans un sujet et ne se dit point d'un sujet : ainsi tel homme, tel cheval*: les individus (Catég. III, 1). Les espèces et les genres sont des *essences secondes,* qui, à la vérité, *ne se trouvent point dans un sujet,* mais *se disent d'un sujet,* en sorte que les individus seuls sont les *sujets de toutes les autres choses,* et que *toutes les autres choses, ou leur sont attribuées, ou sont en eux* (*Ibid*. 2, 3 et 11). On voit que la substance véritable et réelle d'Aristote est l'être déterminé, non le *genre généralissime* ou notion universelle de l'*ens per se existens*.

L'individu, l'animal concret, pourrait-on dire, est donc le pivot des catégories d'Aristote, et cela seul fait comprendre comment le philosophe a pu placer dans son cadre des notions comme le *situs* (*être assis, être couché*) et l'*habitus* (*être chaussé, être armé*) qui semblent au-dessous de la critique. Ces deux prétendues catégories sont évidemment complexes et se forment d'éléments empruntés à l'espace, au temps, à la qualité, etc. Mais du point de vue de l'animal dont elles

déterminent des manières d'être, il est sans doute permis de les distinguer.

Maintenant si je me demande pourquoi l'individu ne doit pas former une catégorie, la première de toutes, je trouve que, pour cela, la condition essentielle manque : l'individu ne me représente pas une notion primitive, irréductible. Si j'envisage l'animal particulier et sensible, ou même la race, j'aperçois des ordres de faits très distincts, selon l'expérience, mais aussi très composés, et que je n'arrive à déterminer que par la définition d'un nombre considérable de rapports : encore ces rapports sont-ils loin de m'être bien connus. Si je cherche ce qui constitue l'individualité en général, ce n'est plus l'individu lui-même qui paraîtra comme catégorie, mais la *distinction*, élément de la *relation*. Enfin le principe qui donne à la distinction sa plus grande réalité, je veux dire l'*acte*, et surtout l'acte dans la supposition que tous les phénomènes ne soient pas prédéterminés, ce principe dépend de a notion de *causalité*. Nous cherchons les catégories de la représentation en général et non celles de l'histoire naturelle.

En somme, il faut louer et admirer Aristote de s'être montré si préoccupé des réalités dans son essai de construction des catégories : à cet égard, ses élèves et ses interprètes lui cédèrent bien pour la plupart, car ils donnèrent la primauté aux essences secondes et commencèrent le règne de la *substance* en philosophie. Mais il faut avouer aussi que le grand homme ne parvint pas à une véritable classification des éléments

essentiels de la connaissance, et ne se posa pas même avec précision et clarté le problème dont il poursuivait infatigablement la solution à travers tous ses ouvrages.

L'examen critique de la qualité, de la quantité et des autres catégories, suivant Aristote, me mènerait beaucoup trop loin et serait maintenant superflu. Je réduirai aussi à peu de mots ce que j'ai à dire des quatre catégories des stoïciens, la *substance*, l'*essence*, la *manière d'être* et la *manière d'être relativement* (τὸ ὑποκείμενον, τὸ ποίον, τὸ πῶς ἔχον, τὸ πρός τι πῶς ἔχον). Il serait difficile d'en rendre un compte rigoureux sur ce qui nous en a été transmis. Cependant on sait que les logiciens de la Stoa se proposaient de déterminer les genres les plus universels contenus sous le genre des genres, la *chose* (le τί ἐστιν): ils trouvaient d'abord la substance ou matière, sujet indéterminé par lui-même; puis l'essence ou qualité, les attributs essentiels, inséparables de leurs sujets; puis les modes variables, et ils comprenaient sous ce groupe les catégories d'Aristote exprimées par le *où*, le *quand*, le *faire*, le *patir*, le *situs* et l'*habitus*, et probablement aussi la *quantité;* puis enfin les modes de relation soit entre des qualités (simple πρός τι), soit entre des manières d'être (πρός τι πῶς ἔχον). La cosmothéorie des stoïciens se marquait dans ce système en ce que toutes les catégories, supposées vivantes, et comme des *verbes dans la matière* (λογοί ἐνυλοί), servaient à déterminer la chose unique dont toutes les choses sont des modifications.

Ici la substance est nettement réduite à son rôle de substratum ou de support, cette plaie de la philosophie. Les essences ne sont plus avant tout des individus, êtres réels, mais se confondent avec ces propriétés, termes généraux, qu'Aristote appelait des essences secondes. Le temps, l'espace et même le principe d'action cessent de se distinguer ; tout cela devient *manière d'être*, et l'on ne voit pas sur quoi les stoïciens se fondaient raisonnablement pour signaler dans leurs modes variables et dans leurs qualités constantes autre chose que des relatifs, puisqu'ils ne pouvaient définir des qualités ou modes quelconques si ce n'est par les relations de ces choses entre elles ou avec la substance, leur commun support à toutes. En un mot, cette logique, qui est celle du *panthéisme*, n'admet essentiellement que deux catégories, la substance et les modes de la substance ; et elle pèche doublement : 1° par l'admission de cette substance qui, en elle-même, ou sans ses modes, n'est rien ; 2° en ne reconnaissant pas que les modes prétendus, soit variables soit constants, soit particuliers, soit généraux, sont des phénomènes ou des lois qui viennent à la représentation sous forme de relations.

Plotin, philosophe mystique, d'un mérite éminent d'ailleurs, me paraît avoir simplifié la logique stoïcienne. Et de plus, ce grand homme aperçut la nature toute relative des *modes* énumérés par ses prédécesseurs. Il réduisit les catégories à deux : la *substance* et la *relation*, cette dernière comprenant, suivant lui, la *qualité*, la *quantité* et le *mouvement*. Mais ce sont là,

dit il, les catégories du *monde sensible*, et il admet par ailleurs un autre monde, le *monde intelligible* qui a ses catégories propres, à savoir la *substance* toujours, ensuite le *mouvement* et le *repos*, la *différence* et l'*identité*. On comprend que ce refuge est mal assuré, puisque ni la substance n'est intelligible sans les autres catégories, ni celles-ci ne peuvent se distinguer des rapports qu'elles posent et qui vraiment les constituent. Mais le propre du mysticisme est de vouloir se transporter par la connaissance au delà de la connaissance.

La véritable conclusion des travaux de l'antiquité sur la logique avait été tirée par le scepticisme. Les formules célèbres qui caractérisent l'objet du savoir comme phénomène, ou comme rapport, pouvaient dès lors servir de principe à l'étude de la représentation et de ses lois. Mais les sceptiques ne surent que guerroyer contre les écoles, tandis qu'ils auraient dû construire et proposer la science de la même manière qu'ils admettaient et proposaient le phénomène, sous toutes réserves, et sans prétendre à l'absolu de la certitude. D'ailleurs les esprits furent entraînés par le flot toujours montant des théologies orientales, et l'on ne reconnut bientôt plus que deux grandes catégories, la *substance* et l'*accident*. Ce dernier parut même tout autre chose qu'un rapport : on le substantialisa. La substance étant le *subjectum inhæsionis*, l'accident fut l'*ens inhærens ;* on eut des *accidents solides* (*quæ divinitùs conservari possunt sine subjecto*), et des *accidents modaux ;* la scolastique fit entrer dans ce cadre les catégories d'Aristote.

La réforme provisoire de Descartes porta sur l'interprétation des catégories et ramena relativement les esprits à la raison. Descartes rangea sous la substance deux attributs essentiels, la *pensée*, l'*étendue*, et enseigna sans difficulté que ces attributs constituaient tout ce que la substance avait d'accessible à la connaissance. Les anciens *accidents* rentrèrent dans ces deux grandes classes sous le nom de *modes:* la figure et le mouvement se rapportèrent à l'étendue, et composèrent une *matière* d'où les qualités sensibles et les forces se trouvèrent exclues. Les autres modes firent partie du système de la pensée, dont le philosophe toutefois ne songea point à analyser avec exactitude et à coordonner rigoureusement les éléments.

L'ordre des causes et l'ordre des fins se trouvèrent ainsi éliminés, puisque ni l'étendue d'une part, ni l'intelligence de l'autre, à proprement parler, n'en expliquent les fondements. L'existence des personnes demeura comme un mystère qu'il devenait facile de supprimer.

Au sujet de la substance, dont on ne se débarrassait point, une question s'élevait: est-elle une, est-elle multiple? Descartes étendait jusqu'à elle la dualité qu'il reconnaissait dans les attributs. Pourquoi, dès que de la substance en elle-même on ne sait rien, on ne peut rien dire? Toute la nouvelle école se demandait alors comment les deux substances étaient liées et agissaient l'une sur l'autre. La solution dite des *causes occasionnelles* (*deus ex machina*) ne passa pas longtemps pour satisfaisante. Spinoza et Leibniz parurent

Spinoza admit une substance unique dont les deux grands attributs à nous connus se développent en une infinité de modes, comme deux séries à termes régulièrement correspondants et liés par une éternelle harmonie : les modes d'un même ordre, soit de pensée, soit d'étendue, s'enchaînent et se succèdent nécessairement, parce qu'ils sont tous donnés *à priori* dans la substance, à la manière des propriétés d'une figure dont la définition est une fois posée. Mais comment il est possible de concevoir ce *qui est en soi et ce dont la conception ne réclame celle d'aucune autre chose*, la substance ; si les attributs sont intelligibles sans les modes ; par quel tour de pensée on arrive à poser une totalité de ces modes qui procèdent de l'infini à l'infini ; sur quoi repose alors le rigoureux enchaînement des phénomènes ; d'où provient l'illusion de l'individualité, voilà ce que Spinoza ne saurait dire. L'appareil géométrique de ses propositions est sans doute admirable ; mais il faut remonter aux définitions et aux axiomes, et ces premiers principes que sont-ils ? Encore les idoles de la philosophie théologique, les idoles de l'école.

Leibniz prit un parti tout contraire. Il multiplia à l'infini les substances, et par là rétablit le principe d'individualité que Spinoza renversait. A chaque substance il accorda trois attributs : *perception, appétit, force ;* c'est-à-dire qu'il les regarda toutes comme des personnes plus ou moins développées, plus ou moins élevées : ce sont les *monades*. Une analyse plus exacte du moi se produisit donc dans cette philosophie, et

s'étendit à la nature comme pouvant seule en donner l'intelligence. Le *temps* et *l'espace* ne furent plus regardés comme des substances ou attributs substantiels, mais devinrent des phénomènes, des rapports, un *ordre,* une loi des monades. Le philosophe comprit même que la causalité substantielle devait être rejetée, cette chimère qui place la cause dans une substance et l'effet dans une autre, et faisant passer l'action du sujet à l'objet, comme une chose qui se transporte, ne se comprend que par l'intime union des mêmes phénomènes entre lesquels on a commencé par jeter un intervalle infranchissable, la diversité des substances. Il y substitua la fameuse *harmonie préétablie*, doctrine éminemment positive, car il suffit d'en écarter la superfétation de l'hypothèse théologique pour que la véritable loi de causalité apparaisse : c'est la cause comme rapport spécial des phénomènes liés par une succession constante ; c'est ce rapport spécial représenté dans chaque monade où se produit un phénomène de force.

On voit que Leibniz, s'il ne construisit pas régulièrement le système des catégories, le proposa du moins d'une manière tout à fait neuve et tendit à réduire les éléments de la connaissance à des rapports qu'il ne se serait plus agi que de classer. Mais il sacrifia sur deux points à l'ancienne idole, ce qui perdit tout. D'abord il entendit par sa monade tout autre chose qu'un groupe de phénomènes sous certaines lois ; il la déclara substance, et ne vit pas ou n'osa pas voir que celle-ci sans les attributs n'est rien, que les attributs ne

sont rien sans les modes, et que les modes ne se laissent pas séparer de leurs rapports constituants. Mais des préjugés invétérés veulent que la monade soit simple et que l'existence du simple se démontre par l'existence du composé, et l'on ne s'aperçoit pas que de cela seul qu'on définit la monade on la compose. Ensuite Leibniz crut que les rapports de causalité étaient tous donnés *à priori*, ou pour mieux dire institués dans les monades par une monade première, absolue, éternelle, infinie. Cette hypothèse, même présentée sous la forme panthéistique, serait toujours gratuite.

Kant est le premier génie catégoriste de l'ère moderne; mais il s'en faut qu'on le trouve dépouillé de tous les préjugés de l'école. L'obscurité (réelle) de ses ouvrages me semble tenir principalement à ce que l'analyse des phénomènes, ou rapports constitutifs de la connaissance dans la nature et dans le moi, analyse qu'il poursuit avec une rare profondeur, est altérée par la supposition de quelque autre chose encore que ces mêmes rapports tant particuliers que généraux. La loi de ses catégories aurait été bien différente s'il avait aperçu dans la catégorie de *relation* la clef de toutes les autres. Les défauts graves et nombreux du système dépendent de ce vice radical qui le défigure.

Tout d'abord, Kant se propose l'impossible en voulant prouver que ses catégories sont les véritables, et qu'il n'y en a ni plus ni moins qu'il n'en énumère. Il est de l'essence de toute analyse première d'être vérifiable par ceux qui la répètent et de n'être point démontrable autrement.

Kant procède à l'énumération des catégories en distinguant et définissant les formes possibles du jugement. Mais qui l'assure que l'énumération qu'il fait de ces formes est exacte, sans répétition, ni lacune, ni interprétation vicieuse? Qui lui dit que ces mêmes formes doivent donner les catégories une par une et n'en pas supposer plusieurs? Sa classification est artificielle et arbitraire. Il ne remarque pas que tous les jugements sans exception ont une forme commune, la *relation;* que tous impliquent en cela les notions d'*identité* et de *diversité*, d'*accord* et de *désaccord* qu'il lui plaît de reléguer ailleurs sous le nom de concepts réfléchis; que les notions de *simplicité* et de *composition* s'y rattachent intimement; qu'enfin l'*affirmation*, la *négation* et la *limitation*, loin d'appartenir exclusivement à la *qualité*, se retrouvent également dans toutes les catégories, et cela parce que ces formes sont essentielles à la représentation des rapports de tout ordre.

Il convient d'accorder quelques développements à la critique des catégories de Kant, ce que je n'ai pas fait pour les systèmes antérieurs. Le plan élaboré par ce philosophe est encore le mieux conçu de ceux que l'on renomme; exposer mes dissentiments, ce sera jeter plus de lumière sur l'essai que j'ai tenté moi-même, justifier les partis que j'ai pris, et marquer de nouveau l'esprit qui m'a dirigé.

Espace et temps. — Kant ne les range pas au nombre des catégories; il les nomme formes primitives de la sensibilité. Cependant si nous observons que

ces formes se construisent dans la représentation à la manière de tous les autres rapports par thèse, antithèse et synthèse, distinction, union et détermination; que de plus, et ceci est la doctrine de Kant, elles partagent avec les catégories la propriété de se poser en enveloppant *à priori* le domaine de l'expérience, nous trouverons convenable de ne pas les séparer. Le caractère intuitif que la connaissance revêt par rapport aux objets sensibles, c'est-à-dire aux phénomènes manifestés sous des conditions d'espace et de temps, n'introduit pas plus de différence entre l'étendue et la durée, d'une part, et toutes les autres notions, d'une autre part, qu'il n'y en a, par exemple, entre une cause et un nombre, entre un nombre et une qualité. Chaque catégorie a sa forme propre et irréductible, et c'est cela même qui est une catégorie.

Vice de la division générale. — Le partage de la connaissance en trois branches, *sensibilité, entendement, raison,* est d'ailleurs mal fondé. La raison, c'est-à-dire, selon Kant, la *faculté de généraliser*, est une simple dépendance de la catégorie de qualité; c'est du moins ce que l'analyse exacte de celle-ci m'a fait voir; elle ne diffère donc pas essentiellement de l'entendement, dont les catégories sont les lois constitutives. L'entendement, à son tour, cette *faculté de grouper des perceptions sous certaines lois*, ne se sépare point de la sensibilité, *faculté passive d'acquérir des perceptions immédiates:* les phénomènes sentis ne sont pas sans activité dans la connaissance, ni les phénomènes pensés ne sont sans passiveté; les uns et les



autres se mêlent inextricablement ; le médiat et l'immédiat n'ont qu'une signification relative, et l'immédiat pur supprimerait la perception en identifiant ses deux termes (deux points géométriques qui se touchent, se confondent). On voit à quoi se réduit cette grande division.

Quoi qu'il en soit, la distinction du mode sensible et du mode intellectuel appartient à l'étude des catégories de causalité et de personnalité, et ainsi tout rentre dans le système unique des catégories, pourvu que ce système soit complet. Mais la personnalité n'est pas pour Kant une catégorie.

Pourquoi ? Est-ce que la loi de conscience n'est point une forme de nos jugements, tous et toujours nécessairement relatifs à la personne qui juge ? Est-ce parce que cette loi enveloppe d'une manière toutes les autres qu'il faut la tenir à part de celles-ci ? Mais il en est de même de la loi de relation, dont la généralité n'est pas moindre ; et la raison n'en est que plus forte de la compter, en la plaçant à son rang. Est-ce donc parce que la conscience est identique avec le philosophe et avec l'auteur qu'il serait interdit à ce dernier de lui faire une part dans un ouvrage qu'elle revendique tout entier ? L'objet de la critique est précisément d'étudier le *soi* comme autre que soi, et parmi les autres choses représentées.

Dès que la conscience ne paraît point à sa place entre les catégories, elle s'attribue une autre fonction dans le système, dont le caractère est dès lors profondément modifié. Le *soi*, qui n'est ni traité comme une loi



des phénomènes, ni analysé à l'instar de toutes les autres lois, s'impose à la connaissance sous un point de vue opposé, et y intervient au nom du *moi* du philosophe. De là cette division de la science par les facultés, abstractions dangereuses qui tendent à s'ériger en entités; de là cet idéalisme qui, pour être appelé *transcendantal*, n'en est pas moins un chemin conduisant à l'idéalisme *transcendant*, si vainement réfuté par Kant. La division des facultés est elle-même arbitraire. Kant n'y tient nul compte de la *volonté*, qu'il réserve pour la *raison pratique*, comme si la *raison théorétique* n'en usait pas, et comme si l'entendement sans volonté n'était pas une abstraction et se rencontrait jamais! Le principe des affections et des passions est également omis, jusque dans la raison pratique où il se montre confondu avec la volonté : c'était de tradition. Voilà comment la critique, au lieu d'analyser le *soi*, ensemble de phénomènes ou rapports régis par une loi spéciale, prend son point de départ dans le moi scolastiquement divisé, et n'obtient seulement pas le résultat que la méthode subjective permettait d'atteindre, une bonne théorie de la certitude.

Je passe à l'examen des catégories kantiennes de l'*entendement*, comprises sous ce tableau.



JUGEMENTS.		CATÉGORIES.
Généraux. Particuliers. Singuliers.	Quantité des jugements.	Unité. Pluralité. Totalité.
Affirmatifs. Négatifs. Indéfinis.	Qualité des jugements.	Réalité. Négation. Limitation.
Catégoriques. Hypothétiques. Disjonctifs.	Relation des jugements.	Inhérence (*substance* et *accident*). Dépendance (*cause* et *effet*). Communauté (*action* et *réaction*).
Problématiques. Assertoriques. Apodictiques.	Modalité des jugements.	Possibilité. — Impossibilité. Existence. — Non-existence. Nécessité. — Contingence.

Défauts de la classification des jugements. — Les scolastiques désignaient habituellement sous le nom de quantité et de qualité des jugements la propriété de ces derniers d'être universels ou spéciaux, d'une part, et affirmatifs ou négatifs, de l'autre. Ces définitions commodes, d'ailleurs sans valeur aucune, Kant les accepte comme caractérisant, l'une la véritable forme de la *quantité*, l'autre la véritable forme de la *qualité*. Cependant il n'y a pas identité entre le rapport d'affirmation ou de négation et le rapport de qualité: on peut toujours logiquement affirmer ou nier une qualité représentée relativement à quelque sujet; or le rapport de qualité réside dans cette représentation même, tandis que l'affirmation ou la négation s'appliquent aussi bien à de tout autres rapports. Quant à la forme de quantité, il est vrai qu'elle intervient dans la constitution des jugements comme universels ou particuliers, mais non pas d'une manière précise et spéciale (mode mathématique), au lieu que

la forme de qualité y intervient essentiellement, toute qualité étant genre, espèce ou différence, et réciproquement tout genre, toute espèce, toute différence pouvant être considérés comme qualités.

Kant fait, contre l'usage, une classe à part des jugements singuliers, une autre des jugements indéfinis. Il se fonde, quant à ceux-ci (ex. : *l'âme n'est pas mortelle*), sur ce qu'ils ne nient pas seulement mais affirment aussi quelque chose : d'où le concept de limite. Il ne s'aperçoit pas que toute affirmation nie et que toute négation affirme quelque chose ; on ne peut, en effet, poser ou supprimer un rapport sans que de cela seul on en supprime ou on en pose un autre : au vrai, tous les jugements sont limitatifs. Les jugements singuliers, c'est-à-dire ceux dont le sujet est par hypothèse un individu, ne diffèrent des autres qu'en ce que ce sujet n'est pas un genre et ne se divise pas en espèces, ce qui n'affecte en rien la forme d'une proposition où il tient lui-même la place d'une espèce. La nature individuelle ou collective du sujet concerne plutôt la *matière* que la *forme* du jugement, pour employer ici le langage de Kant ; et d'ailleurs les individus ne sont eux-mêmes pour la connaissance que des collections, des sortes de genres, où seulement nous n'avons pas à séparer les espèces composantes, que l'expérience montre toujours unies.

De la quantité et de la qualité des jugements Kant passe à leurs relations. Ici, il envisage tantôt un jugement unique (rapport du sujet au prédicat : jugement catégorique), tantôt plusieurs jugements (rapport du

principe à la conséquence : jugement hypothétique; rapport de la connaissance divisée à toutes les parties de la division : jugement disjonctif). Mais, où il y a pluralité de jugements liés, il y a jugement composé; ce ne sont plus alors les simples formes du jugement que nous étudions.

Le jugement catégorique, c'est-à-dire attributif, n'est pas une espèce de jugement, mais il est le jugement même, et ne diffère point de l'assertorique. A celui-ci on a tort d'opposer les propositions avancées comme nécessaires ou comme possibles : elles résultent, au fond, de deux autres propositions, l'une qui pose un rapport de sujet à prédicat, et c'est là le jugement catégorique, l'autre qui modifie ce rapport par un autre jugement tout aussi catégorique, savoir : *ceci est possible, ceci est nécessaire*.

Le jugement hypothétique (ex. : *si la somme de deux des angles d'un triangle égale un droit, ce triangle est rectangle*) est un jugement composé, comme je viens de le dire, ou même un raisonnement qu'il s'agirait seulement de développer. Mais, quel qu'il soit, voulons-nous le considérer du point de vue de l'hypothèse dont il est affecté? il ne différera nullement du jugement problématique que nous retrouvons plus loin : double emploi au tableau; voulons-nous n'y voir que le rapport du principe à la conséquence? le genre de dépendance ainsi défini ne nous donne pas le rapport spécial de cause à effet : une proposition de la forme : *ceci étant cela est*, ou se démontre par le principe de contradiction, ou n'est elle-même qu'un prin-

cipe synthétique, irréductible, qui ne se rapporte pas plus à la causalité qu'à telles autres catégories.

Le jugement disjonctif (ex. : *tout triangle est équilatéral, ou isoscèle ou scalène*) se ramène au principe de contradiction quand il est régulier, et constitue par suite un véritable raisonnement. En tout cas, l'*action* et la *réaction* ne peuvent s'envisager que symboliquement dans ces sortes de propositions. Kant se contente ici à peu de frais et avec des notions bien vagues. La réciprocité logique n'a rien de commun, au fond, avec celle qui lie l'*agent* et le *patient*, et ces dernières notions appartiennent, sans contredit, à la causalité.

La dernière classe du tableau contient le jugement de modalité. Tout d'abord, il est facile de voir que le mode assertorique est une répétition du mode catégorique (ou jugement en général), auquel il n'ajoute rien. Restent les modes apodictique et problématique, de nécessité et de possibilité. La nécessité, je l'ai montré ailleurs, a deux sens : un sens primitif, *l'être de ce qui est en tant qu'il est ;* un sens dérivé, tout différent d'ailleurs, *l'effet d'une cause donnée :* le premier n'apporte pas un élément nouveau à la proposition catégorique, toujours nécessaire pour autant que vraie, soit qu'elle énonce un fait pris pour immédiatement réel, soit qu'elle se réduise à quelque autre proposition par le principe d'identité ; le second ajoute au jugement auquel il s'applique, un jugement accessoire qui déclare que le rapport du sujet au prédicat, ci-devant envisagé, rentre dans la loi de causalité. Or, il

ne se rencontre pas en tout cela de jugement spécial de nécessité. Si maintenant nous passons à la possibilité, nous trouvons encore deux sens de ce mot : l'un relatif à l'ignorance de ce qui est, *le doute par rapport à une proposition que nous ne regardons ni comme immédiatement vraie, ni comme prouvée, et qui n'implique pas contradiction en elle-même;* l'autre relatif à la cause libre, à *la puissance ambiguë de plusieurs phénomènes qui s'excluent mutuellement :* suivant celui-là, nous nous représentons l'énoncé d'une proposition catégorique, puis nous portons d'autres jugements, savoir, cette proposition n'est pas contradictoire, elle n'est pas prouvée, etc.; il y a donc plusieurs actes, et de jugement propre de possibilité, point; suivant celui-ci, après nous être représenté un certain rapport, nous jugeons, et que ce rapport est en puissance dans une cause donnée, et qu'un autre rapport, exclusif du premier, est en puissance dans la même cause etc.; donc, ici encore, le jugement de possibilité résulte de la composition de plusieurs jugements.

Kant n'a pas fait ces distinctions essentielles, et l'imperfection de son analyse est telle en ce qui touche les jugements modaux, que, les acceptant comme les lui transmettaient des logiciens qui ne se proposaient pas le même objet que lui, il laisse dans la plus complète obscurité les concepts de *nécessaire* et de *possible.* Il déduit l'impossible et le contingent l'un de la négation du possible, l'autre de la négation du nécessaire, et il ne remarque pas que l'impossibilité rentre

dans la nécessité, et que la possibilité comprend la contingence.

J'ajouterai quelques mots sur les catégories elles-mêmes, indépendamment de leur prétendu mode de déduction par les formes du jugement.

Quantité. — Kant n'éclaircit pas bien le concept de nombre, et cela tient à ce qu'il prend pour types du *quantum* l'universalité et la particularité, notions surtout qualitatives, et où la détermination numérique est toujours vague. Au demeurant, cette catégorie est bien présentée et distribuée en ses trois modes. Kant a découvert la véritable forme, introduite depuis par Hegel dans un système si différent d'ailleurs. Il a reconnu que les concepts se formaient par thèse, antithèse et synthèse, et c'est un point de la plus haute importance acquis désormais à l'analyse.

Qualité. — L'*affirmation*, la *négation*, la *limitation* se rencontrent, convenablement diversifiées, dans toutes les catégories. S'agit-il de la quantité, ces trois formes apparaissent dans la pluralité, l'unité et le nombre; s'agit-il de la qualité, elles deviennent genre, différence, espèce. La *réalité* n'est point donnée par l'affirmation, comme le pense Kant, mais partout et toujours par la détermination d'un rapport, c'est-à-dire par la limitation. Quand ce rapport a forme de qualité, c'est l'espèce, c'est-à-dire tout ce qu'il y a d'intelligible dans l'*inhérence* de Kant et dans la *substance* de tous les philosophes.

Relation. — On ne s'explique pas que Kant ait borné la relation à ces tr[illegible] *[illegible]hérence, dépen-*

dance, réciprocité. Qu'y a-t-il donc de plus que des rapports dans les quantités ou qualités déterminées, dans les notions modales? Mais passons. L'*inhérence* est toujours une détermination de qualité ; or, la différence, le genre et l'espèce sont tout ce que cet ordre enferme de positif. La *dépendance* ou *causalité* est un rapport, et Kant le reconnaît, mais qui se distingue assez de tous les autres pour former une catégorie à part. Enfin, la *réciprocité* est visiblement une notion composée qui s'attache à la causalité, et n'est pas moins applicable à d'autres genres de rapports ; dans le sens du jugement disjonctif, on ne saurait y voir qu'une application du principe d'identité (A est B ou non B), lequel n'est pas une catégorie spéciale, mais bien la loi constitutive de la relation ou catégorie des catégories. Aussi Kant est-il fort obscur quand il prétend faire voir que la *réciprocité* est synthèse de l'*inhérence* et de la *dépendance*, comme le tout est synthèse du multiple et de l'un.

Modalité. — Le mode d'*existence* appartient à toutes les catégories et se confond avec la relation en général, ou plus déterminément, dans la proposition, avec le mode d'inhérence. Quant aux modes de *nécessité* et de *possibilité*, en un sens ils rentrent dans la causalité (acte et puissance); en un autre, ils s'expliquent par l'analyse de la relation en général, car le premier s'entend du donné, du posé, et par suite du déduit analytiquement; le second dépend de l'ignorance et de l'hypothèse.

Lacunes. — Après cette critique, il ne subsiste

que peu d'éléments de la table des catégories de Kant, encore doivent-ils être refondus. Il serait donc inutile de se livrer à l'examen des *schèmes* et de tous autres développements ou combinaisons des formes fondamentales de la connaissance. Mais les lacunes sont bonnes à signaler.

La plus importante est celle de la *conscience*. J'ai déjà montré la raison et les conséquences d'une omission si grave. Kant ne compte pas non plus la *finalité* parmi les catégories. La loi de fin n'est pourtant pas moins essentielle à la constitution de l'esprit humain que la loi de cause, et Kant ne nie point cela, mais il jette les fins hors de la *raison théorétique*, par une suite de cette division arbitraire des puissances de la connaissance qui a si souvent induit en erreur les philosophes. Comme si l'homme, qui introduit la considération de finalité dans tous ses actes et l'applique à diriger tous ses jugements, n'était pas dans une parfaite unité avec l'homme qui envisage une cause ou une qualité! La confusion qui règne dans les ouvrages de Kant est en grande partie l'effet de l'abus des divisions. On pourrait même accuser de puérilité la philosophie qui établit au nom d'une faculté des vérités bannies au nom d'une autre, si, cependant, cette méthode vicieuse n'avait fait obtenir une analyse plus approfondie des conditions de la connaissance. Le génie de Kant apparaît dans des proportions très vastes à quiconque se fait l'idée des obstacles que la tradition philosophique avait semés sur s[illegible] [illegible]re lesquels il n'a cessé de lutter cont[illegible] [illegible] se

débattre, et dont il a presque triomphé en les respectant.

La causalité et la finalité sont des catégories dont les notions fondamentales se forment à la manière des autres, comme la quantité et comme la qualité notamment, par thèse, antithèse et synthèse. Il en est de même du devenir, qui n'est point une des catégories de Kant, quoique essentiel à la représentation et impliqué dans tout jugement, puisque tout jugement, pour être nommé tel, doit se produire. « Le changement fait partie des prédicaments de modalité, » nous dit brièvement le philosophe. Mais ce n'est ni à la *nécessité*, ni à l'*existence* que nous pouvons le rapporter; c'est donc à la *possibilité*, et cela non dans le sens de l'ignorance, mais dans le sens du pouvoir être de ce qui n'est pas maintenant. Or, il n'est pas facile de voir comment le devenir dérive du pouvoir. Tout au contraire, c'est le pouvoir qui suppose un devenir, sans lequel il n'aurait rien de réel, et qui, en le supposant, s'adjoint un autre élément, l'acte, d'où *l'acte de la puissance*. Cette synthèse est nouvelle, et c'est pourquoi après la catégorie du devenir paraît celle de la causalité, qui s'y lie intimement, mais qui en est distincte. S'il suffisait de signaler un rapport profond, général, habituel, entre deux notions, pour être autorisé à les réduire l'une à l'autre, pas une catégorie ne se maintiendrait. Il faut encore s'assurer du sens dans lequel se fait le développement de la pensée, et sonder des intervalles qui, pour simples qu'ils paraissent, et très naturellement franchis, n'en exigent que plus souvent

de véritables jugements synthétiques. Tel est celui-ci : *ce qui devient était possible*, proposition identique avec le principe de causalité et dont la réciproque universelle est au moins douteuse en pure logique.

Les défauts du système de Kant sont graves et nombreux. Mais ce philosophe, le dernier des philosophes, le premier des critiques, a mis en lumière la forme des lois irréductibles de la connaissance, la forme ternaire. De plus, il a parfaitement défini la nature et l'objet des catégories, lois et règles *à priori* de la représentation, formes constamment affectées par la matière de la connaissance, par les phénomènes. S'il laisse encore à désirer sur ce point, et Hegel après lui, plus que lui, c'est que, aveuglé par le rationalisme dogmatique qu'il combat et qui pourtant le maîtrise, il attribue à ces règles, à ces formes, à ces lois, je ne sais quoi d'absolu et de tout autre que les phénomènes. La critique, dégagée des traditions ontologiques, n'y verra que des phénomènes encore, mais constants et généraux, des rapports abstraits de tous les autres mais les enveloppant, et qu'il s'agit uniquement de constater.

Hegel entendit les catégories tout autrement. La question ne fut pas pour lui de tracer des lois dont l'expérience seule donne la matière et le contenu, mais bien de dérouler le tableau de l'expérience elle-même, les moments et les phases du monde et de tous les êtres possibles, par la simple exhibition de la chaîne évolutoire des idées dans la connaissance. Hegel se proposait de mettre fin aux discussions des philosophes et

de fonder la science absolue et définitive sur les ruines de la critique elle-même, en supprimant le *dualisme*, cause de tout le mal. Or, ce dualisme universellement admis, qu'il rejetait, n'est autre chose que la distinction entre ces deux sortes de connaissances, la connaissance possible, réalisée ou non dans le sein de quelque être supérieur, et celle que je peux maintenant, moi, philosophe, ou tout autre, atteindre et posséder. Il y a là tout d'abord une scission bien violente avec le sens commun, le sens populaire; comment la justifier? Sans doute des représentations sont données dans l'homme, et nous n'avons rien à supposer hors de la représentation; je l'admets; mais toute la représentation possible est-elle ainsi donnée? Hegel l'affirme, hypothèse énorme et à jamais invérifiable par les faits, hypothèse indémontrable en vertu de sa nature même : prouve-t-on le non-être de ce qu'on ignore? On ignore, et c'est tout.

En posant ces propositions, *la pensée est l'essence, le réel est identique avec l'idéel*, Hegel implique, et ne peut faire autrement, la distinction des deux termes opposés de la représentation, le représentatif et le représenté ; mais c'est pour les assumer tous deux dans le premier. Son *identité* n'est pas union, mais identité pure, au sens mathématique : au lieu de donner le phénomène, elle le supprime. Il est vrai que toute cette méthode roule sur le *poser* et le *supprimer*, associés dans un terme synthétique ; mais alors attachons-nous à la synthèse ; évitons de faire pivoter notre construction sur la thèse séparée de l'idéel et de présenter le

monde comme un produit des évolutions de l'idée; occupons-nous des rapports de tout genre, soit possibles, soit donnés, et non de la seule pensée générale et formelle qui, même en les embrassant, ne les donne pas.

Le monde, ainsi présenté comme le système des déterminations de la pensée, est, à bien dire, un ensemble de termes généraux. Mais est-ce là le monde vivant? Ce système n'est rien, on l'avoue, si on le sépare des déterminations particulières. Il n'y manque donc que l'expérience, les phénomènes, les rapports spéciaux et individuels, les faits! Il faut demander au philosophe de vouloir bien construire sous nos yeux un animal véritable, ou quoi que ce soit, un simple fétu de paille propre à tomber sous l'observation. Nous conviendrons alors que Hegel a pu vraiment faire le monde, le tirer de l'absolu et l'y faire rentrer.

L'absolu, l'infini et la substance reparaissent dans cette doctrine avec autant d'éclat que si jamais critique n'eût existé. Et cependant Hegel croit remettre en honneur les phénomènes. Il reproche à Kant de les avoir pris pour des ombres sans réalité; mais lui-même il les traite de reflets imparfaits. Il admet une substance qui va se réfléchissant de forme en forme dans le monde fini, phénoménal, et qui s'épuise dans cette irradiation. Je n'ajouterai rien touchant les idoles d'infini et de substance dont j'ai assez parlé dans cet *Essai*. Hegel en sentait la contradiction et la vanité; aussi s'efforçait-il de les supprimer en les posant, et le même homme qui prodiguait les images orientales pour

obtenir sa représentation cosmogonique ne craignait pas, d'autre part, de réduire toute existence réelle aux rapports et au devenir. Il prétendait se soustraire aux alternatives que le principe de contradiction exige, à celle du fini et de l'infini par exemple, et créait pour cela de certaines tierces notions on ne peut plus chimériques. En effet, comment échapper à ce dilemme: *Ou le tout numérique des phénomènes est déterminé, ou il ne l'est pas; les choses données forment un nombre ou ne forment pas un nombre?*

A l'hypothèse de l'unité du monde et de la connaissance, unité devenue conscience dans le moi du philosophe, Hegel en joignit une autre qui en est le complément naturel, celle de l'enchaînement nécessaire de tous les moments de l'idée. La démonstration de l'existence d'une loi unique enveloppant et déterminant les phénomènes se trouvait pour lui dans l'exposition de cette loi même, c'est-à-dire dans le système de sa *logique* posé en fait et valant par sa propre force. Il ne restait plus qu'une difficulté : faire accepter le système.

Je n'entreprendrai pas ici la critique, même sommaire, de cette logique, œuvre subtile et pénible, où une grande puissance d'analyse se joint à des tours d'escamotage palpables. Je n'ai dû consacrer cette note qu'aux travaux qui intéressent directement mon œuvre. J'ai omis aussi les catégories cosmologiques des écoles de l'Inde, parce qu'elles me semblent appartenir à l'histoire des doctrines plutôt qu'à celle de la science et de la véritable méthode.

APPENDICE II.

(Renvoi de la page 120.)

De la loi de génération des fonctions numériques et du sens général de ces fonctions.

1. FONCTIONS ABSTRAITES DIRECTES.

Tous les rapports que des nombres peuvent avoir, entre eux sont du genre de celui que tous les nombres ont avec l'unité : rapport de composition, rapport du tout à ses parties. Aussi les relations numériques rentrent toutes dans la plus simple d'entre elles, l'*addition*, qui, elle-même, se réduit à la composition des unités ; et cela doit être, car rien de plus ne nous est donné dans la représentation du nombre.

Une relation entre deux nombres consiste primitivement en ce que l'un se compose d'un certain nombre de fois l'unité, et l'autre d'un certain autre nombre de fois, et cette formule ne nous apprend rien. Mais exprimons la même relation en posant que la somme de ces deux nombres est un troisième nombre ; nous obtiendrons alors une formule féconde, parce que les deux premiers nombres étant déterminés, quels qu'ils soient, le troisième se trouvera déterminé pareillement, et aussi parce que de semblables relations entre

tant de nombres qu'on veut se laissent toujours ramener à la relation de trois nombres.

La formule symbolique de cette relation est : $x + y = z$, dont voici le sens :

x, y et z sont les symboles de nombres, deux desquels étant *variables*, ou déterminables arbitrairement comme parties, le troisième est déterminé par là même comme somme. Un symbole n'est rien de plus ici que le signe qui représente un nombre quelconque.

Le *signe positif* est le symbole spécial de la composition des unités, appliqué à deux nombres dont les unités sont jointes.

Le *signe d'égalité* exprime l'identité de deux nombres obtenus par des voies différentes, savoir, 1° au moyen de la composition des unités de divers autres nombres (deux dans le cas présent), 2° au moyen de la composition directe des unités. Ce signe fondamental des spéculations mathématiques implique donc identité et distinction, selon le point de vue. Il peut s'étendre à deux nombres obtenus par des procédés quelconques, et alors un troisième nombre se trouve sous-entendu : c'est celui qui, formé directement, serait identique avec le premier et avec le second tout à la fois. Tel est le sens général d'une *équation* : $A = B$.

Kant a commis une erreur manifeste en signalant dans la relation : $x + y = z$, un jugement synthétique. Une proposition telle que celle-ci : *cinq et sept font douze*, qu'il prend pour exemple, se démontre aisément dans un système donné de numération, soit le

système binaire (101 + 111 = 1100). Or l'établissement de ce système, et l'addition que j'effectue ici selon ses règles, supposent ce seul principe: *ajouter deux unités à un nombre, c'est ajouter à ce nombre une unité et puis une autre unité ;* et ce principe est lui-même analytique, puisqu'il se trouve identiquement contenu dans la définition du nombre. L'intuition directe et immédiate des nombres dont se réclame Kant, et qu'il lui plaît de considérer à part de leur génération, est une synthèse obscure qui n'arrive à quelque précision que par l'analyse; or l'analyse du nombre ne peut être que l'explication de la composition des unités.

Il faut voir maintenant comment d'autres fonctions numériques dérivent de la première et de la plus simple.

Supposons que dans la relation : $x + y = z$, le nombre y soit lui-même une somme, $x + s$, dans laquelle s est une somme, $x + t$, dans laquelle t est une somme, $x + u$, ..., jusqu'à une dernière somme $x + x$. Cette supposition nous conduit à une fonction, cas particulier de la précédente que l'on est convenu d'écrire d'une manière générale: $xy = z$. Le nombre y exprime ici tout autre chose que dans la première fonction, à savoir, le nombre de fois que le nombre x est répété pour *produire* le nombre z.

Attachons-nous à cette nouvelle fonction, et supposons que, dans $xy = z$, le nombre y soit un produit xs, dans lequel s est un produit xt, dans lequel t est un produit xu, ..., jusqu'à un dernier produit xx. Nous

distinguons alors, comme cas particulier de la fonction de *production*, la fonction *puissance* qu'on est convenu d'écrire d'une manière générale: $x^y = z$. Le nombre y exprime maintenant le nombre de fois que x est pris comme facteur pour donner la puissance z.

Pour continuer ce genre de déductions, nous supposerons, dans la fonction $x^y = z$, le nombre y égal à x^s, puis $s = x^t$,..., jusqu'à une dernière puissance x^r, et nous arriverons à une fonction exponentielle, soit $x^{(y)} = z$, dans laquelle y représentera, par exemple, le nombre de fois plus un que x figure successivement comme exposant.

Enfin, toute fonction, $f(x,y)$, peut conduire à une fonction nouvelle dont la formule générale est:

$$f(x,f(x,f(x,f(x,f\ldots f(x,f(x,x))\ldots)))) = \varphi(x,y) = z,$$

x étant un nombre variable, arbitraire, et y le nombre de fois que x figure dans la composition indiquée par le signe f (nombre égal à celui des parenthèses finales plus un, et seconde variable indépendante de la nouvelle fonction).

On voit que les fonctions dites primitives ou simples sont en réalité des fonctions de fonctions, et qu'il n'existe qu'une seule fonction numérique radicale, la sommation.

Ces fonctions dérivées sont en nombre indéfini par le fait même du mode général de dérivation qui les lie. Toutefois, la spéculation mathématique ne s'est appliquée jusqu'ici qu'aux deux premières et à des cas particuliers de la troisième. J'ignore si la considéra-

tion générale de cette dernière et des suivantes présenterait une grande utilité; mais des recherches dans cette direction valent, je crois, la peine d'être tentées. Il y a lieu de se demander tout d'abord si les nouvelles fonctions sont propres à la représentation des grandeurs continues, et possèdent pour cela des propriétés analogues à celles d'un *produit* ou d'une *puissance*. Cette question dépend de la considération des fonctions inverses.

Remarquons encore que le mode de dérivation des fonctions usuelles est un cas particulier de celui que j'énoncerais ainsi: substituer à la variable y d'une fonction connue, $f(x,y)$, une fonction quelconque également connue, $\varphi(x,t)$; substituer à t une autre fonction, $\psi(x,u)$, ... jusqu'à une dernière fonction $\omega(x,x)$. Mais la supposition $f=\varphi=\psi=\ldots=\omega$ est la plus naturelle en ce que nous partons d'une fonction unique primitivement donnée.

2. DÉFINITIONS DE L'ALGÈBRE ET DE L'ARITHMÉTIQUE.

Jusqu'ici les fonctions nous apparaissent comme des termes de la série indéfinie des nombres, termes plus ou moins espacés dans cette série et composés par la sommation ou par les modes qui en dérivent, au moyen de certains autres nombres variables. Il faut généraliser cette conception.

Considérons spécialement les trois premières relations:

$$x+y=z,\quad xy=z,\quad x^y=z.$$

Il est clair que nous pouvons supposer un nombre indéfini de nombres différents propres à satisfaire à ces relations en se substituant par groupes ternaires aux symboles x, y et z, puisque des nombres quelconques étant pris pour x et y, certains nombres correspondants se trouveront par là même déterminés pour z.

Cela posé, l'étude de ces relations a deux marches à suivre.

On se propose l'analyse des fonctions en elles-mêmes, des conséquences qu'elles renferment, des transformations qu'elles comportent, des lois de leurs combinaisons mutuelles. Les nombres et leurs relations définies sont et demeurent exprimés par des signes généraux, par des symboles. On admet alors implicitement que les nombres supposés sous les signes sont propres à vérifier les relations exprimées, ce qui n'aurait pas toujours lieu s'ils étaient déterminés d'une manière arbitraire: cette analyse est l'*algèbre*.

On se propose la réalisation numérique des fonctions dont les éléments sont eux-mêmes donnés numériquement. Ce problème, dont l'*arithmétique* est la solution, peut s'étendre jusqu'aux fonctions qui se déduisent des premières. Il présente alors des cas relativement plus difficiles et des cas impossibles, comme nous l'allons voir. Mais la détermination arithmétique des fonctions directes est toujours réalisable, et les manières d'opérer se ramènent simplement à la numération, c'est-à-dire au système adopté quelconque qui répond à la question suivante: *Un nombre étant*

donné, écrire un autre nombre plus grand que le premier d'une ou de plusieurs unités en nombre déterminé.

Le problème général de l'algèbre peut encore s'énoncer ainsi :

Une ou plusieurs relations étant données entre des quantités représentées par des signes (abstraits et généraux), *déterminer de nouvelles relations telles qu'une ou plusieurs de ces quantités s'y trouvent exprimées en fonction des autres.* Ou encore : *déterminer d'une manière générale les variations de certains nombres correspondantes à celles de certains autres nombres qui leur sont liés par des relations quelconques définies et données.*

Les applications de l'algèbre à l'étude de la nature dépendent de ce fait primordial : que les phénomènes apparaissent comme quantités qui sont fonctions les unes des autres, où dont les variations sont régulièrement liées.

3. FONCTIONS ABSTRAITES INVERSES.

Sur ce qui précède, il est aisé de comprendre comment se généralisent les fonctions élémentaires ci-dessus exposées :

$$x+y=z, \quad xy=z, \quad x^y=z.$$

Au lieu d'y considérer x et y comme arbitrairement variables, et z comme déterminé en conséquence, on peut supposer donnés, soit z et y, soit z et x, et se proposer de déterminer la valeur correspondante de

x, ou celle de y. De là proviennent les fonctions inverses que je ne m'arrêterai pas à définir, et dont les notations convenues sont :

$$\left.\begin{array}{l} x = z - y \\ y = z - x \end{array}\right\} \text{identiques quant au sens général.} \qquad \left.\begin{array}{l} x = \dfrac{z}{y} \\ y = \dfrac{z}{x} \end{array}\right\} \text{identiques quant au sens général.}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = \sqrt[y]{z} \\ y = \dfrac{\log z}{\log x} \end{array}\right\} \text{diverses.}$$

Ces fonctions n'ont pas moins d'étendue que les précédentes, car elles les suivent toujours nécessairement. Mais si on les envisage en elles-mêmes, on reconnaît un fait nouveau : c'est que le problème de déterminer x ou y, lorsque z et y, ou z et x, sont assignés numériquement, n'est soluble que dans certains cas très particuliers. Au point de vue de la pure algèbre, ou des relations universellement exprimées, on ne trouve point ici d'obstacles, car les valeurs numériques n'étant alors que supposées, sans détermination aucune, il suffit de se réserver d'avoir égard à leurs conditions respectives de possibilité, au moment où il serait question de les déterminer; jusque-là, le calcul opère sur des faits logiques et des matériaux abstraits, pour construire une sorte de grammaire générale des nombres. Il n'en est pas de même au point de vue arithmétique ou des vérifications pour ainsi dire individuelles des relations. Là se présentent les

résultats négatifs, les résultats fractionnaires, les résultats incommensurables, tous également impossibles ou absurdes, et qui répondent à des problèmes insolubles comme étant dénués de sens, s'il s'agit simplement de déterminer des nombres. En effet, la partie d'une somme qui contiendrait moins d'unités que cette même partie, ou le quotient d'un nombre par un autre qui n'est pas sous-multiple du premier, ou la racine de quelque degré d'un nombre qui n'est point une puissance de ce même degré, sont des chimères inintelligibles.

Mais ces mêmes résultats obtiennent un sens en tant que solutions de problèmes concrets et comme symboles de certaines relations numériques envisagées dans la grandeur continue. Je donnerai le principe de cette interprétation sous les rubriques *théorie des valeurs négatives, théorie de l'indéfini.* On verra qu'il arrive alors non que la signification du mot *nombre* s'étende, ce qui n'est pas possible, mais que les fonctions inverses s'élèvent à une entière généralité pour l'expression des rapports arithmétiques des parties du continu. L'unité devient une quantité concrète indéfiniment divisible. Les symboles représentent des quantités du même genre, et comptées, s'il s'agit de l'espace ou du temps, par exemple, à partir d'une certaine origine arbitraire. La réalisation numérique des rapports exprimés peut, enfin, n'exister qu'en puissance et n'être assignable qu'approximativement ; mais c'est à tel degré d'approximation que l'on veut.

Lors donc que l'on fait usage, dans la théorie pure,

des termes convenus : *nombres négatifs, nombres fractionnaires, nombres incommensurables*, et des signes écrits correspondants, tels que $-a$, $\frac{1}{a}$, il est nécessaire de bien savoir : 1° que pris séparément ou comme relations simples, ils n'ont aucun sens; 2° que cependant $-a$ et $\frac{1}{a}$ peuvent exprimer symboliquement des relations qui, démêlées ou approfondies, se trouvent être de la forme $(A+a)-a$, $\frac{1}{a}Aa$; 3° que ces sortes de relations se rencontrent dans l'ordre des grandeurs continues; 4° que la continuité permet aussi d'assigner des valeurs numériques de a et de b propres à satisfaire à une relation telle que $\left(\frac{a}{b}\right)^m = A$, quels que soient m et A, sous la réserve d'une différence indéfiniment et arbitrairement réductible.

Par suite de la généralisation des fonctions inverses, les fonctions directes elles-mêmes s'étendent; et leur sens primitif, le sens proprement numérique, n'est plus qu'un cas très particulier de leur signification totale. Celle-ci s'obtient en considérant comme substituables aux symboles des nombres ceux des parties quelconques, mesurées, de la grandeur indéfinie et continue. Mais il faut que cette substitution se comprenne.

Elle se comprend en effet dans les fonctions élémentaires *somme, produit* et *puissance*, dont toutes les variables indifféremment peuvent être des fractions. Et, par exemple, les exposants fractionnaires

ont un sens pour le calcul à cause de la relation $\sqrt[s]{x^t} = x^{\frac{t}{s}}$, vérifiée quels que soient s et t. Il en est de même des exposants de la forme $t-s$, à cause de cette autre relation $\frac{x^t}{x^s} = x^{t-s}$. (Voyez Appendice IV, 7, et V, 1.)

De cette généralité des premières fonctions proviennent leur importance et le grand rôle qu'elles jouent dans les applications. Si nous revenons maintenant à la série des fonctions déduites les unes des autres par la loi exposée ci-dessus, une question s'élève : Est-il permis de supposer à ces fonctions, au delà de la puissance, des exposants autres que numériques (nombres entiers)? En d'autres termes, les nouvelles fonctions, ou du moins quelques-unes d'entre elles, les premières, jouissent-elles, quant à leurs exposants, de propriétés analogues à celle que possède la fonction puissance? S'il en est ainsi, le nombre des fonctions assimilables en tout aux premières, ou s'étend, ou devient même indéfini. Dans le cas contraire, nous pourrons, à la vérité, faire entrer les nouveaux exposants dans telles relations algébriques qu'il nous plaira ; nous ne déduirons de la considération simultanée de ces relations que d'autres relations également vraies : nous ne sortirons pas de la grammaire du calcul, et nous n'établirons que la liaison des signes ; mais nos opérations n'auront peut-être de signification arithmétique ou géométrique que dans des cas très particuliers. On se demande donc si les fonctions abstraites qui suivent la simple puissance, et qui tiennent

à celle-ci par la même loi que celle-ci tient au simple produit, souffrent pour toutes leurs variables des quantités continues quelconques, et présentent, par suite, une véritable utilité pour l'étude de la nature; ou si elles n'admettent généralement que des valeurs discrètes.

La solution de cette question intéresse tout au moins la méthode et l'organisation des mathématiques pures, et, à ce titre, mériterait l'attention des géomètres. Mais les trois premières fonctions sont les seules jusqu'ici dont on connaisse bien les relations, soit entre elles, soit avec les lois fondamentales de l'ordre concret. Certains cas particuliers de la quatrième ont seuls été étudiés.

Pour l'éclaircissement de ce desideratum mathématique, je crois devoir placer ici quelques formules générales auxquelles donne lieu la considération de la quatrième fonction. J'adopterai, pour abréger, les notations :

$$x^{x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}} \text{ (}y\text{ fois)} = x^{(y)} = z; \quad \log\log\log \ldots \text{ (}y\text{ fois) } z = \log^{(y)} z.$$

Si nous prenons x pour la base d'un système de logarithmes, nous aurons :

$\log^{(1)} x^{(y)} = x^{(y-1)} \log x = x^{(y-1)}$;

$\log^{(2)} x^{(y)} = x^{(y-2)} \log x = x^{(y-2)}$; et généralement

$\log^{(n)} x^{(y)} = x^{(y-n)}$, et enfin $\log^{(y-1)} x^{(y)} = x$.

Il s'ensuit de là que les trois problèmes fondamentaux qui se posent dans la nouvelle fonction peuvent s'énoncer ainsi :

1° Étant donnés z et y, déterminer x, c'est trouver la base d'un système de logarithmes dans lequel, prenant un nombre donné de fois le logarithme du logarithme d'un nombre donné, on obtient pour résultat cette même base.

2° Étant donnés z et x, déterminer y, c'est trouver le nombre de fois qu'on doit prendre le logarithme du logarithme d'un nombre donné, pour obtenir un autre nombre donné qui est la base du système.

3° Étant donnés x et y, pour déterminer z (et c'est ici le problème direct, toujours soluble), on serait conduit par la même méthode à prendre, dans le système dont la base est x, le nombre dont x même est le logarithme, puis le nombre dont ce nombre est le logarithme, etc., et cela $y - 1$ fois.

Le nouvel exposant y marque donc le nombre de fois plus une que le logarithme est pris dans la fonction. On pourrait le nommer, sauf la bizarrerie du mot, *logarithmarithme*, non plus *qui numerat rationem*, mais bien *qui numerat logarithmos*.

4. FONCTIONS CONCRÈTES.

Le caractère des fonctions abstraites est de se ramener toutes à la loi unique de sommation, soit par ordre direct, soit par ordre inverse de formation, et soit d'ailleurs que la détermination des variables dépendantes, dans les cas particuliers, s'opère exactement ou avec une approximation indéfinie par la substitution d'une quantité divisible et continue à la simple unité de nombre.

Les fonctions concrètes sont indépendantes les unes des autres quant à leur origine, et leur nombre est illimité. Dans un système d'étendue figurée, par exemple, tout mode défini de dépendance de certains éléments variables, par rapport à certains autres, constitue une fonction spéciale. On peut traiter cette fonction par les procédés propres à la géométrie, et en découvrir ainsi les propriétés. Mais si l'on considère les relations numériques des quantités comparées à leurs unités, on est conduit à représenter la fonction concrète par une fonction abstraite, et à étudier celle-là dans celle-ci. La méthode générale de cette réduction fut créée par Descartes et étendue par Leibniz et Newton. Ainsi, la distinction des deux sortes de fonctions semble s'effacer au fond. Toutefois, des fonctions concrètes très simples ne peuvent être exprimées abstraitement qu'au moyen de symboles *infinitésimaux* ou *imaginaires* représentant des séries indéfinies. Les fonctions circulaires sont dans ce cas.

5. PRINCIPE D'HOMOGÉNÉITÉ.

Attacher un sens concret à une fonction abstraite, c'est considérer les nombres symboliques de celle-ci comme représentant les rapports à leurs unités respectives de certaines quantités concrètes dont on fixe la nature ; et c'est de plus assigner les unités qui servent à réduire ces quantités en nombres. Un principe général peut être posé à ce sujet : *La relation quelle qu'elle soit ne sera point troublée si une ou plusieurs des unités arbitraires qui y entrent sont changées.* Ce

principe est incontestable, pourvu que les unités soient vraiment arbitraires. Mais aussi n'énonce-t-il alors qu'une vérité identique et inutile. Comment les unités peuvent-elles être arbitraires, et dans quel cas? C'est ce qu'il est intéressant à rechercher.

Des quantités données de même nature entrent de plusieurs manières dans le calcul. La plus élémentaire, et la seule directe, a lieu quand on prend pour unité une quantité déterminée de la nature de celles qui sont proposées, laquelle étant doublée, triplée, etc., fournit précisément une quantité double, triple, etc., de l'espèce voulue. D'autres fois, on substitue à un ordre un autre ordre de quantités, mais tellement choisies qu'elles varient toujours en même rapport que les proposées, auxquelles elles correspondent, de sorte que les nombres des unes font connaître les nombres des autres et en suppléent l'emploi. Enfin, il suffit qu'une quantité croisse ou décroisse suivant une loi déterminée, pour que les nombres qu'elle donne puissent devenir d'un usage régulier dans le calcul, au lieu de ceux que donne une autre quantité qui, suivant sa loi propre, passe par autant d'états particuliers et distincts correspondants à ceux de la première. Je citerai pour exemple la triple évaluation de l'angle obtenue : 1° par son rapport à son unité; 2° par la mesure d'un arc corrélatif; 3° par celle d'une ligne trigonométrique.

En général, tout concret peut suppléer dans les applications de l'algèbre un autre concret dont il est fonction, si seulement la fonction est connue, et,

pour la pratique, réduite en tables. Mais parce que des systèmes de grandeurs peuvent ainsi se substituer à d'autres systèmes, il ne faudrait pas croire que le calcul établit des relations directes entre des quantités de nature différente, ou quelles que soient les unités de celles-ci. Au contraire, c'est l'impossibilité de lier par des fonctions abstraites les nombres concrets les premiers venus, quoique réciproquement dépendants, qui oblige à introduire dans les équations, au lieu des quantités qu'on a en vue, celles qui s'y rattachent suivant un mode connu, mais qui se calculent par d'autres unités. On dira, dans le sens concret, que tel côté d'un triangle est fonction d'un autre côté et des deux angles adjacents à ce dernier : cela se voit par la superposition ; mais il ne s'ensuit pas que, prenant pour représenter les angles d'une part, pour représenter les côtés d'autre part, des quantités de ces deux genres, évaluées au moyen d'unités respectivement appropriées mais indépendantes l'une de l'autre, on pourra construire une formule propre à la détermination mutuelle des nombres variables de la fonction. Autant vaudrait se proposer de comparer directement n mètres avec p angles droits, par exemple. Une équation s'établit entre des nombres. Comme ces nombres sont formés d'une seule unité abstraite, de même aussi leur fonction mutuelle, en tant que concrets, veut qu'ils se trouvent liés de manière à dépendre d'une même quantité, d'une même unité concrète. Il en est ainsi au fond, et nonobstant l'apparence contraire, dans toute équation dont les nombres ne sont pas de simples



rapports, mais varient avec certaines quantités prises pour unités. Des grandeurs qui ne reconnaîtraient point un même principe de mesure, une unité commune de quelque manière, n'auraient non plus rien de commun et ne seraient pas mutuellement déterminables en nombres.

Ainsi, les équations où figurent des surfaces, des volumes, ne renferment, au fond, que des lignes; et de telles équations sont possibles, parce que la quantité surface ou volume dépend d'une corrélation établie entre l'unité de chacun de ces genres et l'unité linéaire. En effet, P et P′ étant deux parallélipipèdes à mesurer, a, b, c, a', b', c', leurs arêtes respectives, on partira de la proportion démontrée par des considérations géométriques :

$$\frac{P}{P'}=\frac{abc}{a'b'c'}.$$

Cela posé, prenons P′ pour unité de volume ; le parallélipipède quelconque P sera donné de quantité par le produit correspondant abc, quelle que soit l'unité linéaire au moyen de laquelle a, b et c deviennent des nombres, pourvu qu'on divise ce produit par le facteur constant $a'b'c'$. Mais ce dernier varie aussi avec l'unité linéaire. Donc la condition à remplir pour la mesure de P, et pour son introduction dans le calcul, est l'établissement d'une relation entre l'unité linéaire et les arêtes qui déterminent le volume unité P′. La plus simple de ces relations est : $a'=b'=c'=1$, dont on convient habituellement. Il est donc manifeste que l'unité de volume n'est pas arbitraire en ce sens qu'on

puisse la fixer, et la faire servir au calcul d'autres solides, sans impliquer un rapport entre les lignes qui la constituent et la ligne quelconque prise pour unité linéaire.

De même, les équations qui portent à la fois sur des angles et sur des droites ne renferment au fond que des unités de cette dernière espèce. Il n'existe aucun moyen de comparer la quotité angulaire à la quotité linéaire, directement et en général, quoique telle figure nous montre l'une déterminée par l'autre; et il n'en peut point exister, parce que la loi géométrique ne fait pas connaître la loi correspondante des nombres, celle-ci s'obtenant seulement par voie de comparaison arithmétique et d'opérations qui ne se conçoivent qu'entre quantités homogènes. Ainsi, pour introduire concurremment des lignes et des angles dans le calcul, il faut, en général, substituer à ces derniers, ou des arcs supposés rectifiés, ou des lignes trigonométriques : manière indirecte de lier l'unité d'angle à l'unité linéaire et de l'en faire dépendre.

Si de la géométrie je passe à la statique, on sait que les *forces* y sont représentées comme quantités par des droites. Si l'on suivait quelque autre convention, il faudrait toujours lier les deux sortes d'unités, pour traiter les problèmes par l'analyse géométrique.

La dynamique roule sur les relations de la quantité *étendue* et de la quantité *durée*. La vitesse n'a pas d'unité propre, indépendante, et les forces se mesurent par des effets possibles de mouvement. Or l'unité d'étendue et celle de durée sont nécessairement liées dans

les équations entre ces deux genres de quantités. Si, par exemple, $x = t^2$ est la loi de la chute des graves, et que l'unité linéaire soit le mètre, il faut que l'unité de temps soit la durée pendant laquelle un grave parcourt le mètre à l'origine de sa chute. Veut-on que l'unité de temps soit néanmoins la seconde, il faut multiplier t^2 par $\frac{1}{2}g$, qui est le nombre de mètres parcouru pendant la première seconde. Si donc les deux unités sont arbitraires, ce n'est qu'en apparence, puisque g, déterminé pour les lier l'une à l'autre, est alors indispensable dans l'équation Au reste, la *durée même* n'est pas mesurable. Le sens de t comme mesuré, dans $x = f(t)$, est celui d'un *nombre d'étendues égales*, parcourues d'une part dans un mouvement connu et supposé uniforme, pendant que x est parcouru d'autre part dans un autre mouvement. L'unité de temps s'obtient donc par la mesure de l'étendue. La seconde n'est évaluée au fond qu'au moyen d'une partie aliquote de l'orbe diurne de la terre, ou de tout autre espace que parcourt *dans le même temps* un corps défini, dans des circonstances données. Il y a identité nécessaire, au point de vue mathématique, entre deux genres d'unités dont l'une n'est que la quantité successive, en elle-même inconnue, correspondante à la quantité simultanée de l'autre. Sous ce rapport, on peut dire que l'unité linéaire est effectivement la seule qui sert à évaluer les fonctions dynamiques, l'autre unité, comme toutes les quantités de durée, n'y étant pas, à proprement parler, introduite, mais sim-

plement envisagée. (Voyez, au sujet de la masse, l'Appendice VIII.)

Il en est des vitesses, et il en est des forces accélératrices, ou mieux *vitesses d'accélération,* comme des temps. Elles représentent des espaces parcourus pendant de certaines durées, c'est-à-dire pendant que d'autres espaces le sont d'ailleurs dans un certain mouvement uniforme connu ou supposé. Au surplus, la vitesse, quotient de l'espace par le temps, se regardera indifféremment comme un espace ou comme un nombre abstrait, selon qu'on envisagera dans le dénominateur, qui est un nombre d'espaces égaux, ou le nombre ou l'espace.

Plusieurs branches de la physique mathématique sont devenues des dépendances de la dynamique. Dans celles-ci, comme dans les autres qui n'ont pas subi cette évolution, la géométrie est le moyen de l'application du calcul à tous les ordres de la quantité concrète. L'unité linéaire est toujours au fond celle que suppose la comparaison des grandeurs quelconques. Ce résultat est conforme à la place que la catégorie d'*étendue* occupe dans toutes nos spéculations sur le monde de l'expérience externe. De plus, la ligne, à la fois continue et discrète à volonté, est l'intermédiaire naturel du nombre et de toutes les fonctions qui peuvent s'y ramener.

En résumé, je crois pouvoir énoncer ainsi un principe général qui porterait à bon droit le nom de *principe d'homogénéité*:

Nulle fonction de nombres ne peut s'établir entre

des quantités d'ailleurs liées dans l'ordre concret, indépendamment de la nature respective des unités qui servent à évaluer numériquement ces quantités. — Dans une fonction de nombres, où se trouvent liés des rapports entre quantités concrètes, il n'y a jamais qu'une seule unité, de celles dont la fonction dépend, qui puisse être regardée comme radicalement indépendante et arbitraire.

Il n'existe qu'une exception à cette loi : c'est le cas où des ordres divers de quantités, entrant dans la fonction, forment des fonctions distinctes et respectivement indépendantes de leurs unités, c'est-à-dire des rapports arithmétiques. Par exemple, l'égalité du rapport des densités des gaz à celui des pressions qu'ils supportent n'est pas troublée, quelles que soient, d'une part, l'unité employée à la mesure des densités, et, de l'autre, l'unité employée à la mesure des pressions.

Maintenant il est facile de comprendre ce qu'on entend d'ordinaire par le principe d'homogénéité. Il existe en toute fonction concrète une unité radicalement arbitraire : c'est la grandeur linéaire par laquelle toutes les autres grandeurs sont évaluées directement ou indirectement. Une fonction ne contient que des rapports. Si c'est entre des lignes, il est clair qu'elle s'établira identiquement lorsque l'unité linéaire sera supposée de telle grandeur, ou *m* fois plus grande ou plus petite. Or, cette dernière supposition revient à celle de quantités toutes et simultanément *m* fois plus petites ou plus grandes ; on pourra donc, sans troubler l'équation, multiplier par un facteur constant toutes les

variables qui suivent la raison de l'unité linéaire. On dit qu'une équation est homogène quand elle jouit de cette propriété, et elle doit en jouir nécessairement quand elle représente une relation concrète. De là un moyen de vérification des équations obtenues dans les mathématiques appliquées. Si ces équations renferment d'autres quantités que des lignes, il faut avoir égard, pour l'application du principe, au lien qu'on doit avoir établi entre les unités qui servent à mesurer respectivement ces quantités.

On a tenté de faire servir ce principe à l'établissement de quelques théorèmes fondamentaux de la géométrie et de la dynamique. Mais, bien examinées, certaines de ces démonstrations se trouvent être incompatibles avec la loi d'homogénéité sur laquelle on prétend qu'elles roulent. Que si l'on essaie de les corriger, elles impliquent une pétition de principe. D'autres peuvent être regardées comme rigoureuses, moyennant des postulats d'ailleurs inévitables. Je ne crois pas inutile de donner quelques explications sur un sujet encore obscur.

On démontre aisément, sans rien supposer de la théorie des parallèles et de ses attenances, que si deux angles d'un triangle déterminent le troisième angle, la somme des trois est égale à deux droits. Cela posé, voici comment on prétend prouver que deux angles d'un triangle déterminent le troisième. Soient A, B, C les trois angles, *a*, *b*, *c* les trois côtés. On sait, par la superposition, que A, B, *c* déterminent C. On croit donc pouvoir poser, *f* désignant une fonction inconnue :

$$C=f(c,A,B);\ \text{d'où}:\ c=\varphi(A,B,C).$$

Or, si l'on prend, dit-on, l'angle droit pour unité d'angle, A,B,C seront des nombres indépendants de l'unité linéaire, et c n'en dépendra pas non plus, ce qui est absurde; donc c doit disparaître de la fonction, et l'on a : $C=f(A,B)$. Il est clair que cette démonstration pèche en ce qu'elle suppose qu'une fonction numérique se conçoit *à priori* entre telles quantités que l'on veut, les unités pouvant être déterminées après coup, indépendamment les unes des autres. C'est là ce qui est contradictoire avec la loi d'homogénéité.

Pour rectifier la démonstration, nous n'envisagerons que des lignes :

$$\sin C=F(c,\ \sin A,\ \sin B,\ R).$$

Cette équation est *homogène*, et on ne voit pas la raison d'en exclure la quantité c. Mais si, par hypothèse, les rapports $\frac{\sin A}{R}$, $\frac{\sin B}{R}$, $\frac{\sin C}{R}$, suffisaient pour donner respectivement les angles A, B, C, nous pourrions poser :

$$\frac{\sin C}{R}=f\left(c,\frac{\sin A}{R},\frac{\sin B}{R}\right);$$

$$\text{d'où}:\ c=\varphi\left(\frac{\sin A}{R},\frac{\sin B}{R},\frac{\sin C}{R}\right);$$

et cette nouvelle équation n'est plus homogène, attendu que le premier membre dépend de l'unité arbitraire et que le second, qui ne renferme que des rapports, n'en dépend pas. Ainsi, c doit disparaître de la fonction, et l'on a :

$$\frac{\sin C}{R}=f\left(\frac{\sin A}{R},\frac{\sin B}{R}\right),$$

ce qu'il fallait prouver. Mais d'un autre côté, notre hypothèse implique une propriété des parallèles, en sorte que la proposition de la *somme des angles* n'est pas démontrée indépendamment de la théorie sur laquelle on prétendrait ne pas s'appuyer.

Les mêmes considérations s'appliquent au théorème de la *proportionnalité des côtés dans les triangles équiangles*, qu'on a traité par la même fausse méthode, et qui impliquerait le même cercle vicieux par cette méthode rectifiée.

Il en est autrement des théorèmes fondamentaux de la mesure de la circonférence et du cercle. Ceux-ci permettent une application satisfaisante et sans réserve du principe d'homogénéité. Je crois devoir les rapporter en les démontrant rigoureusement, d'autant plus qu'ils ont été enveloppés dans une condamnation générale, basée sur de fausses présomptions.

Soit donc c la circonférence d'un cercle, r le rayon. Je demande seulement qu'on m'accorde que c ne dépend que de r, et que ce périmètre courbe est susceptible d'une comparaison numérique avec les longueurs rectilignes (1). Je pose alors : $c = \varphi(r)$, et j'entends par là qu'une certaine fonction exclusive du rayon est propre à donner numériquement la longueur de la circonférence, longueur composée avec l'unité linéaire, quelle qu'elle soit, qui aura servi à la mesure de r. Cela posé, si la grandeur de cette unité arbi-

(1) La question de mesure, en elle-même, est écartée ici pour plus de simplicité. Il ne s'agit que d'une application du principe de l'homogénéité moyennant les hypothèses convenables.

traire varie dans le rapport de m à 1, le nombre que $\varphi(r)$ représente deviendra $m\varphi(r)$, pour une même circonférence. Mais, d'autre part, ce changement donne $\varphi(mr)$ pour la fonction, qui ne dépend que de r. Donc la fonction φ doit être telle que l'on ait la relation numérique : $m\varphi(r) = \varphi(mr)$, qui n'est possible qu'autant que la circonférence varie proportionnellement au rayon. En effet, cette dernière condition s'exprime par la même équation, où l'on supposerait cette fois l'unité invariable et les grandeurs de la circonférence et du rayon variables. Divisant par mr les deux membres de l'équation entendue dans ce nouveau sens, et faisant $mr = 1$, on a :

$$\frac{\varphi(r)}{r} = \frac{\varphi(mr)}{mr} = \varphi(1) = 2\pi;$$

d'où : $\varphi(r) = 2\pi r$, en désignant par π le nombre qui mesure la demi-circonférence dont le rayon est égal à l'unité.

Soit maintenant $\Phi(r)$ la surface du cercle, une fonction exclusive du rayon propre à représenter le nombre de fois que le cercle contient le carré de l'unité linéaire employée à la mesure de r. Lorsque la grandeur de cette unité varie dans le rapport de m à 1, $\Phi(r)$ devient $m^2\Phi(r) = \Phi(mr)$, par des raisons semblables à celles du cas précédent, d'où l'on voit que le cercle varie proportionnellement au carré du rayon. On a donc :

$$\frac{\Phi(r)}{r^2} = \frac{\Phi(mr)}{m^2r^2} = \Phi(1) = \pi,$$

et $\Phi(r) = \pi r^2$, en désignant par π le nombre qui mesure la surface du cercle dont le rayon est égal à l'unité.

Mais il reste à prouver que ce facteur constant ne diffère pas numériquement de celui que nous avons représenté ci-dessus par le même symbole. En d'autres termes, il faut démontrer que la constante p est égale à $\frac{1}{2}$ dans le rapport $\frac{\Phi(r)}{\varphi(r)} = pr$. Ici des considérations géométriques paraissent indispensables.

On établirait, en généralisant ce mode de démonstration, que si les paramètres qui déterminent une courbe varient dans le rapport de 1 à m, et cela simultanément, la longueur de la courbe doit varier dans ce même rapport, et la surface dans celui de 1 à m^2. La proportion des dimensions de la courbe suit donc celle de ses constantes prises ensemble.

Mais lorsque des lignes variables entrent dans la fonction qui donne l'aire ou le périmètre, comme dans le cas d'une intégrale définie entre certaines limites, il est clair que le multiplicateur m doit porter sur ces variables aussi bien que sur les constantes linéaires.

Cette méthode peut encore servir pour la démonstration du théorème des *forces concourantes* dans la mécanique rationnelle, et le premier inventeur connu de ce genre de preuves s'est précisément attaché à cet exemple (1). Mais ni lui, ni ceux qui en ont fait usage depuis ne semblent s'être rendu un compte bien exact du principe d'homogénéité, et il faut avouer que le terme général de *fonction* n'a reçu jusqu'ici qu'un sens vague, et je dirais presque un peu mystique.

(1) *Mélanges de la Société de Turin*, t. II, p. 299.

APPENDICE III

(Renvoi de la page 120).

Observations sur quelques définitions ou démonstrations reçues en géométrie.

En toute science, les éléments et les principes se tiennent. Il n'est donc pas hors de propos, dans un livre où l'on traite, entre autres catégories, des notions géométriques fondamentales, d'accorder quelques pages à la critique des habitudes contractées dans l'enseignement des premiers éléments de la géométrie. Je m'attacherai au livre estimable de Legendre, modifié par un professeur.

L'auteur définit d'abord le *volume* un *lieu déterminé que tout corps occupe dans l'espace indéfini;* la surface est pour lui une *limite de séparation*, la ligne et le point sont des *lieux de rencontre*. Mais la ligne et le point sont aussi des limites, et la surface n'est pas moins un lieu de rencontre des volumes qu'elle sépare. Que valent ces distinctions? Ensuite on ne saurait supprimer les notions de surface, de ligne et de point sans supprimer du même coup le lieu déterminé, le volume et l'espace indéfini lui-même, dont la conception rentre dans une obscurité complète dès qu'on essaie de faire abstraction de toutes sortes de limites : il ne faut donc pas laisser croire que les éléments de ces premières définitions

se trouvent dans quelque chose d'antérieur qui subsisterait seul et de soi-même. Une synthèse est donnée à la représentation, et toutes les parties qui concourent à la former sont mutuellement dépendantes; il s'agit d'en définir le contenu, ce qui se peut faire de plusieurs manières : ou en partant de la synthèse elle-même et la décomposant par les limites sans lesquelles elle n'existe pas, et c'est la marche de l'auteur; ou, plus philosophiquement peut-être, en procédant des rapports les plus simples et les plus abstraits par voie de composition; ou enfin en posant de pures définitions détachées que les axiomes viennent lier au besoin. Cette dernière méthode, suivie par Euclide, imitée par Legendre, est très convenable pour la constitution d'une science spéciale.

Suivant l'auteur, *on donne le nom de figures aux volumes, aux surfaces et aux lignes;* et aussitôt après : *la géométrie a pour objet la mesure de l'étendue des figures et l'étude de leurs propriétés*. Ne procéderait-on pas avec plus de méthode en distinguant dans les volumes, et premièrement dans les surfaces et dans les lignes, des rapports de figure et des rapports d'étendue? Une surface, par exemple, est à la fois figure et étendue mesurable; ce sont deux points de vue que la géométrie unit, mais ne confond pas. On va voir que la remarque n'est pas sans conséquence.

« La ligne droite est une ligne indéfinie qui est le plus court chemin entre deux quelconques de ses points. — On doit regarder comme évident que si deux portions de lignes droites coïncident, ces lignes

coïncident dans toute leur étendue. » Ce principe *évident* n'est autre chose qu'un appel à l'intuition pour poser la donnée primitive de *direction*. Cette donnée ne ressort point analytiquement de celle de la moindre distance. Elle est d'ailleurs comprise dans la conception synthétique d'un espace quelconque. En elle se trouve posée la véritable idée de la ligne droite comme figure. La définition tirée du plus court chemin est un jugement qui lie la notion de direction à celle de distance, la figure à la quantité : un axiome indémontrable.

La définition consacrée des lignes et surfaces courbes est toute négative : elle fait connaître ce que la courbe n'est pas. Les géomètres veulent éviter ici de constater certaine représentation de figure qui, cependant, est tout aussi primitive et naturelle que celle de direction, à laquelle elle est opposée, et dont elle ne se déduit point. Pour que ce parti pris profitât à la rigueur de la science, il faudrait que l'intuition propre de la figure fût entièrement bannie de la géométrie? Mais est-ce possible?

Lorsqu'on définit la circonférence du cercle *une ligne courbe dont tous les points sont également distants d'un point intérieur appelé centre*, n'implique-t-on pas dans ce mot *intérieur* une idée de figure indépendante de la distance? Que dire de la représentation possible d'une ligne qui satisfasse à la définition? Et quand je démontre que *tout diamètre divise le cercle et sa circonférence en deux parties égales*, la superposition que j'opère s'explique-t-elle sans l'usage

de l'intuition? Euclide ne distinguait pas cette proposition d'avec la définition du diamètre; et il faisait de la description du cercle un *postulat.*

« On appelle angle l'espace indéfini compris entre deux droites qui se rencontrent. » Cette définition est conçue de manière à éloigner la notion d'écartement ou d'inclinaison, notion de figure admise par Euclide et par Legendre. Mais tandis que cette dernière se prête à l'application simple et immédiate de la quantité et de la mesure, l'autre définition les jette de côté, car un *espace indéfini* est indéterminé, et par conséquent sans quantité comparable. Aussi l'auteur est-il obligé de ramener sous une autre forme la notion qu'il a voulu écarter; il mesure les angles au moyen de la décomposition supposée en angles égaux, et il définit ceux-ci par la superposition; or ce ne sont pas des *espaces indéfinis* qu'il superpose, mais ce sont des droites telles que lorsqu'elles coïncident d'autres droites prennent une seule et même direction, c'est-à-dire s'inclinent également sur les premières.

Il est à propos de remarquer ici qu'une forme fondamentale du jugement synthétique qui, dans la géométrie, unit la quantité à la figure est l'axiome de la superposition, dont l'énoncé le plus clair serait : deux figures dont tous les éléments superposés dans un certain ordre coïncident, comprennent entre ces éléments des étendues d'égale quantité, dès que celles-ci sont limitées de toutes parts, à savoir les lignes par des points, les surfaces par des lignes, et les volumes par des surfaces. Cet axiome peut s'abré-

ger ainsi : à une seule et même loi de figure correspond une seule et même loi de quantité.

L'auteur se propose de démontrer que par un point pris sur une droite on peut élever une perpendiculaire sur cette droite (c'est-à-dire formant avec elle deux angles adjacents égaux), et qu'on n'en peut élever qu'une. Pour y parvenir, il considère l'inclinaison d'une droite sur une autre et deux angles adjacents, dont l'un croît et l'autre décroît lorsque cette inclinaison, d'abord très petite, varie en un même sens. Il affirme, en conséquence de cette loi, que les deux angles inégaux, dont le moindre devient plus grand, et réciproquement, passent par l'égalité et n'y passent qu'une fois. Or, je vois là un appel à l'intuition pour faire correspondre une série de rapports de position des droites à une série de rapports de quantité de leurs angles, et il n'est pas plus difficile d'admettre, sur la foi de cette même intuition, la direction relative unique, dite perpendiculaire, à laquelle correspond l'égalité des angles adjacents. Il est certain d'ailleurs que la notion de perpendicularité est autre chose encore que l'égalité de deux angles : la ligne qui *tombe droit* sur une autre, qui *ne penche pas* est une vue aussi familière à l'esprit du géomètre qu'à celui du dernier manœuvre. Je conclus que la démonstration prétendue est un postulat déguisé.

Si elle était fondée, on admettrait sur des principes analogues la proposition suivante : étant données deux droites qui se coupent, si par un point de la première on mène une droite variant d'inclinaison sur celle-ci

d'une manière continue, la droite construite rencontre la seconde, d'abord d'un côté de son point d'intersection avec la première, et de plus en plus loin indéfiniment, puis de l'autre côté et de moins en moins loin indéfiniment; et dans l'intervalle il se trouve une position unique pour laquelle il n'y a point de rencontre: c'est celle où la droite construite fait avec les deux droites données des angles *correspondants* égaux. Le postulat de la théorie des parallèles pourrait donc passer pour démontré.

N. B. Éviter la demande de la perpendicularité en y substituant celle de la bissection de l'angle, ce serait constater encore une fois la nécessité où l'on se trouve de supposer un rapport fondamental et indémontrable entre la loi de figure et la loi de quantité pour les positions angulaires.

Le degré de complication des énoncés axiomatiques peut entrer en ligne de compte dans l'enseignement; mais lesquels qu'on veuille choisir, et quelque forme qu'on leur donne, on trouvera toujours que les premiers éléments de la géométrie supposent un jugement synthétique, irréductible, unissant le rapport de quantité au rapport de position dans les trois cas suivants: 1° relation entre la direction simple et la distance (définition de la ligne droite); 2° relation entre la direction relative de deux droites qui se coupent et leur quantité d'écartement (soit l'hypothèse de la perpendicularité); 3° relation entre les directions respectives de deux droites, comparées à une troisième, et leur possibilité de rencontre d'où dépend la loi de

leurs distances mutuelles (postulat des parallèles).

Je n'ai qu'un mot à dire ici sur le principe des mesures, parce que j'ai traité au long ce sujet dans une note, et qu'il serait fastidieux de relever des contradictions ou des non-sens auxquels les auteurs ont su donner un si grand nombre de formes sans jamais se contenter eux-mêmes. Le livre que j'ai sous les yeux commence par exposer à l'élève le procédé qu'il faut suivre pour déterminer une série de rapports qui ont pour dénominateurs une même ligne donnée et pour numérateurs des lignes de moins en moins différentes d'une autre ligne donnée, incommensurable par hypothèse avec la première. Celle-ci est la limite des lignes variables. Jusque-là tout est clair; mais l'auteur conclut que les *nombres qui représentent ces lignes ont eux-mêmes une certaine limite, à laquelle*, dit-il, *on donne le nom de nombre incommensurable ou de rapport incommensurable.* Or, il est impossible de se faire une idée quelconque de ce nombre limite, et il est même absurde d'en supposer l'existence après que par hypothèse on a admis qu'aucune fraction ne pouvait exprimer le rapport demandé, ou qu'en d'autres termes un tel rapport n'avait pas de sens.

APPENDICE IV

(Renvoi de la page 143).

De la théorie des valeurs négatives.

1. SENS GÉNÉRAL DU SYMBOLE NÉGATIF.

Une quantité concrète évaluée numériquement est *positive* par rapport à l'unité dont elle se forme, et abstraction faite de toute autre relation, soit d'ailleurs qu'on la prenne pour donnée ou qu'elle se présente comme fonction d'une ou de plusieurs autres. La nature du nombre et l'origine des fonctions le veulent ainsi.

Pour envisager une quantité dans cette relation fondamentale qui la constitue, nous la rapportons à quelque autre ; et la comparaison est inévitable d'ailleurs, car il n'y a dans l'ordre concret que des quantités liées et mutuellement déterminables ; on ne se représente pas une distance à moins de la rapporter plus ou moins implicitement à des longueurs contenantes ou contenues ; claire ou confuse, exacte ou approchée, l'imagination implique toujours une mesure. Toute mesure exprime une *fonction somme* directe.

Cette détermination arithmétique est commune à toutes les quantités, et toutes aussi sont positives en ce sens. Si maintenant nous considérons des quantités déjà formées, et si l'une d'elles s'obtient en prenant une série de sommes et de différences des autres :

$A = a + b - c - d + \ldots$, on dira que ces dernières ont une *valeur positive* ou *négative*, selon qu'elles se prennent additivement ou soustractivement dans la suite des opérations. Les deux mots ont alors un sens corrélatif et très clair. La corrélation ôtée, ainsi que l'hypothèse d'une grandeur quelconque à laquelle se rapportent les opérations, et sur laquelle il soit possible de les exécuter, le mot *négatif* cesse d'être applicable à la quantité.

Les difficultés qu'on trouve dans la théorie de ces valeurs positives et négatives proviennent d'une habitude enracinée de considérer les relations, une fois symbolisées, comme des choses en soi, ou qui signifient absolument quelque chose. Les géomètres s'attachent à l'étude des symboles mathématiques dans cette pensée, avouée ou déguisée, que la science y est contenue *à priori* en vertu de quelque signification profonde tout autrement étendue que celle qu'il plaît au calculateur de leur attribuer. Ce sont des idoles qu'on supplie de se laisser voir.

Le symbole négatif se présente lorsque, après avoir calculé quelque fonction des fonctions de la forme $a - b$, $c - d$, on remarque que les mêmes résultats s'obtiennent en feignant que $-b$, $-d$, etc., sont des fonctions particulières de nature à être ajoutées, retranchées, etc., comme d'autres quantités, mais conformément à des règles que l'on établit alors pour cet effet. On se trouve ainsi en possession de symboles dont l'emploi est précieux, mais dont il ne faut pas oublier l'origine.

Ensuite viennent les problèmes abstraits, ou purement algorithmiques, dont les symboles négatifs offrent des solutions. On s'est demandé quelles valeurs substituées à x réduiraient à zéro la fonction $x^2 + 3x + 2$ par exemple, et l'on trouve par l'analyse générale de ce problème les deux solutions -1 et -2; ce ne sont pas là des nombres, mais le problème n'en est pas moins résolu dans le sens algébrique pur. A cela nulle difficulté, et la généralité des méthodes est à ce prix.

Veut-on maintenant qu'il puisse être attaché un sens autre que symbolique à ces sortes de résultats? alors de même qu'on a trouvé les règles du calcul des symboles négatifs en opérant sur des fonctions de la forme $a-b$, supposées possibles, de même on appliquera ces symboles, donnés pour solutions de certains problèmes, en supposant que les variables x, y, z, etc., introduites dans une équation, ont la même signification qu'auraient eue $X \pm x, Y \pm y, Z \pm z$, et que leurs valeurs déterminées $\pm a, \pm b, \pm c$, etc., représentent en conséquence $X \pm a, Y \pm b, Z \pm c$. Je désigne ici par X, Y, Z des nombres ou quantités indéterminés plus grands par hypothèse que tous ceux qui pourraient se présenter pour a, b, c, etc. Au point de vue abstrait, on considérerait au besoin un nombre universel par rapport auquel tous les nombres déterminés seraient censés avoir une signification en double sens, additivement et soustractivement, en sorte que la série 1, 2, 3, 4..... se trouverait remplacée par celle-ci :

$$\ldots\ldots n-4,\ n-3,\ n-2,\ n-1,\ n,\ n+1,\ n+2,\ n+3,\ n+4 \ldots$$

Mais c'est le point de vue concret qui nous intéresse maintenant.

Il reste donc à savoir en quel cas et comment la convention que je viens d'énoncer se trouvera applicable à la mesure des quantités, et spécialement de celles qui appartiennent à l'ordre du continu. Partout où, pouvant se faire, elle se fera, et s'exprimera méthodiquement, les solutions négatives des problèmes s'interpréteront toujours, ou pour mieux dire seront comprises sans interprétation; là, où pouvant se faire, on l'aura négligée, on interprétera ces mêmes solutions après coup, plus ou moins facilement, selon que l'analyse et l'équation se rapprocheront de celles qui auraient convenu; là enfin où la convention ne saurait s'appliquer, une valeur négative unique, après analyse exacte, indiquera infailliblement un problème impossible ou une hypothèse absurde.

2. VALEURS NÉGATIVES EN GÉOMÉTRIE.

D'un point donné, sur une droite indéfinie, les quantités linéaires peuvent se compter en deux sens opposés. Les sommes ou différences des lignes posées bout à bout ou régressivement sont représentées par celles des nombres qui leur correspondent, en prenant le point donné pour l'extrémité d'une première ligne portée d'une origine ou limite fixe. De plus, la limite étant arbitraire, il serait toujours possible de la placer de manière que les lignes obtenues par des opérations de ce genre fussent situées d'un même côté de la droite indéfinie relativement à cette limite : les valeurs cor-

respondantes seraient alors constamment positives. Si la limite est placée autrement (et *à priori* dans l'analyse d'un problème, on ignore le plus souvent comment elle doit l'être), la dernière quantité portée détermine un point situé du côté de la droite opposé à celui où l'on s'avançait additivement : on trouve alors pour le nombre correspondant une valeur négative. Soit $-a$ cette valeur, et soit n un nombre plus grand que a représentant une certaine quantité linéaire de laquelle on peut supposer que la limite est reculée; $n-a$ sera le résultat voulu pour cette dernière position de la limite.

Donc, pour ce problème élémentaire qui se résout en portant une quantité rectiligne à partir d'une certaine limite, les solutions $+a$ et $-a$ désignent une même grandeur, et déterminent deux points différents, de part et d'autre et à distance égale de cette limite; parce que si la somme des quantités ajoutées ou retranchées dans le cours du calcul eût été augmentée de n, distance de la limite arbitrairement choisie à une autre limite indéterminée en arrière, les solutions $+a$ et $-a$ auraient été remplacées par $n+a$ et $n-a$.

Ce qui a lieu pour une droite quelconque s'applique à chacun des trois axes rectilignes qui, divergeant d'une limite arbitraire commune, servent à déterminer la position d'un point quelconque dans l'espace. En désignant par X, Y et Z des quantités indéterminées comptées sur chaque axe, en un certain sens, depuis la limite arbitraire quelconque jusqu'à la limite

fixe, on pourra considérer à la place des coordonnées x, y, z, $-x$, $-y$, $-z$, et pour l'interprétation de celles-ci, les quantités $X \pm x$, $Y \pm y$, $Z \pm z$. On voit que non seulement la géométrie autorise l'hypothèse que nous avons vue être une condition de l'introduction des valeurs négatives dans l'étude des relations numériques, mais que même ce qui est hypothèse, quant au calcul, devient loi dans la science de l'étendue. Le fait de l'existence d'une limite arbitraire et de deux sens opposés dans chaque dimension semble d'abord exclure l'extension de la mesure aux rapports de position, puisque le nombre et la quantité continue ont des limites nécessaires, l'un l'unité, l'autre zéro, et ne croissent indéfiniment qu'en un sens. Mais c'est précisément ce qu'il y a d'arbitraire dans la position du point-limite, qui permet de lever la difficulté en attribuant à x la signification de $n + x$.

Remarquons en passant que le système des axes rectilignes est celui qui se prête le plus simplement et le plus immédiatement à l'introduction des valeurs négatives, et par suite à l'application générale de l'algèbre à la géométrie. Ce système exprime et mesure les trois dimensions d'une manière directe et élémentaire. On se tromperait donc en le considérant comme un cas accidentel ou d'exception parmi tous les systèmes possibles de repères. D'autres peuvent s'employer de préférence dans des recherches déterminées, mais aucun n'a la même valeur de théorie. Enfin le système rectiligne lui-même est le plus naturel et renferme le moins d'arbitraire possible lorsqu'il est

rectangulaire, car alors les distances estimées sont les moindres, et la déviation des axes la plus grande.

Ainsi, au lieu d'assimiler à zéro l'origine des coordonnées, nous la prendrons sur chacun des axes pour la seconde limite d'une quantité linéaire indéterminée et déjà comptée dans un certain sens, de part et d'autre de laquelle on puisse ajouter ou retrancher toute droite assignée et finie. Cette convention est la seule qui permette d'appliquer d'une manière générale au développement indéfini de la ligne la loi de sommation directe et inverse des quantités abstraites. Mais, pour simplifier l'analyse, en laissant d'ailleurs toute son indétermination à la distance des deux limites, on sous-entend cette dernière dans le calcul, en sorte que les quantités de la forme $n - x$, $n - y$, sont remplacées par les symboles $-x$, $-y$, et cela dans l'équation qui pose le problème comme dans la formule qui le résout.

J'établis cette théorie sur le problème simple de la numération linéaire élémentaire, pour ainsi parler. Cependant lorsque l'on met un problème quelconque en équation, on exprime des fonctions plus complexes par lesquelles les inconnues ou variables sont liées. On pourrait donc croire qu'il reste à prouver ou à *demander* la proposition suivante : *Dans tous les cas où les quantités de la forme $n + x$, $n - x$ ont été remplacées par les symboles x et $-x$ dans l'équation d'un problème, il suffit de substituer aux valeurs obtenues pour solution, soient $+ a$ et $- a$, les valeurs $n + a$, $n - a$, et l'on connaît ainsi le résultat que le calcul*

aurait donné dans le cas où cette simplification n'eût pas été faite. Mais si l'on réfléchit que toutes les fonctions se ramènent au fond à celle de la sommation, soit qu'on les envisage entre des nombres ou entre des lignes estimées numériquement; que d'ailleurs le calcul des symboles négatifs doit s'établir dans la supposition que — x est le second terme d'un binome tel que $n - x$, on trouvera qu'il n'y a point là de théorème à démontrer, et que le postulat n'est autre que celui de l'accord du calcul avec lui-même et du géomètre avec ses propres conventions.

La théorie de l'application des symboles négatifs à l'analyse géométrique s'étend sans difficulté à toutes les parties des mathématiques appliquées où les variables sont susceptibles d'un double sens à compter d'une limite, et, en d'autres termes, assimilables à des lignes dont la croissance et la décroissance expriment une même loi de formation. La méthode n'exige donc pas de nouveaux éclaircissements quant à la mesure de la durée et des quantités qui en dérivent. Des grandeurs d'un genre bien différent (l'avoir d'un négociant par exemple) sont dans le même cas, parce que les questions auxquelles elles donnent lieu peuvent se poser sous une forme géométrique.

3. EXAMEN DE QUELQUES DIFFICULTÉS.

La plus importante est celle que d'Alembert et Carnot ont signalée dans ces problèmes très simples de géométrie qui, traités par l'algèbre, offrent deux solutions de signes contraires, sans que la construction à

laquelle ces valeurs semblent se rapporter offre deux lignes de sens opposés à compter de quelque point (1).

Attachons-nous à l'exemple dont s'est servi Carnot. On se propose de mener d'un point donné à une circonférence donnée une droite qui y intercepte une corde de grandeur donnée. Soit a la distance du point donné au centre du cercle, r le rayon, c la corde, x la distance du point donné à l'extrémité de la corde qu'il faut intercepter. On a immédiatement l'équation du second degré :

$$x(x+c) = (a+r)(a-r);$$

d'où l'on croit pouvoir conclure à l'existence de ces deux solutions :

$$x' = \frac{-c+\sqrt{c^2+4(a^2-r^2)}}{2},\ x'' = \frac{-c-\sqrt{c^2+4(a^2-r^2)}}{2}$$

et l'on s'étonne que la seconde soit négative, alors que la distance du point donné à l'extrémité la plus éloignée de la corde, que l'on croit représenter géométriquement cette solution, est cependant comptée du même point et dans le même sens que la première.

On ne remarque pas que l'on a mis le problème en équation dans la supposition que c s'ajoute à x et ne s'en retranche pas, et qu'ainsi l'on s'est réduit d'avance à une seule solution. Pour obtenir l'autre (de ce côté de diamètre), il faut changer le signe de c dans l'équation ou dans le résultat. Le signe de x n'est pas en

(1) Voyez d'Alembert, *Mélanges*, t. IV, p. 154, et t. V, p. 228 ; et l'*Encyclopédie*, art. NÉGATIF, SITUATION, ÉQUATION. — Carnot, *Géométrie de position : discours préliminaire*, et *Corrélation des figures de géométrie*.

cause: x est une ligne donnée simplement par un nombre, en tant qu'on ne fixe aucune origine aux quantités croissantes ou décroissantes de ce genre. La seconde valeur qui satisfait à l'équation est étrangère au problème, quoiqu'elle se trouve coïncider comme nombre avec la solution que donnerait le changement de signe de c dans la première, savoir :

$$x = \frac{c + \sqrt{c^2 + 4(a^2 - r^2)}}{2}.$$

Ceci devient encore plus manifeste lorsque, prenant pour inconnues les deux distances du point donné aux deux extrémités de la corde on résout le système des équations :

$$x'x'' = a^2 - r^2 ; \quad x'' - x' = c.$$

L'élimination conduit alors à quatre valeurs algébriques, dont la distribution géométrique est impraticable, même en ayant égard aux deux points symétriques du premier, par rapport au diamètre :

$$x' = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 + 4(a^2 - r^2)}}{2}, \quad x'' = \frac{+c \pm \sqrt{c^2 + 4(a^2 - r^2)}}{2}.$$

Il faut donc, pour ne pas dépasser les prémisses du raisonnement, c'est-à-dire de la mise en équation, considérer les radicaux comme des valeurs purement arithmétiques ; et l'on se réduit ainsi aux deux seules solutions qu'on avait en vue dans le problème.

On ne doit chercher à déterminer la position des inconnues par les signes des solutions algébriques, que lorsque, fixant une *origine* aux quantités de la nature de celles qu'on cherche, on a établi régulièrement la

convention propre à justifier les valeurs de signes contraires, attribuées à celles qui se portent en sens opposés. Dans le problème ci-dessus, prenons pour inconnues l'abcisse ou l'ordonnée d'un point extrême de la corde; l'axe des x étant le diamètre mené par le point donné, et l'origine des coordonnées le centre (axes rectangulaires). Supposons, de plus, une autre origine éloignée de la première des quantités indéterminées X Y, et considérons x et y comme les seconds termes des binomes $X \pm x$, $Y \pm y$. Au moyen de cette convention préliminaire, que je me borne à rappeler, et qui est la même pour tous les problèmes, nous pourrons regarder les coordonnées comme susceptibles du double signe dans les résultats aussi bien que dans les équations, et attacher un sens aux valeurs algébriques, soit additives, soit soustractives, trouvées pour les inconnues.

L'équation est : $a^2 - r^2 = u(c + u)$, et l'on a : $u = \sqrt{r^2 - x^2 + (a + x)^2}$. Résolue par rapport à x, elle donne les deux valeurs cette fois véritablement applicables,

$$x = \frac{c^2 - 4r^2 \pm c\sqrt{c^2 + 4(a^2 - r^2)}}{4a}.$$

La même méthode donne quatre valeurs de l'ordonnée égales deux à deux, et de signes contraires, et qui s'interprètent sans plus d'hésitation.

En résumé, quand on pose l'équation d'un problème déterminé, il peut arriver qu'on n'exprime que des relations arithmétiques entre les connues et les

inconnues. Si, dans ce cas, on croit obtenir plusieurs solutions, et, par exemple, deux qui sont de signes contraires, il n'y en a pourtant qu'une d'admissible : l'autre appartient à l'équation générale et symbolique, mais non à la question, du moins telle qu'elle est posée. S'il arrive que celle-ci ne laisse pas d'être applicable, c'est qu'elle se trouve coïncider algébriquement avec celle qu'on aurait eue en considérant l'inconnue comme susceptible de se porter en deux sens, et en employant un système d'axes propre à l'établissement de la convention d'où les symboles négatifs tirent leur signification en géométrie. Lorsque l'équation n'admet ni explicitement, ni implicitement, le double sens possible d'une quantité cherchée, une solution négative unique accuse l'absurdité du problème ou de la marche suivie pour le résoudre.

Je ne fais en tout ceci qu'exposer l'ancienne théorie dite du double sens, mais corrigée. On voit ce qu'elle a de fondé dans la nature des choses, et aussi ce qu'il entre de conventionnel dans son usage : de conventionnel, ou, pour mieux dire, de volontaire et de prémédité de la part du calculateur. On explique, on rectifie les problèmes cités comme incompatibles avec cette théorie. Il suffit de ne plus croire à une sorte de virtualité mystique des formules, à une signification concrète intrinsèque que l'algébriste n'y aurait déposée ni directement, ni indirectement, et que, pourtant, il devrait y démêler. Comme si, en admettant la correspondance du double signe avec le double sens, on s'obligeait à interpréter par ce moyen les solutions de

problèmes traités d'une manière quelconque! et comme si l'algèbre étant un chiffre tombé du ciel, non une langue propre à exprimer à volonté des conceptions claires, au lieu d'adapter le symbole à la pensée on dût évoquer des idées pour expliquer des signes préexistants! Les géomètres ressemblent encore quelquefois à ces métaphysiciens pour lesquels ils professent un certain mépris.

D'autres objections supposent le même vice dans la théorie à laquelle on pourrait les appliquer justement, et ce vice poussé jusqu'à l'absurde. Si deux lignes portées en sens contraire l'une de l'autre, dit Carnot, pouvaient être représentées par $+a$ et $-a$, leur somme serait donc nulle; des aires de courbe, des solides de révolution seraient des quantités nulles. . Il faut répondre que $+a$ et $-a$ sont des quantités, non pas simples, mais affectées de symboles, et qui expriment systématiquement quelles valeurs on doit ajouter ou retrancher sur une grandeur indéfinie, à partir d'une certaine limite pour la détermination d'une quantité demandée.

Des géomètres sont même allés si loin dans l'erreur commune de prendre pour des choses en soi des signes de relation qui n'ont jamais que le sens qu'il plaît d'y attacher, qu'ils ont admis des *quantités négatives, c'est-à-dire moindres que zéro*. C'est Carnot qui le dit; mais il a tort de nommer Newton, parce que le passage de l'*Arithmétique universelle* où il nous renvoie ne pèche que par les mots *minores nihilo*, qui, d'ailleurs, s'y trouvent expliqués très rationnellement.

4. SIGNES DES FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES.

Parmi les lignes trigonométriques, le sinus et le cosinus entrent dans le calcul avec des signes dont on se rend compte en les rapportant à un système d'axes. Par exemple, en les prenant respectivement pour les coordonnées de l'extrémité de l'arc, on vérifie la formule $y = \pm\sqrt{1-x^2}$ qui exprime leur fonction mutuelle, dans les quatre cas qui peuvent se présenter, savoir :

$$+y = +\sqrt{1-x^2}, \quad +y = +\sqrt{1-(-x)^2},$$
$$-y = -\sqrt{1-x^2}, \quad -y = -\sqrt{1-(-x)^2}.$$

La tangente étant donnée par la formule $t = \frac{y}{x}$ il est aisé de s'assurer que les changements de signe de x et de y donnent par les règles du calcul des symboles négatifs, les mêmes changements de signe de t, qui sont propres à exprimer sa position par rapport aux axes.

$$+t = \frac{+y}{+x}, \quad +t = \frac{-y}{-x}, \quad -t = \frac{+y}{-x}, \quad -t = \frac{-y}{+x}.$$

Et ces symboles s'expliqueraient d'ailleurs par un changement du système des axes, propre à donner à $-x$, $-y$ et $-t$ les formes $q-x$, $p-y$, $p-t$.

Il en est de même de la cotangente. Restent deux lignes qui, au lieu de se former dans le sens des axes comme les précédentes, peuvent au contraire occuper toutes les positions angulaires possibles : la sécante et la cosécante. Occupons-nous de la première, ce

que nous en dirons devant s'appliquer immédiatement à l'autre.

Il en est des sécantes comme de toutes les fonctions qui dépendent de variables susceptibles des deux signes. Elles sont nécessairement affectées dans le calcul par les signes que prennent les quantités dont elles dépendent; mais elles ne reçoivent pas nécessairement pour cela, et en elles-mêmes une signification positive ou négative. La sécante est donnée par la fonction $\frac{1}{x}$ et, par conséquent, suit le signe d'x. Il faut entendre par sécante négative celle d'un arc dont le cosinus est négatif. Si ensuite il se trouve, comme l'examen de la figure le fait voir, que la sécante, selon qu'elle doit être prise positivement ou négativement à raison du cosinus, est aussi tracée dans le sens du rayon qui aboutit à l'extrémité de l'arc, ou en sens contraire, il ne faut voir là qu'une propriété résultant de la convention générale des signes, mais qui ne fait point que la sécante ait un signe par elle-même indépendamment de cette convention. On a soulevé mal à propos des difficultés sur ce point, et toujours dans le même esprit.

Je ne dirai rien des arcs négatifs et de leurs lignes trigonométriques. On conçoit, sans explications nouvelles, la possibilité d'étendre à la formation additive ou soustractive des grandeurs linéaires portées sur une circonférence, de part et d'autre d'un point-limite, la convention déjà faite au sujet d'une droite indéfinie. La question est à tous égards la même.

Enfin l'introduction des symboles négatifs dans les formules fondamentales de la trigonométrie (celles qui donnent les sinus et cosinus de la somme et de la différence de deux arcs en fonction des sinus et cosinus de ces arcs) se justifie de la même manière que dans les fonctions mutuelles des lignes trigonométriques. C'est une vérification à faire pour deux arcs déterminés, puis à étendre à deux arcs quelconques. On pourrait encore établir directement ces formules dans toute leur généralité en prouvant : 1° Que le problème, quels que soient les arcs, se résout par une seule et même construction géométrique applicable aux vingt cas énumérables (entre 0 et 360°); 2° que la droite construite est toujours ou la somme ou la différence en un sens ou en un autre de deux produits qui ont chacun deux lignes trigonométriques pour facteurs; 3° que cette droite est donnée par une formule unique lorsque l'on tient compte des signes de ces facteurs. Et je rappelle que les valeurs telles que x et $-x$ sont les symboles des valeurs $q+x$ et $q-x$ qui les remplaceraient dans un système convenable de coordonnées.

Lorsqu'une fonction dépend de quantités susceptibles des deux signes, elle dépend, en d'autres termes, de certaines sommes ou différences ambiguës qu'on ne déterminerait point sans nuire à la généralité des formules. L'emploi des valeurs négatives n'a d'autre objet que de simplifier l'usage de ces sortes de sommes, et on justifie à volonté la convention pour un cas donné en montrant de quelle manière elle a pu spécialement s'y établir. Tel est le principe unique des signes dans l'application de l'algèbre à la géométrie.

5. DU CHANGEMENT DE SIGNE DES GRANDEURS CONTINUES.

Lorsqu'une quantité susceptible de deux sens opposés, $n + x$, $n - x$, est continue entre ces deux valeurs, on conçoit nécessairement parmi les valeurs intermédiaires la valeur n. En d'autres termes, la grandeur qui varie continûment entre deux limites quelconques, de part et d'autre d'une limite intermédiaire, traverse nécessairement celle-ci, et c'est là même qu'elle change de sens. On dit alors que x *passe du positif au négatif ou du négatif au positif par zéro*, langage conventionnel et symbolique dont la vraie signification paraît quand, au lieu d'envisager x isolément, on le rapporte à la quantité indéterminée n, sur laquelle il doit être porté en plus ou en moins. La continuité, comme je l'ai dit ailleurs, consiste dans la possibilité de fixer indéfiniment et arbitrairement des limites dans un intervalle donné. La valeur n correspond à une de ces dernières dans le cas qui nous occupe.

Si maintenant nous considérons une fonction de la forme $y = \frac{a}{x - a}$ nous avons un dénominateur qui change de signe entre des valeurs de x telles que $a + \varepsilon$ et $a - \varepsilon$, et nous venons d'expliquer ce qu'il faut entendre par là ; mais la fonction se trouve affectée en conséquence d'une manière très différente dont il faut se rendre compte. Aux valeurs $a + \varepsilon$ de x répondent des valeurs positives de y, et, aux valeurs $a - \varepsilon$, des valeurs négatives : c'est une propriété de

la fonction qui n'a jusqu'ici rien d'extraordinaire. Mais les valeurs de y croissent indéfiniment, en conservant leurs signes opposés, à mesure que x s'approchant de a, dans un sens ou dans l'autre, ε décroît indéfiniment. D'après cela, comme x varie d'une manière continue entre $a+\varepsilon$ et $a-\varepsilon$, et comme y, toujours positif, croît indéfiniment depuis $x=a+\varepsilon$ jusqu'à $x=a$, et, toujours négatif, croît depuis $x=a-\varepsilon$ jusqu'à $x=a$, on croit pouvoir dire que la *fonction passe du positif au négatif ou du négatif au positif par l'infini.* Ce sont encore là des termes symboliques dont le sens est clair si on les explique par le fait, tel que je viens de l'exposer; et il est parfaitement vrai que la variable d'une certaine fonction peut prendre deux valeurs aussi peu différentes l'une de l'autre qu'on voudra, et telles que les valeurs correspondantes de la fonction soient aussi grandes qu'on voudra et de sens contraire l'une à l'autre. Il suffit de construire l'hyperbole et ses asymptotes pour se rendre compte de cette loi en géométrie.

Mais on ne se contente pas de connaître une loi; on demande des *essences absolues,* un *infini actuel,* une hyperbole totale, et ou rien ne manque. On imagine alors une sorte de continuité qui traverse l'infini, comme zéro, avec un changement de signe. Tout cela est chimérique. La fonction $y=\frac{a}{x-a}$ donne une valeur de y tant que x diffère de a, si peu qu'il en diffère en plus ou en moins, mais elle n'en donne aucune pour $x=a$, parce qu'il n'y a pas de quantité dont le pro-

duit par zéro puisse donner a. Le symbole $\frac{a}{0}$ marque une impossibilité quant au calcul, et par conséquent une discontinuité de la fonction en géométrie..

6. VALEURS SYMBOLIQUES DITES *imaginaires*.

On se fait une idée très confuse de l'*impossible* dans la science des fonctions numériques, parce qu'on ne distingue pas avec assez de soin les nombres, les quantités concrètes et les symboles. Ce qui est impossible en un sens peut ne pas l'être en un autre. Par exemple, la relation exprimée par le symbole $\frac{1}{x}$ est impossible arithmétiquement, mais s'applique sans difficulté à la quantité continue ; la relation $\sqrt{x}$ n'a pas de sens arithmétique dans la plupart des cas, mais elle a toujours un sens géométrique exact; la relation $-x$ est absurde par elle-même et se justifie en prenant place dans un système de quantités comptées d'une limite arbitraire; la relation $\sqrt{-x^2}$ ne peut pas être reçue pour signifier une fonction de x, à quelque titre que ce soit, et pourtant le symbole de cette fonction impossible exprime la solution générale d'un ordre de problèmes, si bien que l'équation de la forme $x = a + b\sqrt{-1}$ est non seulement possible, mais nécessaire relativement à cette autre équation envisagée dans toute sa généralité :

$$x^m + Ax^{m-1} + Bx^{m-2} + \dots = S.$$

Aucun symbole n'est impossible algébriquement parlant, je veux dire eu égard aux formes abstraites

du calcul. Ainsi les symboles dits *quantités imaginaires*, et très mal nommés puisqu'ils ne sont nullement imaginaires et n'expriment point des quantités, ne se caractériseraient pas mieux comme *fonctions impossibles* ou *quantités impossibles* : Des symboles négatifs simples tels que $\sqrt[3]{-x^2}$, considérés isolément, partagent ce genre d'impossibilité. Mais ceux-ci procèdent rationnellement des symboles $+x$ et $-x$, admis en vertu d'une convention et appliqués à l'ordre concret; les autres n'en procèdent ni n'en peuvent procéder. Toute la différence est là. Il est vrai qu'elle est grande. Cependant, de même que des symboles de la forme -1, ou $\sqrt[2n-1]{-1}$, admis dans le calcul, absurdes par eux-mêmes, tirent un sens de leur relation possible à d'autres, et se trouvent applicables à l'ordre concret ; ainsi des symboles de la forme $\cos\varphi + \sqrt{-1}\sin\varphi$, lesquels n'exprimeraient rien que d'inintelligible et de contradictoire s'il s'agissait de les réaliser comme fonctions des quantités $\sin\varphi$ et $\cos\varphi$, ont une signification très réelle en tant que relatifs à des problèmes exclusivement symboliques : soit celui qui se pose dans l'équation générale algébrique $x^n \pm 1 = 0$. Les expressions, *racines de degré pair de valeurs négatives*, résolvent réellement, rationnellement, nécessairement des questions de symboles, occupent à ce titre une grande place dans l'ordre abstrait où ils s'introduisent par suite de la généralité de l'algorithme, et pourraient se nommer *valeurs symboliques, racines symboliques*.

Ces sortes de valeurs sont propres à représenter, sous une forme simple et abrégée, des relations considérables, comme entre les trois séries qui donnent les développements de e^x de sin x et de cos x en fonction des puissances de x :

$$e^{x\sqrt{-1}} = \cos x + \sqrt{-1} \sin x.$$

Il est clair que leur usage doit conduire quelquefois à des formules où ils cessent de paraître. Se demander si de tels résultats ne sauraient être fautifs, c'est supposer qu'on aurait entendu et appliqué le symbole en un sens absurde, ou bien c'est oublier que le calcul est une logique dont les conclusions ne dépassent pas les prémisses.

On a pensé quelquefois que, de même que le symbole -1, provenu d'une opération impossible, s'adapte cependant à l'expression des lois de l'ordre concret, de même aussi le symbole $\sqrt{-1}$ pourrait, de sa nature, signifier quelque relation du même genre. Mais les ingénieux auteurs de recherches sur ce sujet me semblent avoir accordé trop de foi aux qualités occultes en mathématiques. La vraie question est de savoir quelles conventions l'on veut et l'on peut faire, sans d'ailleurs fausser ou détourner le sens des relations antérieurement exprimées. Au surplus, les résultats obtenus jusqu'ici n'ajoutent, je crois, rien d'essentiel à nos connaissances.

7. EXPOSANTS NÉGATIFS.

Soient les relations simultanées $x^y = z$ et $y = s - t$.

Dans la supposition de $s>t$, on prouve par la seule définition des puissances que

$$x^y = x^{s-t} = \frac{x^s}{x^t};$$

et chacune de ces expressions différentes d'une même puissance de x a par elle-même une signification claire. Si, au contraire, nous supposons $s<t$, et par exemple $t = s+u$, en appliquant les règles du calcul à l'égalité précédente, abstraction faite du sens qu'elle peut ou non conserver maintenant, nous avons

$$x^y = x^{-u} = \frac{1}{x^u}.$$

Or, la dernière de ces trois expressions se conçoit sans difficulté comme le résultat obtenu en effectuant s multiplications et t divisions successives avec le seul facteur x. La seconde, x^{-u}, n'a par elle-même aucun sens, puisque le degré d'une puissance ne peut être qu'un nombre : il faut donc lui attacher la signification de $\frac{1}{x^u}$, dont elle sera le symbole; et ce symbole s'introduit et s'utilise dans le calcul, parce que l'emploi de x^{-u}, fait conformément à la règle des signes et à celles des autres opérations de l'algèbre, conduit aux mêmes résultats que l'emploi de $\frac{1}{x^u}$, ce qu'il est facile de vérifier. Enfin la première expression x^y, ne se rapporte plus alors à une simple puissance. La dénomination de *puissance négative*, justifiée par les lois du calcul, n'est pourtant qu'une définition nominale

de la fonction composée, ***quotient de l'unité divisée par une puissance.***

C'est dans le même esprit qu'il faut considérer x^0 comme le symbole de l'unité quel que soit x, le rapport de x^s à x^t devenant égal à 1 lorsqu'on a $s - t = 0$.

APPENDICE V.

Théorie de l'indéfini et des limites.

1. SIGNIFICATION ET LOIS DE LA FRACTION (renvoi de la page 144).

La simple inspection de la série indéfinie des nombres fait voir que le problème inverse de la multiplication est insoluble lorsque le produit et le facteur donné sont quelconques.

L'obstacle est dans l'indivisibilité de l'unité. Soit l'équation $a = bq + r$, dans laquelle r est moindre que b. S'il était possible de considérer r comme formé d'unités dont chacune ne fût que la b^{me} partie de celles qui composent a, b et q, en sorte que désigné par ρ sous ce point de vue, il fût remplacé par $b\rho$ dans l'équation, on aurait $a = b(q + \rho)$; le problème serait résolu, et $q + \rho$ serait le quotient de a par b, toujours réalisable.

Ce serait renverser les notions les plus claires que d'admettre dans l'arithmétique abstraite des nombres hybrides tels que $q + \rho$, q étant formé au moyen d'une unité et ρ au moyen d'une autre, et l'on ne saurait plus ce qu'*unité* veut dire puisqu'on n'a d'abord entendu par ce mot que l'élément constituant du nombre abstrait. C'est cependant ce que l'on fait quand on parle de *nombres fractionnaires,* et qu'on appelle les fractions des nombres. Les anciens auteurs avaient

une plus juste idée de la méthode, et ne plaçaient pas ainsi les abstractions hors de propos. Wallis, par exemple, remarque que *le numérateur de toute fraction est arithmétique et le dénominateur géométrique.* (Opp. p. 27.)

Je n'ai pas besoin de montrer comment le problème de l'unité divisée, impossible arithmétiquement, se résout à volonté pour de certaines grandeurs concrètes, et comment le quotient ci-dessus, $q + \rho$, prend une signification en tant que partie d'une quantité continue. On convient alors d'adopter le symbole $\frac{r}{b}$ au lieu de ρ, pour la représentation de r unités b fois moindres que celles qui servent à estimer la quantité a, dividende proposé. Ce symbole tire le nom de *fraction* du fractionnement de la quantité concrète qu'on avait d'abord prise pour unité. La formule de Wallis demande à être légèrement modifiée, ou du moins interprétée : les deux termes de la fraction sont arithmétiques, sont des nombres, mais leur système n'a de sens que relativement à une quantité qui puisse passer pour continue, soit de la nature des lignes, et le dénominateur s'applique particulièrement à la division toujours possible de cette quantité.

Il reste à donner la règle du calcul de ces symboles, c'est-à-dire à déterminer quelles opérations doivent être effectuées sur les termes des fractions (termes considérés comme nombres abstraits) pour la solution des problèmes qui portent sur les parties de la quantité divisée que ces fractions représentent.

On peut d'abord exposer un procédé général qui répond à cette question en la supprimant. En effet, il résulte de la définition même de la fraction, que tant de fractions que l'on voudra, sans changer de signification et de valeur, se prêtent à n'avoir toutes qu'un seul et même dénominateur. Les nombres aussi, dès qu'ils mesurent des quantités de nature continue, prennent à volonté la forme fractionnaire avec un dénominateur quelconque. Or, toute relation ou fonction qu'on se proposera de poser entre les quantités homogènes que représentent des fractions (1) réduites au même dénominateur, se conçoit aisément : en vertu du principe d'homogénéité, le dénominateur commun peut être négligé; on ne fait ainsi que changer l'unité arbitraire. Dès lors, c'est entre des nombres que la fonction s'établit. La réduction au même dénominateur n'est, au fond, que la réduction à la même unité; celle-ci devient donc indifférente au calcul, et il suffira de la restituer dans le résultat quelconque des opérations effectuées.

Mais on veut aussi attacher un sens aux symboles d'opérations qui portent expressément sur des fractions. Pour cela, il suffirait, ce semble, de définir ce qu'on entend par somme ou différence, produit ou quotient, dans ce cas nouveau. On déterminerait la composition de chacune de ces fonctions d'après la définition avancée. Enfin on constaterait que le symbole fractionnaire dont les termes se forment suivant

(1) Dans tout ce qui suit, j'étends la dénomination de *fraction* à une expression fractionnaire quelconque.

une certaine loi est propre à représenter la fonction demandée.

Mais les définitions ne sauraient être arbitraires. Les résultats qu'elles donnent doivent concorder avec ceux que donnerait l'application des règles générales du calcul. Il est donc plus simple de suivre ces dernières.

Soit à déterminer la somme ou la différence $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d}$. La question ne se comprend bien, d'une manière générale et abstraite, que sous la forme $\frac{ad}{bd} \pm \frac{cb}{bd}$, et alors elle se résout immédiatement par $ad \pm cb$, parce que l'unité devenue la même est indifférente dans la fonction. Cela fait, si je me rappelle que les nombres ad, cb sont cependant constitués avec une unité bd fois plus grande que celle que les données supposaient, je passerai à l'expression voulue pour celles-ci, en écrivant la somme demandée sous la forme fractionnaire $\frac{ad \pm cb}{bd}$.

[On pourrait encore poser le problème par l'équation $\frac{ad}{bd} \pm \frac{cb}{bd} = \frac{x}{bd}$, d'où l'on tirerait $x = ad \pm cb$, en vertu de la loi d'homogénéité, par la supposition d'une unité bd fois plus grande. L'équation elle-même résulte de cette loi, car une somme de quantités doit pouvoir se mesurer par la même unité que les parties.]

Soit de même à déterminer le produit $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$; j'écris le problème ainsi, $\frac{ad}{bd} \cdot \frac{cb}{bd}$, pour la raison déjà dite; et,

ne tenant compte de l'unité, je le résous par le produit *adcb*. Mais les nombres *ad* et *cb* étant formés avec une unité *bd* fois plus grande que celle que l'on considérait dans les données, et ces nombres étant facteurs l'un de l'autre, l'expression fractionnaire $\frac{adcb}{b^2d^2} = \frac{ac}{bd}$ représentera le produit demandé par rapport à la première unité.

Enfin, s'il s'agit de diviser $\frac{a}{b}$ par $\frac{c}{d}$, c'est-à-dire $\frac{ad}{bd}$ par $\frac{cb}{bd}$, mêmes valeurs ramenées à la même unité, c'est-à-dire encore *ad* par *cb* en négligeant cette unité, je remarque que l'expression fractionnaire $\frac{ad}{cb}$ ne varie point avec l'unité qui sert à former les nombres *ad* et *cb*, et par conséquent représente le quotient demandé.

[On déduirait les mêmes résultats d'équations fondées sur la loi d'homogénéité.]

Les règles de la formation des puissances et de l'extraction des racines des fractions se déduisent immédiatement des précédentes, lorsque le degré est un nombre (un entier). Enfin la même méthode donnera la puissance ou racine quelconque d'une fraction, le degré étant lui-même une fraction; mais il faut d'abord savoir quel sens on peut attacher à un exposant fractionnaire.

La théorie est analogue à celle des exposants néga-

tifs (ci-dessus, p. 466). Les deux relations simultanées

$$x^y = z, \quad y = \frac{s}{t},$$

étant posées, et s multiple de t, on prouve que

$$x^y = x^{\frac{s}{t}} = \sqrt[t]{x^s}.$$

Si, au contraire, t est multiple de s, soit $t = us$, l'extension des règles formelles du calcul à ce cas, quoique *sans signification*, donne

$$x^y = x^{\frac{1}{u}} = \sqrt[u]{x}.$$

Cette relation peut s'accepter en ce sens que la *puissance fractionnaire*, $x^{\frac{1}{u}}$, est un symbole de la racine de degré u de x. Or, les lois de l'algèbre vérifient l'emploi de ce symbole dans toutes les opérations, les résultats étant les mêmes, une fois le symbole admis, soit que $x^{\frac{1}{u}}$ ou $\sqrt[u]{x}$ désignent la racine. De là résulte une identité algorithmique de la fonction *puissance* directe avec la fonction inverse. Les trois variables de la fonction ainsi généralisée sont également aptes à représenter toutes les grandeurs de nature continue qui appartiennent à l'ordre fractionnaire. Mais il est fait abstraction ici des difficultés amenées par l'incommensurabilité de certaines grandeurs.

On a vu que la division, opération généralement inapplicable à des nombres donnés, est toujours possible sur des grandeurs tirées de l'ordre concret continu. Mais celles-ci sont alors supposées de vraies

quantités, c'est-à-dire réduites en nombres au moyen d'une unité de grandeur arbitraire, et il faut pour cela que cette unité puisse être assignée. En d'autres termes les grandeurs doivent être commensurables. Or, elles ne sont pas toujours commensurables.

Par exemple, si de l'opération inverse de la multiplication nous passons à l'opération inverse de la formation des puissances, il se trouve que non seulement aucun nombre ne sera propre à représenter exactement telle racine demandée, mais même aucune fraction n'y sera propre : on le démontre facilement. Il n'est donc pas possible en ce cas, et c'est le plus ordinaire, d'assigner une quantité qui, prise pour unité, permette à la fois l'évaluation numérique de la puissance et celle de la racine; et cependant toutes deux se présentent dans l'ordre concret, déterminées par les lois de cet ordre : on peut toujours les construire géométriquement, *par la règle et le compas*, quand elles sont du second degré.

Le problème de la détermination numérique ou fractionnaire exacte des racines étant reconnu insoluble, on résout cet autre problème : déterminer deux quantités, deux fractions, aussi peu différentes l'une de l'autre qu'on voudra, telles que l'une ait pour puissance une quantité plus grande, l'autre pour puissance une quantité plus petite que telle quantité proposée. Pour que cette approximation possible, indéfinie, devînt une solution exacte, il faudrait que la quantité ne fût pas seulement divisible indéfiniment, mais encore effectivement divisée en certaines unités moindres

que toute quantité assignable, ce qui est contradictoire avec la définition du continu, et par conséquent absurde.

2. CALCUL DE L'INCOMMENSURABLE, EN GÉNÉRAL.

Des grandeurs déterminées peuvent être incommensurables, c'est-à-dire n'avoir point pour commune mesure une grandeur assignable, quelque petite qu'on la suppose. Exemple, la diagonale et le côté du carré, dont la commune mesure demanderait des nombres tels que la deuxième puissance de l'un fût double de la deuxième puissance de l'autre : condition impossible.

Il n'existe donc pas de rapport entre deux quantités de ce genre, séparément mesurables, a et b. Mais un rapport existe toujours entre l'une d'elles, soit a, et une autre quantité, $b \pm \varepsilon$, variable, que l'on peut toujours supposer différente de b, de moins que d'une quantité assignée, quelque petite que soit cette dernière. J'omets la démonstration de ce point qui est très élémentaire.

Toute relation tirée des données d'un problème, ou posée *à priori* dans l'analyse,

$$f(a, b, c, d, \ldots.) = 0,$$

lorsque $a, b, c, d, \ldots.$ ne seront point supposées commensurables entre elles, pourra donc être entendue dans le sens de

$$f(a, b + \varepsilon, c + \varepsilon', d + \varepsilon'', \ldots) = 0.$$

Les symboles $b, c, d, \ldots$ n'y représenteront pas alors

précisément les quantités proposées et définies, soit dans l'ordre concret, soit comme propres à la solution d'une question d'analyse, mais d'autres quantités qui en diffèrent respectivement de moins que d'une quantité quelconque et arbitraire. Ainsi les rapports de la forme $\frac{b}{a}$ seront les symboles des rapports possibles $\frac{b \pm \varepsilon}{a}$. Dans toute autre supposition, il serait contradictoire de regarder l'équation comme donnée entre des nombres.

Les symboles a, b, c, d,... doivent paraître sans changement dans le calcul, sous cette interprétation nouvelle ; car si l'on y substituait les symboles a, $b + \varepsilon$, $c + \varepsilon'$, $d + \varepsilon''$, ..., on admettrait les quantités $a, b, c, d, \ldots \varepsilon, \varepsilon', \varepsilon''$, ... comme toutes commensurables entre elles, ce qui est contre l'hypothèse. Mais, dans la donnée de cette substitution, supposée pour un moment, on trouve la justification, ou preuve *à posteriori*, de la théorie que je présente. En effet, la thèse du contradicteur consiste à poser comme possible, et, de plus, comme nécessaire pour la rigueur, l'introduction des quantités elles-mêmes, $a, b, c, d,\ldots$ dans le calcul. L'équation $f(a, b, c, d, \ldots) = 0$ est donc intelligible de quelque manière. Il en sera de même, pour les mêmes raisons, quelles qu'elles soient, de l'équation $f(a, b + \varepsilon, c + \varepsilon', d + \varepsilon'', \ldots) = 0$, les quantités accessoires étant définies comme précédemment. Or, cette dernière est toujours équivalente à la somme de deux fonctions (soit qu'on puisse ou non

les séparer par le calcul),

$$\varphi(a, b, c, d, \ldots) + \psi(a, b, c, d, \ldots \varepsilon, \varepsilon', \varepsilon'' \ldots) = 0,$$

dont l'une représente ce qu'aurait donné l'analyse sans l'introduction des quantités accessoires, tandis que l'autre, qui dépend de la modification apportée, est nécessairement telle qu'elle devienne nulle quand on fait simultanément $\varepsilon = 0$, $\varepsilon' = 0$, $\varepsilon'' = 0, \ldots$. Cette condition, s'il s'agit de quantités continues, signifie que la seconde fonction doit décroître indéfiniment lorsque ε, ε', ε'',.. sont supposés de plus en plus petits à partir de certaines valeurs. Mais ces termes sont indéterminés et arbitrairement réductibles, par hypothèse; donc, en désignant par η une quantité de la même condition, on peut poser

$$\varphi(a, b, c, d \ldots) + \eta = 0.$$

On voit que la considération des termes complémentaires indéterminés amène pour tout changement dans les équations, c'est-à-dire dans les résultats comme dans les données de l'analyse, de nouveaux termes que l'on peut encore supposer moindres qu'une quantité assignée quelconque. Le contradicteur peut donc être mis au défi d'assigner l'erreur commise à son point de vue, puisque, quelle que soit la quantité qu'il assigne comme telle, on est en droit de la réclamer moindre. Une erreur de cette espèce est nulle de fait, tant qu'on ne sort pas du domaine de la spéculation.

Le partisan du calcul des *incommensurables mêmes* ne peut donc reprocher à la théorie que j'expose que l'*hypothèse d'une erreur indéterminée, discrétion-*

naire, indéfiniment réductible, portant sur les quantités incommensurables proposées, auxquelles d'autres quantités sont substituées par la pensée. Mais cette erreur, ou différence, est exigée par la nature de la question, si l'on ne veut point supposer la commensurabilité des incommensurables; et elle est inassignable en théorie ; et si le calcul numérique la détermine nécessairement, c'est une preuve de plus qu'elle est inévitable, en tant que quelconque, et que les méthodes qui pensent y remédier sont fausses. Au contraire, le calcul prétendu des *incommensurables mêmes* implique un autre genre d'erreur, une contradiction, en écrivant des rapports symboliques entre quantités qu'on a prouvé ne pouvoir point être réduites en nombres au moyen d'une même unité.

Si l'algèbre conserve toute sa généralité, ce n'est donc pas que les quantités continues, liées dans l'ordre concret, aient toujours dans le fond une mesure commune, ainsi que le dogme de l'infini l'assure; mais c'est qu'en leur en supposant une, on commet une erreur arbitraire touchant telle quantité proposée qui ne peut alors demeurer sans modification. Et la rigueur propre au calcul des incommensurables consiste dans l'expression symbolique d'une approximation indéfinie qui, ne se déterminant jamais en théorie, est toujours plus grande qu'on ne saurait l'assigner, c'est-à-dire enfin équivalente à l'exactitude.

3. APPLICATION A LA GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE.

(Renvoi de la page 152.)

Il y a contradiction à poser un rapport arithmétique entre quantités incommensurables, contradiction à admettre pour une quantité concrète quelconque une mesure donnée par un nombre dont l'unité est inassignable par hypothèse, à moins qu'on ne s'en réfère à la théorie précédente.

Ainsi quand on dit que deux rectangles qui ont des bases égales sont entre eux comme leurs hauteurs, même dans le cas où ces dernières sont incommensurables, il faut entendre que dans l'égalité $Rh' = R'h$, R et h, par exemple, sont des nombres qui expriment l'un un rectangle et l'autre une droite, indéfiniment approchés du triangle proposé et de sa hauteur. De même, l'égalité $R = bh$ donnant la mesure d'un rectangle quelconque, si les dimensions ne sont pas toutes deux commensurables avec une certaine ligne, auquel cas la base et la hauteur ne sauraient être simultanément des nombres, cette égalité n'existe qu'à condition que R et h soient interprétés comme je viens de le dire.

Si l'on veut que R et h soient les symboles propres des quantités proposées, alors les véritables égalités seront, je suppose :

$$(R + r)\,h' = R'\,(h + i);\ R + r = b\,(h + i).$$

r désigne ici un rectangle dont la base est b, et dont la hauteur i est indéterminée, de grandeur arbitraire, ou du moins sous des conditions qui permettent de la

faire moindre que toute droite assignée, quelque petite que soit celle-ci. Les nombres qui paraissent alors dans les égalités sous les symboles $R + r$, $h + i$, n'y représentent point des sommes de deux nombres. Cette remarque est essentielle. De même, la mesure d'une circonférence et celle d'un cercle ne sauraient être supposées légitimement et en parfaite rigueur. Le symbole π, qui représente le nombre mesurant la circonférence dont le diamètre est l'unité linéaire, n'a vraiment un sens numérique qu'autant qu'au lieu de cette circonférence on considère le périmètre d'un polygone régulier inscrit ou circonscrit ; et dans l'équation $c = 2\pi r$, c est un autre périmètre polygonal dont l'apothème est r. Mais comme il est démontré que la circonférence est comprise entre deux polygones dont les périmètres se rapprochent indéfiniment et diffèrent à volonté de moins que de toute quantité assignée, quelque petite qu'elle soit, il s'ensuit qu'en appliquant les nombres c et r à une circonférence et à son rayon, et en désignant par π la longueur de la circonférence qui a l'unité pour diamètre, on exprime symboliquement comme mesure de la circonférence celle d'une longueur variable dont elle est la limite. Il n'en est pas moins vrai que, pour être des nombres, c, π et r doivent se rapporter à des polygones.

Il faut donc repousser les démonstrations prétendues ou les postulats qui tendent à donner un sens rigoureux, positif, toute idée d'approximation écartée, à une équation telle que $C = \pi r^2$, par exemple, dans

laquelle C représenterait un certain nombre de carrés et πr^2 un produit de deux nombres qui ne peuvent être obtenus que par la mesure commune de deux lignes qui n'ont point de commune mesure. Ou il y a là une contradiction palpable et criante, ou la méthode des limites, expliquée de manière à donner des résultats de cette espèce, est un déguisement de la foi dans les infiniments petits. Cette dernière n'évite pas la contradiction, mais la consacre sous le nom d'*infini*. Telle est pourtant la force du préjugé, que des mathématiciens aiment mieux embrasser l'absurde que de renoncer à ce réalisme prestigieux qu'ils appellent de la rigueur, et dont ils se targuent. Comme si la rigueur pouvait consister à assigner une mesure exacte des quantités qui ne sont susceptibles que d'une mesure approximative !

Mais cette approximation, dont il faut bien se contenter, est indéfinie; et de là une admirable rigueur, cette fois vraie et sans mystère, qui permet l'introduction des quantités continues quelconques dans le calcul, sous le symbole de celles qui, étant mesurables et demeurant indéterminées, ne diffèrent des premières que d'une quantité arbitrairement petite. Or, tout autant que la substitution est seulement supposée et qu'on ne sort pas des relations exprimées en général pour en venir aux applications arithmétiques, la théorie est pleinement rigoureuse. Il est vrai qu'*à priori* on considère, au lieu des quantités proposées, d'autres quantités, mais l'erreur est indéterminée, toujours inassignée et arbitraire; et,

à posteriori, on prouve qu'elle est inassignable et nulle en ce sens, puisque le géomètre a toujours pu envisager une différence moindre que celle qu'on objecte, quelque petite que soit celle-ci.

En résumé, les propositions de géométrie élémentaire par lesquelles on se proposait d'établir des rapports entre deux quantités incommensurables A et B doivent, pour la rigueur, se réduire à la convention suivante :

Si A est la limite d'une série de quantités a, a', a'', etc., et si B est la limite d'une série de quantités b, b', b'', etc., commensurables avec les premières, $\frac{A}{B}$ sera le symbole d'un rapport tel que $\frac{a_m}{b_m}$, dont les termes a_m et b_m demeurant indéterminés peuvent être supposés différer respectivement de A et de B, de moins que d'une quantité assignée, ou assignable de fait, quelque petite qu'elle soit ; en sorte que l'erreur attachée à la considération de la variable, au lieu de sa limite, ou de la limite au lieu de sa variable, ne puisse être assignée et doive nécessairement être tenue pour nulle dans la théorie.

Au contraire, la nature du calcul numérique exige une erreur précisée quelconque ; mais le calculateur la resserre entre des limites aussi rapprochées qu'il le désire.

4. ÉLÉMENTS DU CALCUL DE L'INDÉFINI.

(Renvoi de la page 157.)

Je ne me propose d'exposer que ceux des principes ou applications élémentaires de ce calcul qui me paraissent utiles à l'intelligence de la méthode. Je glisserai donc sur les développements purement mathématiques.

Je commence par envisager l'analyse de l'indéfini dans quelques problèmes fameux, et d'abord dans celui-là même où elle se produisit pour la première fois.

Problème des maxima et minima. — Soit une fonction continue d'une variable : $y = f(x)$. On demande pour quelles valeurs de x cette fonction est un maximum ou un minimum, c'est-à-dire après quelles valeurs elle commence à décroître ou à croître, alors qu'elle a crû ou décrû continûment ? Toute valeur de ce genre de y, soit y', est comprise entre des couples de valeurs égales de la forme $y' - k$ s'il y a maximum, et $y' + k$ s'il y a minimum, pourvu que k soit supposé suffisamment petit. Ces couples correspondent, pour un cas comme pour l'autre, à des valeurs $x' - h$ et $x' + h'$ de la variable. Cela posé, le rapport

$$\frac{(y' \pm k) - (y' \pm k)}{(x' + h') - (x' - h)} = \frac{f(x' + h') - f(x' - h)}{h' + h}$$

entre l'accroissement de la fonction et celui de sa va-

riable depuis $x'-h$ jusqu'à $x'+h'$ est nécessairement nul, car on a $(y'\pm k)-(y'\pm k)=0$, quel que soit k.

Mais l'équation tirée de la condition ci-dessus ne saurait nous donner les valeurs de x', parce que ni h' ni h ne sont déterminés.

Soient $x'-h=x$ et $h'+h=i$, l'équation précédente devient :

$$\frac{f(x+i)-f(x)}{i}=0;$$

et x représente les valeurs cherchées, à une différence indéterminée près. Ceci posé, remarquons que cette équation, vraie pour des valeurs suffisamment petites de k et, par conséquent, de h, h' et i, restera toujours vraie, quelque petites que soient supposées ces mêmes valeurs, indéfiniment diminuées ; et, en effet, dans un intervalle assigné de part et d'autre de y', et indéfiniment resserré, on placera toujours à volonté deux valeurs de la fonction égales entre elles, $y'\pm k$. Donc le numérateur peut d'abord être égalé à zéro quel que soit i, et cette indéterminée pouvant y être supposée moindre que toute quantité assignée, on l'y fera nulle pour passer de la valeur $x'-h$ à la valeur x'. L'hypothèse $i=0$, introduite après toutes réductions faites, donnera une ou plusieurs valeurs de x, qui seront précisément les valeurs cherchées.

Ainsi l'équation du problème se trouve en exprimant l'égalité à zéro de la limite du rapport de la différence de la fonction à la différence indéfiniment décroissante de la variable. Nous verrons, plus tard,

comment on distingue analytiquement un maximum d'un minimum.

Exemple élémentaire. Soit $f(x) = x(a - x)$; a est une droite donnée dont x, valeur positive et moindre que a, est une partie. Le problème est de partager une droite de manière que le rectangle de ses deux parties soit le plus grand possible. Nous poserons :

$$\frac{(x+i)(a-x-i)-x(a-x)}{i}=0;$$

d'où égalant à zéro le numérateur et le réduisant : $a - 2x - i = 0$, et, à la limite, i étant fait nul :

$$x = \frac{a}{2}.$$

[On a coutume de fonder la théorie des *maxima* et *minima* sur cette considération, que *l'accroissement de la fonction qui, de positif, devient négatif, ou de négatif, positif, en variant continûment, passe par zéro.* Mais qu'est-ce que *passer par zéro?* Les géomètres s'accordent à repousser l'infini réel, autant qu'à en faire usage. Ils n'entendent donc pas, sans doute, que l'accroissement de la fonction prend un nombre infini de valeurs effectives parmi lesquelles se trouve la valeur nulle. Quel est l'accroissement de la variable auquel correspond l'accroissement zéro de la fonction? Est-il déterminé? Assurément non. Est-ce quelque limite dont il se rapprocherait par une diminution indéfinie? Alors en quoi cette limite diffère-t-elle de zéro? On arriverait ainsi à présenter, non comme nulle, mais comme indéterminée la limite du rapport de la différence de la fonction à la différence

indéfiniment décroissante de la variable dans le cas d'un maximum ou d'un minimum.]

Problème des tangentes.—L'idée que nous nous formons d'une ligne courbe en général est telle que, tout en l'opposant à l'idée d'une ligne droite, nous n'en obtenons cependant une représentation claire et propre à la distinguer de toute autre qu'en attribuant à ses éléments certaines directions. Mais la *direction d'une courbe varie continûment.* Afin d'accorder cette continuité, sans laquelle il n'y a plus de courbure, avec la discontinuité qu'une série de directions déterminées exigerait si celles-ci étaient données effectivement par autant d'éléments rectilignes, on suppose ces éléments en nombre indéfini; on règle, par hypothèse, qu'ils ne sauraient être assignés séparément de quantité sans erreur, et sans être pris trop grands, quelque petits qu'ils soient : à cet effet, l'analyse les laisse indéterminés, et cette indétermination même, sous la condition posée, permet de les chasser des équations qu'ils ont fait obtenir et d'atteindre ainsi la solution des problèmes les plus généraux de la géométrie. C'est le véritable esprit d'une méthode que la théorie des limites, telle qu'on la présente communément, n'éclaircit pas, et que la doctrine de l'infini entache de contradiction.

On substitue donc à une courbe donnée le polygone formé de la série des cordes indéfiniment petites substituées à leurs arcs. Celles des propriétés de ce dernier qui sont indépendantes du nombre et de la grandeur des côtés, appartiennent à une certaine figure variable

dont la courbe est la limite, et que l'on peut prendre à sa place et sous son nom, en tant qu'elle en diffère *géométriquement* aussi peu que l'on veut. Et si l'on parvient à exprimer ces propriétés par le calcul, en introduisant la condition que les côtés du polygone soient moindres que toute quantité qu'on assignerait, il s'ensuit qu'on doit les rapporter à la variable, en tant que celle-ci ne peut être dite différer *numériquement* d'une quantité, quelque petite qu'elle soit, de celle de ses valeurs qu'on regarderait comme la dernière et comme identique avec la courbe, si une telle identité était réalisable. En aucun autre sens on ne saurait légitimement attribuer à une courbe quelconque les propriétés que nous avons en vue ici, et dont nous allons nous occuper.

La tangente à une courbe en un point donné est le prolongement de l'élément rectiligne indéfiniment petit considéré en ce point, conformément aux explications précédentes. On a coutume de regarder cette droite comme la limite des sécantes qui ont toutes un point commun sur la courbe, lorsque les seconds points d'intersection tendent à se confondre avec le premier. Mais cette limite n'est pas donnée géométriquement en général; et il n'en est pas ici comme d'une courbe et d'un polygone inscrit, je suppose, cas dans lequel la variable et la limite sont également posés et définis *à priori*. Une définition générale, directe et proprement géométrique de la tangente suppose qu'on substitue à la courbe le polygone d'un nombre indéfini de côtés, et c'est la détermination de

la limite d'une fonction qui résout le problème.

Pour éviter tout malentendu sur ce point délicat, remarquons qu'il y a trois manières d'envisager une ligne courbe : 1° particulièrement, à l'aide de quelque définition géométrique impliquant une construction ; alors la tangente peut avoir une détermination spéciale aussi, comme dans les sections coniques ; 2° généralement et par intuition : dans ce cas, l'imagination nous représente un tracé continu quelconque, et il est clair que cet ordre d'idées permet une entière assimilation du tracé courbe à un polygone dont les côtés seraient suffisamment petits et multipliés ; ce n'est point là de la géométrie scientifique, mais c'est un appui, un fondement sensible et tout à fait nécessaire pour les objets abstraits de cette géométrie ; 3° généralement encore, mais cette fois au moyen d'une fonction numérique (algébrique) de certaines variables, fonction continue dont les valeurs répondent à un nombre indéfini de points d'une portion quelconque du tracé. La tangente n'est plus le prolongement d'un côté du polygone qu'autant que les côtés sont multipliés indéfiniment entre deux points quelconques, et cette condition ne saurait être exprimée ni bien comprise que par le calcul. On peut alors la définir *une droite menée par un point de la courbe, et formant avec l'axe des* x *un angle dont la tangente trigonométrique est donnée par la valeur en ce point de la limite du rapport des différences de l'ordonnée et de l'abcisse quand elles décroissent indéfiniment.* (Je suppose ici la courbe plane.)

La définition tirée du prolongement de la corde indéterminée substituée à l'arc de courbe est du domaine de l'intuition, mais rigoureuse et scientifique, grâce à l'analyse, et en tant qu'il est possible d'exprimer que les extrémités de cette corde sont séparées par un intervalle moindre que toute quantité assignée quelconque.

Soit $y = f(x)$ l'équation d'une courbe plane continue quelconque, en coordonnées rectangulaires; h et k, des accroissements indéterminés correspondants de l'abcisse et de l'ordonnée. Si nous pouvions obtenir une expression générale, en fonction de x et des constantes de la courbe, de la limite du rapport $\frac{k}{h}$ lorsque ces différences sont indéfiniment décroissantes, et cette condition même servant à l'élimination des indéterminées de l'équation, soit

$$\varphi(x) = \lim. \frac{f(x+h) - f(x)}{h},$$

cette fonction nous ferait connaître la direction d'une droite menée par un point quelconque de la courbe en prolongement d'une corde moindre que toute quantité assignée ou assignable de fait. Or, cette droite serait la tangente, en vertu de la définition; on en obtiendrait l'équation, pour un point de la courbe donné par les coordonnées x', y', en substituant $\varphi(x')$ à $\frac{k}{h}$ dans l'équation de la sécante qui passe par les points x', y' et $x'+h$, $y'+k$:

$$y - y' = \frac{k}{h}(x - x').$$

Pour résoudre ici la question sur un cas particulier, prenons l'équation de la parabole $y^2 = 2px$. Le rapport de la différence de y à celle de x, tiré de la condition $(y+k)^2 = 2p(x+h)$, est

$$\frac{k}{h} = \frac{2p}{k+2\sqrt{2px}}$$

qui a pour limite $\frac{p}{\sqrt{2px}}$, lorsque k décroît indéfiniment. Ce dernier rapport détermine la direction d'une corde quelconque de la parabole, indéterminée de grandeur et supposée moindre que toute quantité qu'on assignerait, quelque petite que fût celle-ci, puisqu'il serait alors contradictoire d'attribuer une valeur quelconque à k au regard de p et de $\sqrt{2px}$. Enfin la tangente à la parabole au point dont les coordonnées sont x', y', a pour équation

$$y - y' = \frac{p}{\sqrt{2px'}}(x - x').$$

Le problème général de la droite tangente nous conduit, comme on voit, à poser la question analytique de l'expression générale de la limite du rapport de la différence d'une fonction à celle de sa variable, quand ces différences décroissent indéfiniment, c'est-à-dire de cette même limite dont la condition d'égalité à zéro nous permettait ci-dessus de déterminer les valeurs de la variable pour lesquelles la fonction est un maximum ou un minimum.

Problème des rectifications et quadratures. — Les géomètres les plus attachés à la rigueur, ceux qui

suivent la méthode des limites, déterminent les longueurs et les aires de courbe par les limites où tendent les périmètres et surfaces des polygones inscrits ou circonscrits, dont les côtés croissent de nombre et décroissent de grandeur indéfiniment. En effet, ces périmètres et ces surfaces admettent l'application des formules de la géométrie élémentaire pour la mesure des figures à contours rectilignes, et conséquemment se laissent représenter par des nombres (sous la réserve de l'incommensurabilité dont j'ai traité ailleurs). Mais il n'en est pas de même des courbes. Il n'est pas clair que celles-ci aient, en général, des longueurs et des aires numériquement évaluables. Même en prouvant que les limites de ces fonctions polygonales existent analytiquement, et de ce que les courbes de leur côté sont les limites intuitives des polygones, on ne saurait conclure que ceux-ci font atteindre la mesure de celles-là, si d'ailleurs on ignore comment de telles mesures peuvent se poser et se comprendre. On tourne alors la difficulté en considérant *par définition* la longueur et l'aire d'une courbe comme les limites des fonctions polygonales. Mais ces définitions de mots sont par elles-mêmes peu satisfaisantes, laissant de côté la question philosophique, et d'ailleurs ne répondant pas à ce qu'il y a nécessairement d'intuitif dans une science comme la géométrie. Je crois préférable d'établir avec netteté ce que, dans le fond, on avoue : la mesure *n'atteint pas* la courbe même, en tant que telle, mais épuise le polygone variable substitué à la courbe, un polygone qui a ce caractère de

différer de la courbe aussi peu que l'on veut, quant à l'intuition géométrique, et dont la mesure se prend pour le cas, exprimable analytiquement, où aucune quantité, quelque petite qu'elle soit, ne saurait être assignée à la dimension de ses côtés. La méthode expliquée ci-dessus pour les tangentes est imposée ici encore plus rigoureusement.

Soit donc une aire terminée par l'axe des x, par deux ordonnées rectangulaires y_o, y_1 de la courbe $y=\varphi(x)$, et par le polygone indéterminé inscrit entre les points a, y_o et b, y_1. Nous supposons $b>a$. On se propose de trouver la limite des valeurs de cette aire lorsque les côtés augmentent de nombre et diminuent de grandeur indéfiniment, si une telle limite existe. Désignons par u la valeur de l'aire partielle correspondante à un côté quelconque dont les points extrêmes ont pour coordonnées x, y et $x+h$, $y+k$, et par U la valeur de l'aire totale entre les points a, y_o et b, y_1. On a d'abord :

$$u = hy \pm \frac{hk}{2}, \quad \frac{u}{h} = y \pm \frac{k}{2};$$

d'où, k étant une quantité indéfiniment décroissante, on a, quel que soit x,

$$\lim. \frac{u}{h} = y = \varphi(x).$$

Maintenant, si nous remarquons que h, différence des abscisses des sommets consécutifs du polygone, peut être supposée constante, quelque petite qu'elle soit, et qu'étant prise pour une partie aliquote de $b-a$, rien n'empêche qu'on assujettisse le polygone à cette condition,

la valeur de U se présentera sous la forme suivante, en désignant par y_a, y_{a+h}, y_{a+2h}, ..., les ordonnées correspondantes aux abscisses a, $a+h$, $a+2h$, ..., et par k_a, k_{a+h}, k_{a+2h}, ..., les différences entre ces ordonnées et celles qui les suivent immédiatement :

$$U = hy_a \pm \frac{hk_a}{2} + hy_{a+h} \pm \frac{hk_{a+h}}{2} + \ldots + hy_{b-2h} \pm \frac{hk_{b-2h}}{2}$$

$$+ hy_{b-h} \pm \frac{hk_{b-h}}{2} = h(y_a + y_{a+h} + \ldots + y_{b-2h}$$

$$+ y_{b-h}) + \frac{1}{2}h(\pm k_a \pm k_{a+h} \pm \ldots \pm k_{b-2h} \pm k_{b-h}).$$

Lorsque l'on considère un nombre de termes indéfiniment croissant, par suite de la diminution indéfinie de h, la seconde partie du second membre descend au-dessous d'une quantité assignée quelconque. En effet, dans le cas le plus défavorable, celui où tous les termes de la forme k_a sont de même signe, on a :

$$k_a + k_{a+h} + \ldots + k_{b-2h} + k_{b-h} = y_{a+h} - y_a + y_{a+2h}$$
$$- y_{a+h} + \ldots + y_{b-h} - y_{b-2h} + y_b - y_{b-h}$$
$$= y_b - y_a,$$

quantité déterminée à multiplier par une quantité indéfiniment décroissante, et cette réduction est indépendante de h, ou du nombre des termes. La limite de U est donc celle de l'expression

$$h(y_a + y_{a+h} + \ldots + y_{b-2h} + y_{b-h}).$$

Mais nous savons que y est la limite de $\frac{u}{h}$, rapport de l'aire partielle à la différence des abscisses ; d'où l'on voit que *la limite de la valeur de l'aire totale est la*

limite du produit de la différence indéfiniment décroissante des abscisses par la somme des valeurs en nombre indéfini des limites des rapports des aires partielles à cette même différence :

$$\text{lim. } U = \text{lim. } h\,[\varphi(a) + \varphi(a+h) + \ldots + \varphi(b-2h) + \varphi(b-h)].$$

Le problème est loin d'être résolu, puisque la limite cherchée implique la somme d'un nombre interminable de valeurs de la fonction proposée, correspondantes aux valeurs possibles de l'abscisse depuis a jusqu'à b données par la sous-division indéfinie de h. Toutefois, soit $f(x)$, une autre fonction, telle que l'on ait :

$$\text{lim. } \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \varphi(x);$$

il vient par substitution :

$$\text{lim. } U = \text{lim. } h\left[\frac{f(a+h) - f(a)}{h} + \frac{f(a+2h) - f(a+h)}{h} + \ldots + \frac{f(b-h) - f(b-2h)}{h} + \frac{f(b) - f(b-h)}{h}\right].$$

Or, la somme des numérateurs des termes de cette forme est toujours égale à $f(b) - f(a)$, différence indépendante de h. Dès lors, l'indéterminée disparaît de la relation, et l'on a :

$$\text{lim. } U = f(b) - f(a).$$

Exemple : Il peut arriver que la fonction $f(x)$, d'où la solution du problème dépend, se découvre immé-

diatement. Soit donnée la courbe qui aurait pour équation $xy^2 = \frac{1}{2}p$, ou $y = \sqrt{\frac{p}{2x}}$; cette équation est identique avec $y = \frac{p}{\sqrt{2px}}$, que nous avons vue plus haut représenter la limite du rapport de l'accroissement indéfiniment petit de la fonction $\sqrt{2px}$ à celui de sa variable. Donc cette dernière fonction, dans laquelle on fera successivement $x = a$, $x = b$, donnera par la différence :

$$f(b) - f(a) = \sqrt{2pb} - \sqrt{2pa},$$

la limite où tendent les valeurs de l'aire du polygone inscrit à la courbe entre les ordonnées y_1 et y_2, lorsque le nombre des côtés croît par la division indéfinie des abscisses qui déterminent les sommets.

On voit aisément ce que ces propositions rigoureuses peuvent devenir sous la forme d'une approximation grossière, mais commode pour l'imagination et qui fait tout le mérite et le sens de l'infiniment petit géométrique. $f(x)$ serait la *somme infinie* effective des valeurs de $\varphi(x)$ multipliées par une *fraction infiniment petite* effective de x, et donnerait entre deux abscisses quelconques la mesure d'une aire de courbe formée d'une infinité d'éléments.

Le problème des aires fut justement nommé problème inverse des tangentes. On voit que la solution en est ramenée à cette question d'analyse : *Déterminer une fonction telle que la limite du rapport de sa différence indéfiniment décroissante à la différence indé-*

finiment décroissante de sa variable, soit une fonction donnée.

Le problème direct et inverse des limites doit se présenter toutes les fois qu'on s'est proposé la mesure, inabordable directement, d'un continu quelconque donné par une fonction de deux variables (pour n'en pas supposer ici un plus grand nombre) ; car ce qu'on peut chercher alors c'est la limite du produit d'une somme indéfinie de valeurs par une quantité indéfiniment petite, et ces valeurs elles-mêmes sont celles que peut prendre la limite du rapport de l'accroissement d'une fonction donnée à l'accroissement de sa variable, lequel est cette quantité indéfiniment petite.

S'il s'agit, par exemple, de la limite des valeurs du périmètre du polygone inscrit ci-dessus défini, l'équation de la courbe étant $y = \varphi(x)$, la valeur d'un côté quelconque est :

$$s = \sqrt{h^2 + k^2} = h\sqrt{1 + \frac{k^2}{h^2}};\ \text{d'où,}$$

$$\lim.\frac{s}{h} = \lim.\sqrt{1 + \frac{k^2}{h^2}} = \sqrt{1 + [\varphi'(x)]^2} = f'(x),$$

et la question revient à chercher une fonction, $f(x)$, telle que l'on ait : $f'(x) = \lim.\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

Ainsi le problème des *maxima* et *minima* et celui des tangentes, d'une part, le problème de la mesure des aires, de l'autre, nous ont conduit à nous poser deux questions d'analyse inverses et complémentaires :

1° Une fonction quelconque étant donnée, et considérée par rapport à une variable indépendante, déterminer d'une manière générale, c'est-à-dire pour une valeur quelconque de cette variable, la limite du rapport de la différence de la fonction à celle de la variable, lorsque ces deux différences décroissent indéfiniment.

2° Étant donnée la fonction qui exprime la limite ainsi définie, et cela relativement à quelque autre fonction inconnue, déterminer cette dernière.

Si ces deux questions étaient résolues, nous posséderions avec la solution des problèmes indiqués ci-dessus, celle de tous ceux dont l'analyse exige la considération de la quantité au point de vue de sa composition indéfinie.

Principes généraux et notations.—En essayant de présenter sous une forme concise et didactique le procédé que nous avons suivi et les principes sur lesquels nous nous sommes fondé dans l'analyse des problèmes qui nous ont servi d'introduction et d'exemple, nous arrivons aux énoncés suivants :

A. Nous avons introduit dans le calcul des quantités indéterminées d'accroissement d'une fonction et de sa variable. Cette indétermination a dû rester pleine et entière dans le cours de l'analyse et être invoquée pour l'interprétation des résultats.

B. Ces accroissements indéterminés nous les avons supposés *à priori* moindres qu'aucune quantité qui pût nous être assignée, c'est-à-dire *indéfiniment petits*, ce qui nous était permis à raison de leur indétermi-

nation même, et, de là, nous avons tiré les conséquences portées aux articles suivants.

C. Quelque prolongée que fût supposée la diminution de nos indéterminées, il y avait lieu de leur reconnaître des rapports en général définis. Nous avons considéré, sous le nom de *limites*, des valeurs dont ces rapports s'approchent indéfiniment et dont ils peuvent différer de moins que de toute quantité assignée, sans jamais les atteindre. En déterminant ces limites, nous avons par là même éliminé les indéfiniment petits sans porter atteinte à leur indétermination propre, et après que, par leur moyen, certains résultats étaient obtenus.

D. Mais les accroissements indéterminés, soumis au calcul et traités comme les autres quantités, sous leurs symboles généraux, se sont présentés dans nos équations en termes séparés et non pas seulement par leurs rapports à d'autres quantités de même nature; nous avons pu et dû les négliger alors comme nuls vis-à-vis des termes définis. Et, en effet, si, dans ce cas, nous en avions tenu compte, nous les aurions supposés par là même déterminés d'une manière quelconque ; au contraire, l'erreur que nous paraissions commettre en les négligeant ne pouvait être assignée sans erreur et sans contradiction. C'est le procédé constant d'élimination de ces sortes d'indéterminées après qu'on en a fait usage.

E. Enfin, la recherche d'une fonction de laquelle on connaît la limite du rapport de sa différence indéfiniment petite à la différence indéfiniment petite de

sa variable équivaut à la recherche de la limite de la somme d'un nombre indéfini de quantités indéfiniment petites. Ces deux opérations, l'une de division, l'autre de sommation, doivent s'accompagner toujours l'une l'autre et demeurer corrélatives dans la pensée du géomètre. Toute quantité X est alors regardée comme de la forme $\frac{X}{e}e$, c'est-à-dire comme la somme d'un nombre indéfini de fois une partie aliquote indéfiniment petite; l'esprit de la méthode consistant à repousser par hypothèse toute valeur définie que l'indéterminée e pourrait recevoir. Cette convention fait atteindre des résultats analogues à ceux que l'on pourrait tirer de la donnée d'une composition effective des quantités, si la continuité de celles-ci permettait de fixer un terme à leur sous-division prolongée. Mais ici l'élimination des indéterminées a lieu rigoureusement en vertu de l'hypothèse même qui les met en œuvre.

Ces choses étant bien entendues, il n'y a nul inconvénient de théorie, et l'avantage est grand pour le calcul à opérer sur les indéterminées comme sur les quantités proposées elles-mêmes. Si, d'un côté, ces parties fictives du *quantum* se négligent, dans certains cas, sans erreur assignable, ou plutôt doivent être annulées par hypothèse, ainsi que je l'ai démontré, de l'autre, elles sont comparables entre elles; et comme elles sont indéfiniment composées elles-mêmes, il est permis de feindre de nouvelles indéterminées, indéfiniment petites, qui soient aux premières ce que celles-ci sont aux quantités définies. Il ne saurait y avoir de difficultés à

cela, si l'on n'oublie point que l'analyse porte toujours et uniquement sur des rapports. Une extension tout à fait nécessaire est ainsi donnée à la méthode, car si trois quantités sont en proportion, $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$, b ne peut décroître indéfiniment par rapport à a que c ne décroisse indéfiniment par rapport à b.

Le sens que l'on doit attacher aux symboles des quantités indéfiniment petites est maintenant fixé, et nous pouvons énoncer le problème général du calcul de l'indéfini dans des termes nouveaux et plus simples dont le symbolisme convenu ne nous fera pas illusion :

1° Déterminer l'accroissement indéfiniment petit d'une fonction continue quelconque correspondant à l'accroissement indéfiniment petit d'une variable;

2° Étant donné l'accroissement indéfiniment petit d'une fonction correspondant à celui d'une variable, déterminer cette fonction.

On représente par dx, dy, dz, etc., les accroissements indéfiniment petits de x, y, z, etc. Si z est une fonction de x et de y variables indépendantes, $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, seront les symboles des limites des rapports des accroissements indéfiniment petits de la fonction à ceux de ses variables. Ensuite, ces limites étant elles-mêmes des fonctions dont les variables x et y ont de nouveaux accroissements indéfiniment petits que l'on peut supposer constants, $\frac{d^2z}{dx}$, $\frac{d^2z}{dy}$ représenteront les accroissements indéfiniment petits cor-

respondants à dx ou à dy dans les nouvelles fonctions, et $\frac{d^2z}{dx^2}, \frac{d^2z}{dy^2}$, seront les symboles des nouvelles limites. Enfin, cette notation se continue dans les symboles $\frac{d^3z}{dx^3}, \frac{d^3z}{dy^3}$, etc., etc.

Les indéterminées indéfiniment petites se nomment des *différentielles*, et les fonctions qui expriment les rapports des différentielles des fonctions à celles de leurs variables se nomment *coefficients différentiels* de ces fonctions relativement à ces variables. La détermination des limites des fonctions est la *différentiation*, qui se continue d'*ordre* en *ordre*, et indéfiniment, à moins que l'un des coefficients différentiels d'une fonction donnée ne se réduise enfin à une constante.

L'importance de ces symboles, spécialement en géométrie, tient à la facilité avec laquelle on détermine par leur moyen les fonctions limites qui font connaître de nombreuses propriétés de figure ou de quantité des fonctions données. Le principe unique de leur application est de traiter les termes différentiels comme nuls au regard des termes définis, ou des termes différentiels d'un ordre moins élevé qu'eux, et de n'en tenir compte que dans leurs rapports mutuels. Or, les éléments différentiels et linéaires des figures se prennent pour rectilignes dans l'établissement des équations. Nous avons vu en quel sens et sous quelle réserve.

Éléments du calcul. — Connaissant les différentielles des fonctions simples explicites d'une seule

variable usitées dans l'analyse, il est facile de déterminer celles des fonctions composées, des fonctions implicites et des fonctions de plusieurs variables. Je ne m'arrêterai pas à des formules dont la recherche ne présente aucune difficulté, quant aux principes.

Différentiation des fonctions simples et explicites d'une variable. — Les différentielles des fonctions $y=a+x$, $y=ax$, $y=x^a$ sè démontrent aisément, quelle que soit la constante a, positive ou négative, entière ou fractionnaire. La différentiation de cette dernière fonction n'exige même aucune considération de série. En effet, la différentielle d'un produit de plusieurs facteurs est égale à la somme des produits obtenus en multipliant la différentielle de chacun de ces facteurs par le produit de tous les autres; donc si ces facteurs sont égaux, la différentielle de l'un d'eux se trouve multipliée autant de fois par le produit de ces facteurs moins un qu'il y a de facteurs; donc on a: $d.x^a=ax^{a-1}\,dx$, pourvu que a soit entier et positif.

Supposons maintenant $a=\frac{1}{\alpha}$. Nous avons $y=\sqrt[\alpha]{x}$, d'où $y^\alpha=x$, d'où: $\alpha y^{\alpha-1}dy=dx$, d'où enfin:

$$dy=\frac{dx}{\alpha y^{\alpha-1}}=\frac{dx}{\alpha x^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}}=ax^{a-1}dx.$$

Et de même si $a=-\alpha$, nous avons $y=\frac{1}{x^\alpha}$, d'où: $x^\alpha dy+\alpha yx^{\alpha-1}dx=0$, d'où:

$$dy=-\frac{\alpha yx^{\alpha-1}}{x^\alpha}dx=-\frac{\alpha x^{\alpha-1}}{x^{2\alpha}}dx=ax^{a-1}dx,$$

donc enfin la formule qui donne la différentielle de x^a est générale, ou vraie quel que soit a.

Passons à la différentiation de cette même fonction où la variable figure en exposant, soit comme logarithme : $y=a^x$, $x=\log. y$.

La question est de déterminer la différence indéfiniment petite d'une puissance correspondante à la différence indéfiniment petite de son exposant. Pour y attacher une signification générale, on doit pouvoir considérer la quantité, d'une part comme formée par voie d'addition et par degrés indéfiniment rapprochés, depuis zéro (différences de l'exposant) ; d'autre part comme formée par voie de multiplication et par degrés indéfiniment rapprochés aussi depuis l'unité (puissances successives), au moyen d'une certaine raison qui devra dès lors aussi différer indéfiniment moins de l'unité. Selon qu'on s'approcherait de satisfaire, pour le calcul numérique, à cette condition impossible de fait, l'erreur du géomètre qui considère des nombres ou des quantités quelconques évaluées numériquement, comme propres à avoir des logarithmes, c'est-à-dire à être de certaines puissances d'une même quantité fixe, cette erreur, disons-nous, se réduirait et pourrait descendre au-dessous d'une quantité assignée. Mais voyons la théorie.

La condition énoncée revient à la supposition d'un système de deux progressions tel que celui-ci, où figure le symbole de l'indéfiniment petit :

$$1 : (1 + dx) : (1 + dx)^2 : (1 + dx)^3 \ldots$$
$$0 \quad . \quad dx \quad . \quad 2dx \quad . \quad 3dx \ldots .$$

$$(1 + dx)^{\frac{1}{dx}} : (1 + dx)^{\frac{1}{dx}+1} \ldots . : (1 + dx)^{\frac{x}{dx}} : (1 + dx)^{\frac{x}{dx}+1} \ldots ..$$
$$\frac{1}{dx}dx \quad . \quad 1 + dx \quad \ldots . \quad \frac{x}{dx}dx \quad . \quad x + dx \quad \ldots ..$$

La seconde progression exprime la croissance ou formation de la quantité par l'addition indéfinie de la quantité indéfiniment petite à elle-même. Toutes les quantités possibles peuvent être supposées y figurer sous cette forme symbolique $\frac{x}{dx}dx$.

La première progression se forme au contraire en considérant chaque terme comme égal au terme précédent accru de son produit par la quantité indéfiniment petite; car tel est le sens de la raison $1 + dx$, qui donne par multiplication les termes successifs. Il est clair, d'après cela, que toute quantité assimilable à l'un des termes de cette progression différera indéfiniment peu de celles que représentent le terme précédent et le terme suivant. Le problème général des logarithmes sera donc résolu théoriquement pourvu qu'il soit permis de considérer des quantités déterminées quelconques comme termes de la progression. On s'assure de ce point en cherchant la limite des valeurs de l'expression $(1 + dx)^{\frac{1}{dx}}$ lorsque l'indéterminée dx reçoit elle-même une valeur, mais indéfiniment décroissante. Supposons, ce qu'il faudra prouver, non

que cette limite soit positivement déterminable, mais qu'on puisse la resserrer entre deux quantités déterminées aussi peu différentes qu'on veut l'une de l'autre; et prenons e pour symbole de cet incommensurable; e sera donc la *base* du système de logarithmes posé dans nos deux progressions, c'est-à-dire la quantité qui y a l'unité pour logarithme. Le terme symbolique $(1+dx)^{\frac{x}{dx}}$ représentera e^x, c'est-à-dire la quantité dont le logarithme est x. Enfin la progression par quotient renfermera, sous cette forme e^x, une quantité aussi peu différente qu'on voudra d'une quantité désignée quelconque.

Maintenant, il est facile de découvrir les différentielles des fonctions $y=e^x$ et $x=ly$ ou plutôt elles ressortent immédiatement de la comparaison des deux progressions. Lorsque le logarithme (ou exposant) croît de l'indéfiniment petit dx, la quantité correspondante (ou puissance) croît d'une partie d'elle-même marquée par dx. Réciproquement, si la quantité croît d'un indéfiniment petit, le logarithme correspondant doit croître du quotient de ce même indéfiniment petit par cette quantité :

$$dy=e^x dx\,;\ dx=\frac{dy}{e^x}=\frac{dy}{y}.$$

Et en effet, tandis que le terme x est suivi du terme $x+dx$, dans la série des logarithmes, le terme $(1+dx)^{\frac{x}{dx}}=e^x$ est suivi de $e^x(1+dx)=e^x+e^x dx$, dans la série des quantités. La fonction exponentielle

se reproduit donc par la différentiation, et cela d'ordre en ordre indéfiniment.

Les deux progressions dont nous venons de faire usage donnnent les logarithmes dits *naturels* ou *hyperboliques*. De la différentiation des logarithmes et des fonctions exponentielles de ce système, il est aisé de déduire celle des logarithmes et des fonctions correspondantes d'un autre système quelconque. Soit a la base de ce dernier, on peut toujours poser : $a^x = e^{x'}$, d'où, prenant les logarithmes des deux nombres, on tire :

$$x = \frac{x'}{la} = x' \log e.$$

Donc les logarithmes d'une même quantité pris dans deux systèmes différents ne diffèrent que par un facteur constant, et ce facteur, pour passer du système naturel au système décimal, par exemple, est l'inverse du logarithme naturel de la base du second système, ou le logarithme vulgaire de la base du premier. Cela posé, le facteur constant ne pouvant que se reproduire par la différentiation, nous avons :

$$d.a^x = \frac{1}{\log e}\, a^x dx, \quad \text{et} \quad d.\log x = \log e \frac{dx}{x}.$$

Passons aux fonctions trigonométriques. On pourrait les considérer comme des fonctions composées abstraites, et les différentier par le moyen des formules qui les expriment en exponentielles. Mais, outre que ces formules sont d'une signification complexe et peu élémentaire, une méthode directe éclaircira mieux le sens qu'on doit attacher à la différentielle d'un arc.

Pour introduire concurremment et d'une manière générale des arcs de cercle et des lignes trigonométriques dans le calcul, on les suppose réduits en nombres au moyen d'une même unité linéaire. En conséquence, et d'après ce qu'on a vu sur la mesure des courbes, il faut substituer à la circonférence un polygone inscrit d'un nombre de côtés indéterminé et indéfiniment croissant, et envisager les limites où tendent les valeurs des rapports entre les côtés de ce polygone et les différences décroissantes des lignes trigonométriques qui correspondent à leurs extrémités. (Voy. p. 481 et 492.)

Soit donc x un arc que l'on considérera, en tant que valeur numérique, comme la limite des valeurs d'une portion de périmètre polygonal entre deux points donnés; et soit dx le côté indéfiniment petit de ce périmètre au delà du second point, le premier étant pris pour origine des arcs. On a les équations :

$$dx^2 = (d.\sin x)^2 + (d.\cos x)^2\,;\ \sin^2 x + \cos^2 x = r^2\,;$$

Cette dernière devient, par la différentiation des puissances :

$$\sin x\, d.\, \sin x = - \cos x\, d.\cos x,$$

et l'on obtient, suivant qu'on élimine $d.\cos x$ ou $d.\sin x$:

$$\frac{d.\sin x}{dx} = \pm \cos x\,;\ \frac{d.\cos x}{dx} = \pm \sin x\,,$$

relations qui font connaître, au signe près, les coefficients différentiels du sinus et du cosinus, lorsque le périmètre polygonal croît d'un élément indéfiniment petit.

L'ambiguïté des signes provient de ce que les incon-

nues du problème ne sont obtenues que par leurs carrés. On la fera disparaître en suivant géométriquement la marche des signes des lignes trigonométriques comparée à celle des signes de leurs différences dans les quatre quadrants. Il est aisé de reconnaître ainsi que $\cos x$ et $d.\sin x$ ont toujours le même signe, tandis que $\sin x$ et $d.\cos x$ sont de signes contraires. On a donc $d.\sin x = \cos x\, dx$, et $d.\cos x = -\sin x\, dx$.

Les mêmes équations donneraient les différentielles des fonctions inverses, arc sin v, arc cos u (c'est-à-dire dx en fonction de $d.\sin x$ ou $d.\cos x$). Mais ici ces différentielles se déduisent immédiatement de celles des fonctions directes, et l'on a :

$$dx = \frac{d.\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}}\,;\quad dx = -\frac{d.\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$$

En général, les coefficients différentiels de deux fonctions inverses l'une de l'autre se font connaître réciproquement par la relation qui les lie :

$$\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dy} = 1;$$

mais comme le premier doit s'exprimer en x et le second en y, il se rencontrerait, pour les fonctions composées, des difficultés de calcul presque toujours insurmontables.

Recherche de la limite $(1+dx)^{\frac{1}{dx}}$ —. Nous assimilerons ici le symbole dx à une quantité affectant une série de valeurs indéterminées très petites et indéfiniment décroissantes. La quantité $\frac{1}{dx}$ affectera des

valeurs correspondantes que l'on regardera comme des nombres entiers indéfiniment croissants, le dénominateur pouvant toujours représenter une certaine partie aliquote de l'unité. On a, en vertu de la loi des puissances d'un binome :

$$(1+dx)^{\frac{1}{dx}}=1+\frac{1}{dx}dx+\frac{\frac{1}{dx}\left(\frac{1}{dx}-1\right)}{1.\ 2}dx^2+\ldots$$

$$+\frac{\frac{1}{dx}\left(\frac{1}{dx}-1\right)\left(\frac{1}{dx}-2\right)\ldots\left(\frac{1}{dx}-n+1\right)}{1.\ 2.\ 3\ \ldots\ldots\ n}dx^n+\ldots$$

$$=2+\frac{1\,(1-dx)}{1.\ 2}+\frac{1\,(1-dx)\,(1-2dx)}{1.2.3}+\ldots\ldots$$

$$+\frac{(1-dx)\,(1-2\,dx)\ldots(1-(n-1)\,dx)}{1,\ 2.\ 3\ \ldots\ldots\ n}+\ldots\quad(A)$$

Les numérateurs des termes de rang déterminé de cette somme indéfinie ont tous l'unité pour limite. Ainsi, quel que soit n, nombre déterminé, la somme des n premiers termes de (A) ne diffère pas à la limite de la somme des n premiers termes de

$$2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2.\ 3}+\ \ldots\ldots\ +\frac{1}{1.2.3\ldots n}+\ \ldots\ldots\quad(B)$$

Admettons que les valeurs de cette nouvelle somme indéfinie aient une limite, ou du moins qu'en en supposant une on soit assuré de ne commettre qu'une erreur moindre qu'une quantité donnée. C'est dire que, disposant de n, on pourra faire descendre au-dessous de ε, quel que soit ε, la somme des termes

en nombre quelconque après le n^e. Mais ces termes de (B) sont respectivement plus grands que les termes correspondants de (A), puisqu'ils ont les mêmes dénominateurs et des numérateurs toujours plus grands en tant que différents. Donc, *à fortiori*, la somme des termes de (A) qui suivent le n^e, en quelque nombre qu'ils soient pris, descendra au-dessous d'une quantité assignée quelconque, n étant suffisamment grand ; donc les valeurs de la somme indéfinie (A) ont une limite qui est celle de (B), ou du moins en la supposant et en l'assignant, on ne commettra qu'une erreur arbitraire.

Il nous reste à déterminer, s'il se peut, la limite de (B). Cette somme demeure toujours comprise entre le nombre 2 et le nombre 3, puisque ses termes en nombre quelconque depuis le troisième sont respectivement moindres que ceux de la série $\frac{1}{2.2}$, $\frac{1}{2.2.2}$, etc. dont la limite connue est $\frac{1}{2}$. De plus, si l'on s'arrête au terme de rang n, la somme indéfinie des termes suivants reste toujours plus petite que

$$\frac{1}{2.3\ldots.n}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{(n+1)^3}+\ldots.\right),$$

dont la limite connue est la fraction $\frac{1}{2.3\ldots.n^2}$, qui peut descendre au-dessous d'une quantité assignée quelconque par l'augmentation indéfinie de n.

Mais, d'autre part, on démontre par une réduction à l'absurde que la limite de (B) n'est représentable par

aucun rapport numérique. Soit, en effet :

$$\frac{p}{q} = \lim.\left(2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{2.3\dots q} + \frac{1}{2.3\dots q\,(q+1)} + \dots\right);$$

il est clair que tous les termes de la série étant supposés multipliés par un facteur constant tel que $2.3.4..\,(q-1)q$, la limite se modifierait par l'admission du même facteur. On aurait donc, en désignant par N et N′ des nombres entiers :

$$N = \lim.\left(N' + \frac{1}{q+1} + \frac{1}{(q+1)(q+2)} + \frac{1}{(q+1)(q+2)(q+3)} + \dots\right),$$

et il faudrait que la somme indéfinie des fractions $\frac{1}{q+1}$ + etc., eût pour limite un nombre entier, tandis qu'elle demeure toujours moindre que la somme

$$\frac{1}{q+1} + \frac{1}{(q+1)^2} + \frac{1}{(q+1)^3} + \dots$$

dont la limite connue est la fraction $\frac{1}{q}$.

Ainsi, les valeurs de la série (B), dont on considère un nombre de termes indéfiniment croissant, sont déterminables de manière que les termes négligés, quelque nombre qu'on en suppose, ne puissent donner pour somme une quantité assignée quelconque. Mais ces valeurs n'ont pas pour limite une quantité déterminée, abstraite du moins. Si donc on ne laisse pas d'admettre symboliquement l'existence d'une pareille

limite et si on la fait entrer dans le calcul sous le symbole consacré de la lettre e, ce doit être aux mêmes conditions et avec la même signification que les autres incommensurables. Tout incommensurable représente une quantité approximative seulement, mais propre à satisfaire aux relations avec un degré demandé d'approximation quelconque.

Principes généraux du développement des fonctions en séries.— Une série indéfinie de termes liés, déduits les uns des autres par une certaine loi, est *convergente* lorsque la somme des n premiers termes, à mesure que n croît, approche d'une limite déterminée et peut en différer de moins que de toute quantité donnée ; ou, à défaut d'une limite déterminée, quand on démontre que les termes négligés en nombre quelconque ne sauraient jamais donner une somme égale à telle quantité assignée, quelque petite que soit celle-ci, si l'on dispose de n. La *somme des termes d'une série* doit s'entendre de cette limite, ou déterminée, ou indéfiniment resserrée, et n'a aucun sens pour une série *divergente*. Enfin, le *reste*, ou somme des termes négligés d'une série convergente, signifie la différence entre la limite et la somme des termes considérés, conformément au sens où une limite existe.

Par exemple, les n premiers termes de la série : $\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^3}+ .. + \frac{1}{a^n}$, étant donnés par la formule $\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a^n(a-1)}$, dont le second terme décroît indéfiniment lorsque n grandit, on peut en conclure que

la série proposée est convergente et a pour limite $\frac{1}{a-1}$, quantité déterminée. La série:

$$+\frac{1}{2}+\frac{1}{2.3}+\ldots+\frac{1}{2.3\ldots n},$$

dont nous venons de traiter, est convergente aussi. En la calculant, on diminue à volonté la *limite supérieure* du reste (la fraction $\frac{1}{2.3\ldots n^2}$, que la somme possible des termes en nombre quelconque qui suivent le n^e ne saurait atteindre); mais le reste n'a point *une limite* à proprement parler, ou selon le sens que le calcul de l'indéfini donne à ce mot.

Une condition nécessaire de la convergence des séries est la décroissance constante de leurs termes à compter de l'un d'entre eux, en sorte que le terme général soit nul à la limite. Le rapport d'un terme au précédent est donc toujours moindre que 1, à compter d'un certain terme. Cette condition est d'ailleurs suffisante si ce rapport moindre que 1 n'a pas 1 pour limite quand on considère un nombre de termes indéfiniment croissant.

La loi des séries convergentes est donc identique avec celle de la décomposition de la quantité continue en un nombre indéfini de fractions définies. Passant de l'une à l'autre de ces dernières, on doit pouvoir regarder chacune d'elles comme une fraction de la précédente, et cela sans que le rapport des fractions successives tende à se rapprocher indéfiniment de l'unité. Un cas particulier de cette loi donne la progression par

quotient. C'est celui où le rapport des fractions successives est constant.

Les opérations du calcul algébrique conduisent à considérer une fonction, soit $\frac{a}{a-x}$ comme décomposée en un nombre indéfini d'autres fonctions liées par une loi, $1, \frac{x}{a}, \frac{x^2}{a^2}, \frac{x^3}{a^3}$, etc. Dans ce cas et dans tous les cas de ce genre, on peut poser, pour terminer la série, un terme complémentaire, qui est ici : $\frac{x^n}{a^{n-1}(a-x)}$. Moyennant la considération de ce terme, on attachera toujours un sens exact, soit algébrique, soit arithmétique, à la décomposition de la fonction proposée. Si, au contraire, on ne limite point la série, ou elle sera convergente et le terme complémentaire deviendra indéfiniment petit, n devenant indéfiniment grand, ou ce terme ne sera pas de nature à devenir moindre que toute quantité donnée et la série ne deviendra pas convergente. Dans la première supposition, on pourra regarder la fonction comme *équivalente à la série entière*, et *égale à la somme de tous ses termes*, en interprétant toutefois ces mots, conformément à l'idée d'une approximation indéfinie, la seule rationnelle; dans la seconde, les notions de somme et d'équivalence ne sont susceptibles d'aucune application intelligible, et la série ne saurait représenter la fonction.

Le développement des fonctions en séries indéfinies, par suite d'une opération arithmétique ou algébrique, exprime donc : 1° l'impossibilité de l'opération pro-

posée; 2° une transformation dont on peut tirer parti en bornant la série par un terme complémentaire; 3° dans certains cas, l'identité des valeurs de la fonction et de la limite à laquelle tend la somme des termes de la série lorsque l'on en considère un nombre de plus en plus grand, comme dans les fonctions décimales périodiques.

Développement en série d'une fonction quelconque d'une variable. — Soit la fonction $y = f(x)$. Considérons l'accroissement qu'elle reçoit lorsque x croît de x à $x + h$. Supposont que h soit la somme d'un nombre indéterminé d'accroissements indéfiniment petits : $h = \frac{h}{dx} dx$. Le calcul des différences conduit à la relation indépendante de la grandeur de dx :

$$f(x + h) = f(x) + h \frac{dy}{dx} + \frac{h(h - dx)}{1.2} \frac{d^2y}{dx^2} + \dots$$

$$+ \frac{h(h - dx) \dots (h - (n - 1)dx)}{1.2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad n} \frac{d^ny}{dx^n} + R_n.$$

Le terme complémentaire R_n est donné par la formule :

$$\frac{h(h - dx) \dots \dots (h - ndx)}{1.2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (n + 1)} M.$$

M est une valeur comprise entre la plus grande et la plus petite des valeurs de la fonction $\frac{d^{n+1}y}{dx^{n+1}}$, pour toutes

es valeurs que x peut affecter dans l'intervalle de x à $x+h-(n+1)\,dx$ (1).

La seule condition exigée pour que dx puisse être supposé indéfiniment petit dans ces formules est la continuité des fonctions $y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots$ entre x et $x+h$, parce que si l'une d'elles était discontinue dans cet intervalle, la démonstration basée sur les sommes des différences des divers ordres de la fonction ne subsisterait plus. Ces différences sont d'ailleurs quelconques et par suite arbitrairement multipliées de x à $x+h$, par une subdivision arbitraire de h.

Ceci posé, et dx étant traité suivant la règle du symbole de l'indéfiniment petit, les relations précédentes deviennent en désignant par $f'(x)$, $f''(x)$, ... les coefficients différentiels successifs de $f(x)$:

$$f(x+h)=f(x)+hf'(x)+\frac{h^2}{1.2}f''(x)+\cdots$$

$$+\frac{h^n}{1.2\ldots n}f^n(x)+R_n$$

$$R^n=\frac{h^{n+1}}{1.2\ldots(n+1)}M.$$

M est alors une valeur comprise entre les valeurs *maximum* et *minimum* de $f^{n+1}(x)$, depuis x jusqu'à $x+h$, pourvu que cette fonction demeure continue dans cet intervalle. En effet, la loi de détermination de cette moyenne se prolonge indéfiniment aussi bien que la subdivision de h, et ne dépend point de dx.

(1) Ce théorème a été démontré par M. J. Caqué, *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 1845, t. X.

On assigne ainsi deux limites du terme complémentaire. De plus, $f^{n+1}(x)$, étant continue depuis x jusqu'à $x+h$, M est une des valeurs que prend cette fonction dans le même intervalle, ou du moins on peut supposer une de ces valeurs propre à la représenter à tel degré d'approximation que l'on voudrait, et il est permis de poser $M=f^{n+1}(x+\theta h)$, en désignant par θ une fraction positive. On a donc enfin :

$$f(x+h)=f(x)+hf'(x)+\frac{h^2}{1.2}f''(x)+\cdots$$
$$+\frac{h^n}{1.2\ldots n}f^n(x)+\frac{h^{n+1}}{1.2\ldots(n+1)}f^{n+1}(x+\theta h);$$

et faisant x nul et h variable remplacé par x :

$$f(x)=f(0)+xf'(0)+\frac{x^2}{1.2}f''(0)+\cdots$$
$$+\frac{x^n}{1.2\ldots n}f^n(0)+\frac{x^{n+1}}{1.2\ldots(n+1)}f^{n+1}(\theta x).$$

Cette dernière série fait connaître le développement d'une fonction explicite quelconque de deux variables, et suppose seulement la continuité de $f(x)$ et de tous ses coefficients différentiels entre 0 et x.

L'examen du terme complémentaire dans les cas particuliers décide de la convergence de ces séries, c'est-à-dire de la possibilité de représenter une fonction proposée par une suite indéfinie de termes. On peut encore s'assurer directement que ces séries sont convergentes en comparant leurs termes consécutifs. Si les coefficients différentiels se trouvaient successivement nuls pour une certaine même valeur de la variable, il n'y aurait rien à conclure. Aussi le théorème

précédent ne saurait s'appliquer à ce cas, puisqu'on emploie pour le démontrer la suite des différences de la fonction, supposées autres que nulles en général.

Applications de la formule de développement des fonctions en séries. L'application fondamentale est celle qu'on pourrait appeler arithmétique. Lorsqu'une quantité incommensurable est donnée par une fonction qu'on peut développer en série convergente, cette quantité se calcule à l'aide de cette série, à tel degré d'approximation que l'on veut; c'est-à-dire qu'on détermine et qu'on resserre à volonté les limites de l'erreur attachée à l'introduction d'une quantité de cette sorte dans le calcul. Ainsi se construisent, par exemple, les tables de logarithmes.

Une application importante pour l'analyse algébrique consiste dans la détermination des rapports tels que $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$, qui, pour une valeur particulière, $x=a$, de la variable, prennent la forme indéterminée $\frac{0}{0}$. Il n'y a point ici de fausse valeur, ni, par conséquent, de *vraie valeur* à chercher comme on a coutume de le dire. Mais pour que la question ait un sens, il faut qu'on demande la limite d'un rapport, $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$, dont les deux termes diminuent indéfiniment lorsque x approche indéfiniment de a. Or, dans le cas où les formules de développement sont applicables, on peut poser :

$$\frac{f(a+x)}{\varphi(a+x)}=\frac{f(a)+xf'(a)+\frac{x^2}{1.2}f''(a)+\ldots+\frac{x^n}{1.2\ldots n}f^n(a+\theta x)}{\varphi(a)+x\varphi'(a)+\frac{x^2}{1.2}\varphi''(a)+\ldots+\frac{x^n}{1.2\ldots n}\varphi^n(a+\theta x)}.$$

Alors supprimant les termes nuls et divisant haut et bas par les facteurs communs en x, on obtient la limite cherchée en faisant enfin $x=0$.

J'ai déjà indiqué l'esprit de la recherche des valeurs *maxima* et *minima* des fonctions par la considération de l'indéfini. La formule de développement est applicable à ce problème, qui, de sa nature, suppose la fonction continue dans certaines limites très resserrées de part et d'autre des valeurs cherchées. Posons donc :

$$f(x'+h)=f(x')+hf'(x')+\frac{h^2}{2}f''(x')$$
$$+\frac{h^3}{2.3}f'''(x'+\theta h).$$

Selon que x' est supposé *maximum* ou *minimum*, h étant indifféremment positif ou négatif, et suffisamment petit, le développement doit être moindre ou plus grand que $f(x')$. Donc la quantité

$$hf'(x')+\frac{h^2}{2}f''(x')+\frac{h^3}{2.3}f'''(x'+\theta h)$$

sera négative pour un *maximum* et positive pour un *minimum*. Or, il est aisé de voir que ni l'une ni l'autre de ces conditions ne peut être remplie quel-

que petit que soit h et quel que soit son signe, à moins que $f'(x')=0$. La première condition suppose en outre que $f''(x')$ est négative, et la seconde suppose qu'elle est positive. Ainsi le problème est complétement résolu pour une fonction de deux variables. Dans le cas où la substitution de x' annulerait aussi $f''(x)$, il faudrait considérer un plus grand nombre de termes de la série.

Les principales applications du calcul de l'indéfini à la géométrie sont la théorie des contacts des courbes et des surfaces, celle de leurs points singuliers, et la mesure des arcs, des aires et des volumes définis par des fonctions de deux ou de trois variables. J'ai traité quelques-uns de ces problèmes; et l'esprit qui doit présider à l'exposition de la science est fixé par l'analyse des cas élémentaires. Je ne poursuivrai pas plus loin des développements où je ne pourrais plus que répéter des auteurs connus. Quelques-uns se font remarquer maintenant par une bonne méthode et un esprit vraiment philosophique, et le désir de compléter cette note a pu seul m'engager à quelques développements d'ailleurs superflus.

Je remarquerai en terminant que le problème fondamental des aires, résolu quant à la géométrie avec toute la généralité désirable, implique, quant au calcul, la solution de la question inverse de la différentiation : *déterminer la fonction dont le coefficient différentiel est donné*. Or, on n'a point à cet égard de

méthode générale, ni même de très étendue, et les applications mathématiques semblent arrêtées par un obstacle insurmontable. S'il y a là une borne imposée nécessairement à nos connaissances, il faut du moins discerner l'extrême limite ; et, dans une science de cette nature, il faut l'établir rationnellement, la démontrer. Ainsi la carrière est toujours ouverte.

En possession d'un domaine qu'ils se croient dans l'impuissance d'étendre notablement, les géomètres ont dû porter, plus que par le passé, leur attention sur la méthode. Un esprit de rectitude et de rigueur, un esprit vraiment analytique, tend à s'établir dans l'enseignement ; encore un pas, et les professeurs qui rejettent la chimère de l'infini rejetteront aussi les notions inexactes sous lesquelles elle se déguise : les incommensurables mesurés, les limites numériques qui ne sont ni nombres ni fractions, et, en un mot, le nombre continu. Les principes du *calcul infinitésimal* seront fixés dans les notions positives de l'indéfini, de l'indéterminé et de l'arbitraire. Alors seulement l'ancienne métaphysique aura cessé d'obscurcir la plus lumineuse des sciences, et l'étude des mathématiques sera la meilleure introduction à la vraie philosophie, c'est-à-dire à la critique générale des connaissances.

APPENDICE VI

(Renvoi de la page 177).

Sur la théorie scolastique du genre et de l'universel.

La doctrine des universaux est abandonnée depuis longtemps, et quoique ses rejetons végètent encore, elle n'appartient plus qu'à l'histoire des systèmes. Je ne consacrerai donc pas cette note à l'examen de l'hypothèse *réaliste*, mais à l'exposition très brève des principes logiques habituellement reçus, bien que fort négligés et peu ou point enseignés, qui furent le terrain commun où toute cette ontologie prit naissance. On comparera ces principes à ceux que j'établis.

Le *genre* et l'*espèce* des scolastiques sont des attributs *substantifs* et *essentiels* (*prædicata in quid*), et ne diffèrent qu'en ce que l'espèce (qu'il ne faut pas confondre avec le sous-genre) se compose immédiatement d'individus, au lieu que le genre se compose d'espèces. La *différence* est un attribut *adjectif* et *essentiel* (*prædicatum in quale quid*), et par conséquent une véritable espèce, mais sans substance. Le *propre* est un attribut adjectif, non pas essentiel, mais simplement *nécessaire* (*prædicatum in quale necessario*). Enfin l'*accident* est un attribut *adjectif contingent* (*prædicatum in quale contingenter*).

Par exemple, l'animal est un genre, l'homme une

espèce, le raisonnable une différence, l'admiratif ou le risif un propre, l'admirant ou le riant un accident.

Il faut savoir, quant à la distinction du nécessaire et de l'essentiel que le premier de ces termes exprime *ce sans quoi le sujet ne peut être*, et le second, *ce sans quoi le sujet ne peut être ni être conçu.*

Le fameux arbre de Porphyre, reproduit dans les accolades suivantes, est un résumé de cette théorie appliquée à la nature :

- Substantia
  - corporea (Corpus)
    - animatum (Vivens)
      - sensitivum (Animal)
        - rationale — (Homo) — Petrus.
        - irrationale.
      - insensitivum.
    - inanimatum.
  - incorporea.

Les adjectifs sont des différences, les substantifs des genres, sous-genres et espèces, depuis la substance *genre suprême* jusqu'à l'individu. (*N. B. vivens* est un substantif.) Une différence ajoutée à un genre forme un sous-genre ou une espèce. Il n'est pas difficile de voir dans cette classification qui distingue si précieusement l'universel substantif de l'universel adjectif, un élément logique de l'édifice du réalisme qui a couvert le moyen âge, et dont les débris se rencontrent partout.

Aristote n'était certes pas ce qu'on appela plus tard un réaliste, lui qui combat à outrance les essences platoniciennes et qui déclare nettement que l'existence appartient aux seuls individus; mais Aristote appelle aussi les individus des *essences premières*, il admet des *essences secondes*, traite de l'*essence* en

général, et s'attache à des formes de langage qui favorisent la superstition de la substantialité. Faute d'avoir compris toute la portée de la catégorie de relation, cet esprit très positif manqua la réforme du vocabulaire philosophique, s'exprima comme avaient fait ses devanciers et comme firent ses successeurs, en pensant autrement qu'eux; et de ses métaphores la postérité se fit des idoles.

Ainsi la logique de l'école est défigurée par des éléments étrangers, par des notions ontologiques. Le rapport fondamental de spécificité n'y est pas clairement et correctement défini. On ne l'y trouve que masqué par des distinctions qui seraient oiseuses alors même qu'elles seraient vraies.

La forme adjective de l'attribut et la forme substantive du sujet ne sont pas liées invariablement aux termes qui jouent ces deux rôles dans une proportion. Le genre, l'espèce et la différence ne demeurent pas fixés aux mêmes représentations. Le sujet et l'attribut sont corrélatifs, et expriment des synthèses diversement constituées. Ordinairement la composition est envisagée dans le sujet. Supposons celui-ci donné par l'expérience comme un de ces groupes cohérents et très distincts auxquels appartient le nom d'êtres : c'est là le véritable substantif de la grammaire. Alors l'attribut comprend certains phénomènes constitutifs du sujet, abstraits de ce même sujet et aussi de divers autres : sa forme doit être adjective; on ajoute, en attribuant, ce que l'abstraction et la généralisation ont séparé. Mais si le point de vue est inverse, si la

composition est envisagée dans l'attribut, groupe qui comprend le sujet en un autre sens, le terme naguère adjectif peut devenir substantif dans une autre proposition. Nous disions : *Pierre est homme;* nous dirons : *l'homme est animal;* puis : *l'animal est sensible,* etc. Il n'est pas d'adjectif qu'on ne substantive, ni de substantif qu'on n'adjective à volonté dans une proposition convenable. L'individu et le genre dernier font exception à cette loi : l'un parce qu'il n'admet point d'espèces et l'autre parce qu'il n'admet point de genre. L'individu seul est donc toujours substantif, et le genre vraiment dernier serait toujours adjectif dans la proposition, quoique la scolastique et le panthéisme aient vu dans celui-ci la substance par excellence. Mais cette exception n'empêche pas que l'individu et le genre dernier ne se rangent sous le rapport de spécificité, car chacun d'eux se redouble par la proposition identique. D'ailleurs on ne saurait se représenter l'individu à part de ses genres, ni le genre dernier sans ses espèces (voy. p. 60 et 162).

Les notions de sujet et d'attribut, de substance et de qualité, ou encore d'inhérence, comme on disait autrefois, ne sont intelligibles que dans le rapport de deux termes. Elles s'expliquent positivement par le fait de la distinction et de l'identification partielle des phénomènes diversement composés dans la représentation. Enfin le genre, l'espèce et la différence sont les lois suivant lesquelles cette opération s'effectue, ou les éléments du jugement.

La *différence*, considérée scolastiquement comme

espèce ou genre, fait double emploi dans la logique. Aussi, ai-je donné ce nom à l'un des deux éléments nécessaires de la loi de qualité : l'espèce est une synthèse de la différence et du genre.

Le *propre* n'a pas rang de principe; il résulte d'un cas particulier de la proposition universelle ou singulière, le cas de la réciprocité (l'homme est risif; le risif est homme).

L'*accident*, si l'on désigne sous ce nom les phénomènes non prédéterminés, relève d'une loi tout à fait étrangère à la loi de qualité. Si l'on n'entend parler que des attributs qui ne se présentent pas comme constamment tels (*cet homme chante*, *la terre tremble*, etc.), c'est encore une autre notion qu'on introduit, celle du devenir; or, il suffit, pour l'analyse de la qualité, que le jugement soit posé d'une manière simplement actuelle, et abstraction faite de ce qu'on nomme sa modalité.

APPENDICE VII.

COMPLÉMENT DE LA THÉORIE DU SYLLOGISME.

(Renvoi de la page 189.)

De la classification des figures et modes du syllogisme.

Quatre sortes de propositions peuvent s'arranger trois à trois de soixante-quatre manières différentes. En regardant ces arrangements comme autant de syllogismes, vrais ou faux, on s'est proposé de rechercher quels sont ceux dont les prémisses justifient les conclusions ; et l'on a établi pour cela des principes. D'autres, et Aristote d'abord, se sont contentés d'examiner les seize dispositions auxquelles donnent lieu les prémisses, en se demandant à chaque fois s'il y a conclusion, et laquelle. Aristote s'est même fondé sur une simple exposition pour opérer ce discernement. On a donné le nom de *modes* aux divers syllogismes concluants.

Mais les prémisses ne sont pas suffisamment déterminées en tant qu'universelles ou particulières, affirmatives ou négatives, puisque dans chacune de ces sortes de propositions on peut prendre un terme quelconque tantôt pour attribut et tantôt pour sujet. On a donc établi une division préliminaire, qui est celle des *figures,* fondée sur l'ordre des termes comme sujets ou attributs l'un de l'autre. C'est à chacune de ces

figures considérées successivement qu'on a dû appliquer l'analyse distributive des modes.

Enfin, chaque mode a reçu un nom tellement forgé qu'il devint aisé de reconnaître immédiatement auquel des quatre, admis comme primitifs ou *complets*, on pouvait le ramener par démonstration, et de quelle manière la réduction devait se faire. Malgré l'esprit ingénieux que les commentateurs grecs ou scolastiques ont porté dans une théorie si longuement élaborée, il est certain qu'ils n'en ont point donné la construction définitive et vraiment scientifique. L'énumération même des modes est erronée, ou tout au moins entachée d'arbitraire, et l'on a longtemps disputé sur le nombre des figures.

Il faut exposer brièvement cette classification, aujourd'hui si peu étudiée, pour établir le droit de la rejeter et d'en introduire une meilleure.

Les voyelles *a*, *e*, *i*, *o*, désignent les quatre propositions, universelle affirmative, universelle négative, particulière affirmative, particulière négative. Cette notation fera comprendre le tableau suivant où sont portés les dix-neuf modes généralement reçus. Par exemple, *eio* est le syllogisme : *Nul m n'est q, or quelque p est m, donc quelque p n'est pas q*, ou le même avec un changement d'ordre de *m* et de *q* ou de *p* et de *m* dans l'une des prémisses et selon la figure :

1re FIGURE.

Moyen sujet d'une prémisse et attribut de l'autre.	Modes indirects de la 1re figure.
aaa *barbara.*	aai *baralipton.*
eae *celarent.*	eae *celantes.*
aii *darii.*	aii *dabitis.*
eio *ferio.*	aeo *fapesmo.*
	ieo *frisesomorum.*

2e FIGURE. Moyen deux fois attribut.	3e FIGURE. Moyen deux fois sujet.
eae *cesare.*	aai *darapti.*
aee *camestres.*	eao *felapton.*
eio *festino.*	iai *disamis.*
aoo *baroco.*	aii *datisi.*
	oao *bocardo.*
	eio *ferison.*

Les noms des dix-neuf modes composent quatre vers techniques et mnémoniques. Ceux qui se rapportent à la première figure commencent tous par des consonnes différentes, tandis que ceux des autres commencent par quelqu'une de ces mêmes consonnes, à savoir chacun par celle d'un mode auquel il est réductible. Par exemple, *baroco* se ramène à *barbara, disamis* à *darii, ferison* à *ferio,* etc. Les lettres *s* et *p*, dans la composition des mots artificiels, indiquent l'une la conversion simple, l'autre la conversion par accident, au moyen desquelles on peut opérer la réduction de chaque mode à l'un de ceux de la première figure ; et ces lettres suivent les voyelles correspondantes aux propositions dont il faut opérer la conversion. La lettre *m* réclame une interversion des prémisses. Enfin, la lettre *c* signifie que la réduction d'un mode a lieu par l'absurde et non par conversion ; cette lettre suit celle des prémisses dont on pourra obtenir

la contradictoire comme conclusion d'un syllogisme formé de l'autre prémisse et de la contradictoire de la conclusion qu'on suppose contestée (1).

Ainsi, le syllogisme en *disamis* (*quelque m est q, or tout m est p, donc quelque p est q*) se ramènera à *darii* (*tout m est q, quelque p est m, quelque p est q*) en prenant les réciproques simples de la majeure et de la conclusion, puis changeant *p* en *q* et *q* en *p* et l'ordre des prémisses. Le syllogisme en *baroco* (*tout q est m, quelque p n'est pas m, quelque p n'est pas q*) se prouvera ainsi : La conclusion niée donnerait *tout p est q ;* on aurait donc un syllogisme en *barbara* (*tout q est m, tout p est q, tout p est m*) dont la conclusion est contradictoire avec la prémisse accordée, *quelque p n'est pas m*.

Pour comprendre ce qui va suivre, il est indispensable d'avoir sous les yeux le tableau des syllogismes eux-mêmes :

(1) S vult simpliciter verti, P vero per accid.
M vult transponi, C per impossibile duci.
Reductio per impossibile fit sumendo in antecendenti contradictoriam conclusionis negatæ cum alterutra præmissa jam concessa, et inferendo in modo perfecto conclusionem incompatibilem cum una ex præmissis concessis.

1re FIGURE.	MODES INDIRECTS.	2e FIGURE.
Barbara. tout m est q. tout p est m. tout p est q.	*Baralipton.* tout m est q. tout p est m. quelque q est p.	*Cesare.* nul q n'est m. tout p est m. nul p n'est q.
Celarent. nul m n'est q. tout p est m. nul p n'est q.	*Celantes.* nul m n'est q. tout p est m. nul q n'est p.	*Camestres.* tout q est m. nul p n'est m. nul p n'est q.
Darii. tout m est q. quelque p est m. quelque p est q.	*Dabitis.* tout m est q. quelque p est m. quelque q est p.	*Festino.* nul q n'est m. quelque p est m. quelque p n'est pas q.
Ferio. nul m n'est q. quelque p est m. quelque p n'est pas q.	*Fapesmo.* tout m est q. nul p n'est m. quelque q n'est pas p.	*Baroco.* tout q est m. quelque p n'est pas m. quelque p n'est pas q.
	Frisesomorum. Quelque m est q. nul p n'est m. quelque q n'est pas p.	

3e FIGURE.

Darapti. tout m est q. tout m est p. quelque p est q.	*Disamis.* quelque m est q. tout m est p. quelque p est q.	*Bocardo.* quelque m n'est pas q. tout m est p. quelque p n'est pas q.
Felapton. nul m n'est q. tout m est p. quelque p n'est pas q.	*Datisi.* tout m est q. quelque m est p. quelque p est q.	*Ferison.* nul m n'est q. quelque m est p. quelque p n'est pas q.

La distinction des modes directs et des modes indirects de la première figure est fondée sur ce que l'*ordre naturel* des termes n'est pas observé dans ceux-ci, où le genre paraît comme sujet et l'espèce comme attribut de la conclusion. Le sujet, disait-on, doit y être regardé comme un véritable attribut, et l'attribut comme un véritable sujet. Mais, à ce compte, il n'y au-

rait de mode vraiment direct dans la première figure que *barbara*, attendu que *darii* est aussi bon dans la supposition de *p*, genre de *q*, que dans celle de *q*, genre de *p*, et que les deux modes négatifs excluent précisément *q* comme genre de *p*. Dans les autres figures, *darapti*, *disamis* et *datisi* admettent aussi bien que *darii* les deux suppositions; et les autres modes, tous négatifs, sont encore exclusifs de *q* genre de *p*. Au reste, quand bien même on voudrait considérer les conclusions des modes négatifs, comme des *espèces niées directement de certains genres proposés*, il faudrait toujours regarder *baroco* et *bocardo* comme deux modes indirects, attendu qu'on peut les appliquer à trois termes ayant tous des rapports de contenance deux à deux, sans aucune exclusion totale, et que le terme *p*, en vertu de la conclusion même, est alors un genre qui enveloppe *q*, et non point une espèce. Exemple en *baroco :* Tout singe est mammifère ; or, quelque vertébré n'est pas mammifère ; donc quelque vertébré n'est pas singe.

Il est donc manifeste que la distinction introduite dans la première figure ne dépend point d'une propriété des modes considérés en eux-mêmes, et que le genre et l'espèce se présentent tantôt comme sujets, tantôt comme attributs dans toutes les figures. Mais Aristote avait compté trois figures et quatorze modes. A la suite d'une analyse incomplète, quoique très remarquable, il avait signalé en outre de certains modes à termes renversés, nommément deux (*fapesmo* et *frisesomorum*). Ses successeurs en ajoutèrent trois, qui

sont des cas immédiatement dérivés des trois premiers de la première figure, et c'est ainsi que les modes indirects s'établirent.

A la rigueur, et la classification et la dénomination auraient pu subsister si l'on avait bien voulu ne voir dans le renversement des termes qu'une différence de forme, insignifiante au fond. Les modes indirects reçus faisaient bien partie de la première figure, dès qu'on était convenu de prendre pour le caractère de celle-ci le rôle du moyen, sujet de l'une quelconque des prémisses et attribut de l'autre. Mais il se trouva, et l'on tarda peu à remarquer qu'un simple changement de notation (l'interversion des prémisses avec substitution de p à q et de q à p) donnait aux modes indirects la forme suivante :

Baralipton.	*Dabitis.*	*Frisesomorum.*
tout q est m. tout m est p. quelque p est q.	quelque q est m. tout m est p. quelque p est q.	nul q n'est m. quelque m est p. quelque p n'est pas q.
Celantes.	*Fapesmo.*	
tout q est m. nul m n'est p. nul p n'est q.	nul q n'est m. tout m est p. quelque p n'est pas q.	

Ces modes, dont il était dès lors à propos de changer les noms (1), pouvaient se constituer en une figure à part (ce fut la quatrième), opposée à la première en ceci que si l'une observait l'ordre mq, pm, dans ses prémisses, l'autre affectait l'ordre qm, mp.

(1) La logique de P. R., où cette classification est adoptée, propose *barbari*, *calentes*, *dibatis*, *fespamo*, *fresisom*, si j'en crois l'édition que j'ai sous les yeux, car ces mots ne sont pas bien faits.

La question débattue entre les partisans de la quatrième figure et ceux dès modes indirects semblait donc se réduire à une dispute de mots. Il s'agissait de savoir si l'on voulait donner le nom de figure à chacune des quatre combinaisons des termes p et q avec m dans les prémisses, ou s'il plaisait de réunir en une seule celles où le moyen se présente tantôt comme attribut, tantôt comme sujet. Je ne parle pas des critiques tels que Gassendi qui prétendait trouver d'autres figures encore par de simples transpositions d'où ne résultent pas même des modes nouveaux.

Ainsi la classification demeurait arbitraire à quelques égards, indice certain d'un vice caché. Toutes ces difficultés de mots tenaient à un défaut radical dans la méthode. Dès l'origine, Aristote n'avait pas rencontré le principe naturel et nécessaire d'une bonne coordination des modes du syllogisme. En effet, le moindre changement qu'un mode donné puisse subir est l'interversion des rôles des termes comme sujets ou attributs dans quelqu'une des prémisses, rien n'étant si simple que de prendre la réciproque d'une proposition particulière ou négative ; or, c'est précisément ce caractère si variable, le moyen pris pour sujet, le moyen pris pour attribut, qu'on faisait servir à la définition des figures, et il en résultait que des modes très peu différents (exemple : *celarent* et *cesare, darii* et *datisi,* etc.) se trouvaient rapportés à différentes figures. Au contraire, une même figure enveloppait des modes, les uns affirmatifs, les autres négatifs, les uns tout universels, les autres aussi particuliers que possibles.

Un procédé aussi arbitraire ne pouvait rien produire de bien déterminé, et les questions soulevées accessoirement devaient dès lors être purement verbales.

De là provenait encore une confusion fâcheuse, et dont il y a trace dans toutes les logiques, celle du moyen quant au sens de contenance, comme dans *barbara*, et celle du moyen en tant que terme attribut de deux autres ou sujet de deux autres. Ce dernier sens, qui convient à deux figures, n'entraîne pas un rapport nécessaire et unique de genre entre *m* d'une part, et *p* et *q* de l'autre, ce qui est un grave défaut d'harmonie dans les définitions. En outre, l'ordre de contenance *q*, *m*, *p*, auquel Aristote s'est attaché exclusivement pour définir le moyen dans la première figure, ne s'applique exactement ni aux modes négatifs, puisque la négation même supprime cet ordre, ni aux modes particuliers qui en permettent un autre (1). La confusion que je relève ici, touchant la signification du moyen, s'étend à celles du *majeur* ou *grand extrême* et du *mineur* ou *petit extrême*. Ces noms se rapportent à la notion de contenance, tandis que les définitions proprement dites contiennent tout autre chose. Entre tant d'hommes qui ont pâli sur la théorie du syllogisme, comment aucun n'a-t-il songé à baser la division des figures sur les différentes modifications que subit l'ordre de contenance, principe unique de toutes ces spéculations? Les esprits les plus disposés à la cri-

(1) P. R. évite ces inconvénients en donnant du moyen une définition trop générale, et qui dépasse la portée du syllogisme technique. Aristote en a une pour chaque figure, et celle de la première est vicieuse.

tique étaient esclaves de l'autorité comme les autres.

L'arbitraire scolastique s'est étendu jusqu'à l'énumération des modes. On en comptait dix-neuf, et Leibniz encore jeune en découvrit cinq nouveaux à la première vue. Ce sont ceux que l'on obtient en prenant la réciproque particulière de *barbara* et les réciproques simples de *celarent*, *celantes*, *cesare* et *camestres*, dans la conclusion seulement. Ce n'est pas qu'on n'eût déjà soupçonné l'existence de ces modes, mais on prétendait, du moins à l'égard de *barbara*, que la conclusion la plus *noble* devait seule entrer en ligne de compte ; et cependant on admettait dans *baralipton* un cas tout semblable à celui que l'on négligeait, et l'on ne se faisait point faute d'accepter des modes qui ne diffèrent les uns des autres que par la réciproque simple de la conclusion (exemple : *darii* et *dabitis*, *datisi* et *disamis*) ; il est vrai qu'il fallait faire un léger changement de notation pour s'en apercevoir, et la scolastique était peu familière avec la méthode des combinaisons.

Je n'ai si longuement insisté sur la critique d'une théorie très oubliée, mais toujours très vantée, que pour montrer, dans l'endroit le plus fort, la faiblesse profonde d'une école de philosophie d'où sont directement descendus nos préjugés les plus invétérés et les plus funestes. Il me reste à exposer une méthode rigoureuse d'énumération, de classification et de démonstration des modes du syllogisme du genre. Je me servirai des notations expliquées ci-dessus pour la proposition. (Voy. p. 168.)

Il faut distinguer d'abord des modes affirmatifs et des modes négatifs.

Chacun de ces groupes peut se diviser en *figures*. Une figure sera l'ensemble des modes qui impliquent les mêmes rapports de genre. Ces rapports s'établiront pour chaque mode entre un même terme et deux autres pris successivement. Le premier se nommera le moyen ; les autres seront dits majeur et mineur, eu égard à l'ordre convenu pour la comparaison.

Soient m le moyen, q le majeur, p le mineur. Il y a quatre combinaisons possibles, en supposant toutes les propositions affirmatives, et, de plus, universelles, savoir :

$$1\begin{cases} m = eq \\ p = em \end{cases} \quad 2\begin{cases} m = eq \\ m = ep \end{cases} \quad 3\begin{cases} q = em \\ p = em \end{cases} \quad 4\begin{cases} q = em \\ m = ep \end{cases}$$

La troisième ne donne lieu à aucun syllogisme, car en posant p et q comme espèces de m, séparément et sans autre indication, on ne détermine entre eux aucun rapport de genre. La première et la quatrième sont identiques, au changement près de p en q et de q en p, lequel peut se faire arbitrairement en changeant l'ordre des prémisses, puisque le sens de ces deux lettres est uniquement relatif à cet ordre. Il y a donc deux figures de syllogismes affirmatifs à prémisses universelles, et elles correspondent aux deux combinaisons : $m = eq, p = em$; $m = eq, m = ep$. Celle-là donne immédiatement le syllogisme type dont la conclusion est $p = eq$ (*barbara*) ; et celle-ci donne par substitution $ep = eq$ (*darapti*), ou, indifféremment, $eq = ep$, mais le mode est unique à cause de la symétrie de p et de q dans les prémisses.

Particularisons maintenant les propositions, et nous obtiendrons tous les modes dérivés possibles (affirmatifs) des deux figures. Nous pouvons conserver la majeure $m = eq$ comme toujours universelle, attendu que les prémisses ne sauraient être particulières toutes deux (*Théorie générale*, p. 187), et que le cas de la majeure particulière avec une mineure universelle rentre dans celui de la majeure universelle avec une mineure particulière, par le changement de p en q et de q en p. Dès lors l'énumération des modes dérivés se fera en particularisant la mineure et la conclusion de toutes les manières possibles. Voici le tableau des modes concluants, au nombre de six, dont deux dépendent de la première figure, et quatre concurremment de la première et de la seconde. Ceux-ci forment une sorte de figure moyenne, en ce que, grâce à la particularité de la mineure, ils s'accommodent et de la supposition $p = em$ (1re figure), et de la supposition $m = ep$ (2e figure) (1) :

PREMIÈRE FIGURE.			MODES MOYENS.				SECONDE FIGURE.
Barbara.	*Sansnom.*	*Bar*on	*Darii.*	*Dabitis.*	*Datisi.*	*Disamis*	*Darapti*
$m = eq$	—	—	—	—	—	—	$m = eq$
$p = em$	—	—	$ep = em$	—	$em = ep$	—	$m = ep$
$p = eq$	$ep = eq$	$eq = ep$	$ep = eq$	$eq = ep$	$ep = eq$	$eq = ep$	$ep = eq$

(1) Les formules de ces quatre modes sont également satisfaites par la substitution à q, m, p, de termes tels que *végétal*, *arbre*, *chêne*, d'une part, ou tels que *arbre*, *chêne*, *végétal*; végétal, chêne, arbre, d'une autre part, tandis que la 1re figure n'admet que le premier de ces deux ordres de termes, et la 2e n'admet que les deux autres.

Tous ces modes se déduisent aisément du premier de la première figure, savoir : *baralipton* et le mode innomé que la scolastique omettait, par la simple remarque que les conclusions $ep = eq$, $eq = ep$ sont impliquées par $p = eq$; *darii*, par la substitution de ep à p, partout où ce terme se trouve; les trois suivants, par les réciproques simples de la mineure et de la conclusion prises ensemble ou séparément; enfin *darapti*, par un *à fortiori* de *datisi*. Les dénominations techniques deviennent inutiles, mais je les rappelle ici pour faciliter la comparaison du système que j'expose avec l'ancien. (Il est bon d'observer que certains modes exigent, pour leur assimilation aux anciennes formules, un changement de p en q et de q en p avec interversion des prémisses.)

Je dis maintenant que l'énumération est complète. En effet, la première figure comprend toutes les conclusions possibles, excepté $q = ep$; mais, si l'on avait simultanément : $p = em$, $q = ep$, on aurait aussi : $q = em$, c'est-à-dire que la majeure serait simplement réciprocable, ce qu'il ne faut pas supposer en général. La figure moyenne présente toutes les conclusions possibles, particulières, et l'on ne saurait en recevoir d'universelles (voy. p. 188). Enfin, la seconde figure ne peut donner ni $p = eq$, ni $q = ep$: en effet, si elle donnait l'une de ces conclusions, elle donnerait nécessairement l'autre, les deux syllogismes ainsi posés s'identifiant par le changement de p en q et de q en p; or, la conclusion $p = eq$, par exemple, rapprochée des prémisses $m = ep$, $m = eq$, fournit la matière d'un

syllogisme en *barbara*, d'où il résulterait que p est moyen de contenance entre m et q; mais les prémisses n'autorisent pas plutôt cette supposition que celle de q, compris entre m et p. Reste la conclusion particulière, $eq = ep$, qui n'apporte rien de nouveau à cause de la symétrie en p et q du mode que nous examinons.

Passons aux modes négatifs. Ils sont distincts des précédents, puisque l'on a vu dans la théorie générale qu'une prémisse négative entraîne une conclusion négative, et réciproquement. Nous savons aussi que la négation ne doit porter que sur l'une des prémisses pour qu'il y ait syllogisme. Soit q le terme dont est nié le moyen; c'est-à-dire que m appartient au genre de tout autre que le q. Il n'y a que deux combinaisons possibles quand on suppose les prémisses universelles :

$m = e$ (non q).	$m = e$ (non q).
$p = em$.	$m = ep$.

On trouve ainsi deux figures entre lesquelles la particularisation de la mineure fait reconnaître un certain nombre de modes moyens, comme dans les syllogismes affirmatifs. De plus, la proposition négative étant toujours simplement réciprocable, il en résulte des modes nouveaux, quatre desquels étaient négligés dans la théorie scolastique, tandis que d'autres se trouvaient répartis dans diverses figures. Enfin la particularisation de la majeure fournit encore un mode de chaque figure. Voici le tableau :

PREMIÈRE FIGURE.		MODES MOYENS.		SECONDE FIGURE.
Celarent.	*Sans nom.*	*Ferio.*	*Ferison.*	*Felapton.*
$m=e$ (non q)	—	—	—	$m=e$ (non q)
$p=em$	—	$ep=em$	$em=ep$	$m=ep$
$p=e$ (non q)	$ep=e$ (non q)	$ep=e$ (non q)	$ep=e$ (non q)	$ep=e$ (non q)
Celantes.				*Fapesmo.*
$m=e$ (non q)	—			$q=e$ (non m)
$p=em$	—			$m=ep$
$q=e$ (non p)	$eq=e$ (non p)			$ep=e$ (non q)
Cesare.		*Festino.*	*Frisesomorum.*	
$q=e$ (non m)	—	—	—	
$p=em$	—	$ep=em$	$em=ep$	
$p=e$ (non q)	$ep=e$ (non q)	$ep=e$ (non q)	$ep=e$ (non q)	
Camestres.				
$q=e$ (non m)	—			
$p=em$	—			
$q=e$ (non p)	$eq=e$ (non p)			
Baroco.				*Bocardo.*
$eq=e$ (non m)				$em=e$ (non q)
$p=em$				$m=ep$
$eq=e$ (non p)				$ep=e$ (non q)

On démontrerait, par la méthode déjà suivie ci-dessus, que l'énumération des modes est complète, et que ceux-là seuls sont rejetés que ne permettent pas les règles posées dans la théorie générale. Il est aisé de s'assurer d'ailleurs que tous se déduisent du premier, *celarent,* et par conséquent peuvent s'y réduire, ou par des réciproques, ou par des substitutions, ou par un *à fortiori*. Le premier mode lui-même se démontre, comme nous savons, par le mode affirmatif *barbara*, qui est le type de tous les syllogismes du genre.

Il existe en tout vingt-quatre modes dont huit affirmatifs et seize négatifs; douze relèvent de la première figure, quatre de la seconde, et huit sont des modes moyens qui ne supposent pas plus l'une que l'autre. En adoptant la notation scolastique des pro-

positions, on peut résumer la classification dans le tableau suivant.

	PREMIÈRE FIGURE.				SECONDE FIGURE.	
Modes aff.	aaa	2aai		4aii	aai	
			oao			oao
Modes nég.	4eae	4eao		4eio	2eao	

Je donne une place à part aux modes oao (*baroco et bocardo*), parce qu'ils se prêtent à la substitution de termes avec ou sans négation totale, indifféremment, soient, pour *baroco, q vertébré, m mammifère, p homme;* soient *q mollusque, m mammifère*, *p homme.*

2. Syllogismes à propositions modales.

(Renvoi de la page 249.)

Commençons par quelques observations sur les définitions du *possible accidentel,* du *possible hypothétique* et du *pur possible.*

La proposition que je distingue sous le nom d'accidentelle est ordinairement particulière ou individuelle, et par conséquent de peu d'usage dans la science. Exemples : *la terre tremble, des hommes chantent, le peuple est serf* (en tel lieu et à tel moment). L'accident posé universellement à la manière d'Aristote, l'*animal se meut,* ne donne qu'une proposition équivoque. En effet, la locomotion n'y est pas regardée comme une propriété : il y aurait alors nécessité et non accident ; il s'agit d'un mouvement actuel et d'un fait particulier : c'est donc *tel animal* qui se meut, et ce n'est pas *L'animal,* alors même que ce seraient *tous les animaux ;* cette sorte d'universel n'exprime tout au plus qu'une somme de propositions individuelles. De même, la proposition *l'homme grisonne*, qu'Aristote appelle un accident naturel, est fausse si,

étant prise généralement, il est cependant possible, comme il le dit, qu'un homme ne grisonne pas. (*Analyt.* I, I, 12 et suiv.)

Cela posé, ou la proposition accidentelle est prise particulièrement, et moyennant la supposition des conditions sous lesquelles elle est donnée, ou bien elle est prise, abstraction faite de ces mêmes conditions, réalisées ou non. Dans le premier sens, elle suit les lois ordinaires du raisonnement; dans le second, elle exprime un possible hypothétique, et sa contradictoire est admissible au même titre. La notion propre d'*accident* disparaît de la logique, et nous passons au cas suivant.

La proposition hypothétique ou conditionnelle (sous conditions ignorées d'affirmation ou de négation) autorise toujours sa contradictoire comme admissible; mais la contraire est quelquefois exclue. Soit, par exemple, l'hypothèse *tout corps pèse;* la contradictoire, *quelque corps ne pèse pas,* est par là même possible (puisque sans cela il y aurait thèse et non hypothèse), mais la contraire, *nul corps ne pèse,* peut être rejetée logiquement, de même qu'elle est rejetée par l'expérience, et l'hypothèse demeurer telle.

La dénomination de *syllogisme hypothétique,* ailleurs mal appliquée (voy. § XXXV), conviendrait au syllogisme en forme dont une ou deux prémisses sont hypothétiques. On peut alors regarder comme possibles toutes les conclusions tirées des prémisses admissibles, contradictoires ou même contraires (selon les cas), et, de plus, toute proposition non contradictoire avec ces prémisses ambiguës. Une question

intéressante se pose à ce propos, celle de savoir si la conclusion, vérifiée, vérifie l'hypothèse, et de quelle manière. Aristote a traité ce sujet sous le titre de *démonstration circulaire*.

La proposition purement possible est une proposition hypothétique telle que nulle des conditions qui y sont relatives et pourraient la déterminer, même partiellement, ne se trouve donnée. On suppose donc ici une entière ignorance, sans d'ailleurs s'écarter du point de vue logique, et soit que les purs possibles existent ou n'existent pas physiquement. Ce possible logique comprend le possible causal, puisqu'il admet une entière ambiguïté, mais rapportée à la connaissance ; il le comprend quant aux lois du raisonnement, ce qui suffit ici. La proposition possible est donc, comme telle, accompagnée de sa contradictoire et de sa contraire. Cette *conversion* de la proposition $m = eq$ en $m = e$ (non q) ou en $em = e$ (non q), sous le coefficient de possibilité, n'est, à bien dire, qu'une explication de la thèse du possible, et les disciples d'Aristote qui l'ont rejetée, voulant sans doute se déclarer pour la doctrine de la nécessité physique, n'ont compris ni leur maître, ni le véritable esprit de la science.

Venons à la théorie du syllogisme où ces sortes de propositions interviennent. Il y a trois cas à considérer : 1° deux prémisses possibles ; 2° majeure possible, mineure constante ; 3° majeure constante, mineure possible. Nous nous bornerons aux modes principaux, auxquels il est aisé de ramener les autres, et qui suffisent d'ailleurs pour faire connaître la méthode.

Premier cas. Les deux prémisses $m = eq$, $p = em$, considérées comme de purs possibles, donnent lieu, par définition, aux quatre systèmes suivants :

$$\begin{cases} m = eq \\ p = em \\ p = eq \end{cases} \quad \begin{cases} m = e\ (\text{non}\ q) \\ p = em \\ p = e\ (\text{non}\ q) \end{cases} \quad \begin{cases} m = eq \\ p = e\ (\text{non}\ m) \\ \text{c}^{\text{on}}\ \text{arbitraire.} \end{cases} \quad \begin{cases} m = e\ (\text{non}\ q) \\ p = e\ (\text{non}\ m) \\ \text{c}^{\text{on}}\ \text{arbitraire} \end{cases}$$

Je ne prends que les propositions contraires, parce qu'elles comprennent les contradictoires dont la mention distincte n'ajouterait rien ici; et j'entends par conclusion arbitraire une proposition quelconque touchant le rapport de p comme espèce à q comme genre (car, au surplus, la relation $q = ep$ serait à exclure des propositions compatibles avec le troisième système. On voit que, selon cette interprétation, toutes les conclusions se présentent; et toutes sont admissibles dans l'ensemble des systèmes rapprochés, sans qu'aucune d'elles puisse impliquer contradiction, nulle prémisse n'étant donnée telle qu'elle exclue sa propre contraire ou contradictoire. On doit donc poser pour conclusion unique $p = eq$, dans le sens de pure possibilité. (Exemple : *tous les vaisseaux ont péri, toute sa fortune est sur un des vaisseaux, toute sa fortune a péri*. Ces propositions, comme effectivement données, seraient *accidentelles* selon nos définitions; en tant qu'elles autorisent leurs contradictoires et leurs contraires elles expriment de purs possibles.)

Il en serait de même si les prémisses étaient des hypothèses permettant leurs contradictoires, mais non leurs contraires. Dans ce cas, les quatre systèmes deviendraient de la forme suivante :

$m=eq$	$em=e$ (non q)	$m=eq$	$em=e$ (non q)
$p=em$	$p=em$	$ep=e$ (non m)	$ep=e$ (non m)
$p=eq$	c^{on} arbitraire	$ep=e$ (non q)	c^{on} arbitraire

et l'on doit y joindre deux propositions constantes particulières, $em=eq$, $ep=em$, qui résultent de ce que $m=e$ (non q) et $p=e$ (non m) sont exclues des possibles. Mais nonobstant cet élément de détermination, la conclusion $p=e$ (non q) est encore permise aussi bien que $p=eq$ et $ep=e$ (non q). En effet, les deux propositions particulières ne sauraient donner de conclusion déterminée à cause de l'indétermination de l'espèce. Ensuite, si l'on voulait rejeter $p=e$ (non q) au moyen d'une réduction à l'absurde, en prouvant qu'il implique $p=e$ (non m), proposition exclue, il faudrait supposer $m=eq$; or, cette dernière proposition est admissible, mais non constante. Ce serait un sophisme que de raisonner ainsi : $m=eq$ est possible, donc si $p=e$ (non q) était possible aussi, $p=e$ (non m) serait possible, ce qui est absurde comme contraire à nos données. Tout ce qu'il est permis de conclure de là, c'est que les possibles $m=eq$, $p=e$ (non q), ne sont pas indépendants l'un de l'autre, mais sont liés de telle manière que si celui-ci est déterminé dans le sens de l'énoncé c'est le contradictoire de celui-là qui a dû être donné. Ainsi la conclusion, dans le cas que nous examinons, est un pur possible, d'où il ne s'ensuit pas que ce possible doive demeurer tel alors qu'on déterminerait les prémisses.

Exemple : *tout sensible pèse, tout corps est sensible.* Je suppose ici des prémisses hypothétiques dont les

contradictoires, *quelque sensible ne pèse pas, quelque corps n'est pas sensible,* seraient tenues pour admissibles, tandis que les contraires, *nul sensible ne pèse, nul corps n'est sensible,* sont exclues des possibles. La conclusion *tout corps pèse* est purement possible, c'est-à-dire n'interdit logiquement ni sa contradictoire, *quelque corps ne pèse pas,* ni même sa contraire, *nul corps ne pèse.* Seulement si nous admettions de fait celle-ci, la majeure possible, *tout sensible pèse,* serait par là même déterminée au sens contradictoire : *quelque sensible ne pèse pas.* En d'autres termes, on ne peut rien conclure des deux prémisses particulières *quelque sensible pèse, quelque corps est sensible,* à cause de l'indétermination du *quelque;* et si le *quelque* était déterminé comme le même des deux parts, il y aurait dans les prémisses une donnée constante que nous n'y avons pas supposée, à savoir précisément *quelque corps pèse.*)

Il n'y a rien à changer à ceci dans la supposition où l'une des prémisses seule serait un pur possible, l'autre étant de ces hypothèses qui autorisent leurs contradictoires et non leurs contraires. En effet, l'indétermination n'est pas alors moindre; elle est plus grande pour ces données que pour les précédentes.

Second cas. Majeure possible, mineure constante. En considérant successivement la majeure et sa contraire, celle-ci comprenant la contradictoire, on a les deux systèmes :

$$\begin{cases} m = eq \\ p = em \\ p = eq \text{ et } ep = eq \end{cases} \qquad \begin{cases} m = e\,(\text{non } q) \\ p = em \\ p = e\,(\text{non } q) \text{ et } ep = e\,(\text{non } q) \end{cases}$$

Toutes ces conclusions sont admissibles au même titre que les majeures, et posent de purs possibles. La majeure et la conclusion sont réciproquement dépendantes, puisque $m=eq$ et $p=e$ (non q), admis de fait et simultanément, entraîneraient $p=e$ (non m), contradictoire avec la mineure constante ; mais $m=eq$ n'est que possible, en sorte que sa contraire est possible aussi ; donc $p=e$ (non q) est possible dans ce même sens.

(Exemple : *les Antilles tremblent, la Martinique est dans les Antilles, la Martinique tremble.* Si la majeure est purement possible, c'est-à-dire n'exclut pas la proposition contraire, il en sera de même de la conclusion.)

Le cas est le même lorsque la majeure exclut sa contraire en autorisant sa contradictoire, car de $em=eq$, $p=em$, on ne peut rien conclure, e demeurant indéterminé ; et si l'on essaie d'une réduction à l'absurde, on prendra $p=em$, ou $em=eq$ pour prémisse, avec $p=e$ (non q), que l'on voudrait prouver impossible. Or, le premier de ces syllogismes ne donnera pas de conclusion contradictoire avec $em=eq$, non plus que le second avec $p=em$.

Troisième cas. Majeure constante, mineure possible. Les systèmes pris comme précédemment sont :

$$\begin{cases} m=eq \\ p=em \\ p=eq \text{ et } ep=eq \end{cases} \qquad \begin{cases} m=eq \\ p=e \text{ (non } m) \\ \text{c}^{\text{on}} \text{ arbitraire} \end{cases}$$

Le second système n'interdit aucune conclusion sur le rapport de p à q (la seule relation $q=ep$ étant

incompatible avec les prémisses). Les propositions $p=e$ (non q) et $ep=e$ (non q) sont admissibles aussi bien que $p=eq$ et $ep=eq$, pour l'ensemble du cas, puisque, rapprochées de $m=eq$, elles donnent pour conséquences syllogistiques des propositions que l'on n'a point exclues. On peut donc poser une conclusion unique purement possible; seulement le possible de la mineure et celui de la conclusion, parfaits isolément, dépendent l'un de l'autre pour leur détermination.

Exemple : *quiconque marche* (actuellement) *est debout, tout soldat marche* (actuellement); la conclusion *tout soldat est debout* (actuellement) est un pur possible de même que la mineure.)

Si la mineure exclut sa contraire en autorisant sa contradictoire, le cas est différent. On a alors deux propositions constantes, $m=eq$, $ep=em$, desquelles on conclut $ep=eq$; et par conséquent la proposition $p=e$ (non q) cesse d'être admissible. Il est aisé de s'assurer de ce résultat par une réduction à l'absurde, puisque $p=e$ (non q), rapproché de $m=eq$, donnerait $p=e$ (non m), et, rapproché de $ep=em$, donnerait $em=e$ (non q), deux conclusions incompatibles avec les données. Mais la proposition particulière $ep=e$ (non q) est admissible. Ainsi, dans ce cas, on ne peut poser la conclusion unique purement possible, mais on doit la poser comme une de ces hypothèses qui excluent leurs contraires et autorisent leurs contradictoires.

(En reprenant le dernier exemple ci-dessus, on

reconnaîtra que la mineure, *tout soldat marche*, étant donnée hypothétiquement, mais avec négation déterminée de sa contraire, *nul soldat ne marche*, la conclusion *tout soldat est debout*, exclura de même sa contraire *nul soldat n'est debout*, mais non sa contradictoire *quelque soldat n'est pas debout*.)

Une propriété commune des cas qne nous avons passés en revue, c'est que d'une prémisse constante et d'une prémisse purement possible, on ne tire jamais logiquement une conclusion constante ou nécessaire. Seulement, d'une prémisse constante et d'une prémisse hypothétique excluant sa contraire, on tire une conclusion constante, mais particulière, lorsque l'hypothèse est dans la mineure. On possède alors deux données constantes et suffisantes.

Il n'en serait pas autrement des autres modes du syllogisme qu'on pourrait examiner et qui sont tous réductibles au premier, comme nous le savons. Cependant Aristote a cru que le mode négatif à majeure simple et à mineure purement possible donnait une conclusion nécessaire. Sa démonstration est spécieuse. la voici exactement, sauf les notations qui sont indifférentes (*Analyt*. I, I, 15) : soit $m=e$ (non q) proposition simplement donnée, et $p=em$ possible ; on dit que, nécessairement, $p=e$ (non q). En effet, si cette dernière proposition n'est pas nécessaire, on pourra donc poser la contradictoire $ep=eq$, et comme, d'ailleurs, on peut poser $p=em$, il s'ensuivra par syllogisme une conclusion $em=eq$, contradictoire avec $m=e$ (non q), conséquemment impossible. Les pré-

misses de cette réduction à l'absurde sont des possibles, l'un comme donné tel, l'autre comme opposé à une proposition dont on ne conteste que la nécessité. Il n'en est pas moins vrai que l'un des deux, le second, serait à rejeter si, en les admettant, on devait admettre aussi, à titre de possibilité, une conclusion incompatible avec la donnée constante. Mais recevoir des possibles, ce n'est pas toujours les recevoir comme déterminables simultanément en des sens quelconques; ils peuvent se limiter réciproquement, de manière que, l'un étant déterminé, l'autre cesse d'être purement possible, ou se détermine à son tour et non plus arbitrairement. Ainsi, dans le cas qui nous occupe, on s'opposera à la réduction à l'absurde en refusant d'accepter les deux prémisses $p=em$, $ep=eq$, comme simultanées, et l'on prendra non seulement $ep=eq$ mais même $p=eq$ pour éléments d'un syllogisme de pure possibilité, sous cette condition que si $p=eq$ venait à être effectivement donné, c'est alors la contradictoire de $p=em$ qui le serait aussi.

Si la mineure, au lieu d'être purement possible, autorisait sa contradictoire, non sa contraire, on aurait la proposition constante $ep=em$ qui, jointe à la majeure $m=e$ (non q), déterminerait $ep=e$ (non q), et alors $p=eq$ serait impossible. La conclusion serait, non plus de pure possibilité, mais ambiguë entre $p=e$ (non q) et $ep=eq$, $ep=e$ (non q). C'est ici l'inverse de ce que nous avons vu dans le cas d'une majeure affirmative.

Aristote croit confirmer sa théorie par un exemple :

nul pensant n'est corbeau, tout homme peut être pensant, nul homme n'est corbeau. Mais cette conclusion n'est pas logique. Ce qui trompe ici, c'est que la mineure est une proposition constante déguisée en possible. Mais admettons que *tout homme puisse n'être pas pensant,* rien dans les prémisses ne s'oppose plus à ce que *tout homme soit corbeau.* Si la réduction à l'absurde était admise, savoir : *quelque homme est corbeau, tout homme est pensant* (peut-être), *quelque pensant est corbeau,* on l'appliquerait à d'autres cas : on prouverait, par exemple, que *la Martinique tremble* par la raison que *la Martinique est une des Antilles* et qu'il se peut que *toutes les Antilles tremblent.* La signification du possible serait anéantie, et il n'y aurait plus de théorie des syllogismes modaux. Au reste, je n'ai tant insisté sur ces apparentes puérilités que parce qu'il m'a paru intéressant de constater une erreur d'Aristote, dans sa logique et contre ses propres principes. Mais je dois ajouter que la rédaction de ce passage des *Analytiques* ne me paraît pas nette. Il en est de même de bien d'autres, dont les commentateurs ont dû fixer la lettre ou le sens. J'admire partout l'œuvre, dont la méthode et la pensée me frappent vivement ; mais telle qu'elle est sous nos yeux, je suis tenté de n'y voir souvent que le faisceau des cahiers d'une classe de philosophie.



APPENDICE VIII

(Renvoi de la page 228.)

Des principes de la dynamique.

I. Puisque la *force* ne se laisse pas ramener au nombre et mesurer, à la manière de l'étendue ou de la durée, mais que cependant il serait diffcile et puéril d'écarter de la science du mouvement la pensée d'un rapport que nous nous représentons constamment lié aux phénomènes du déplacement dans l'espace, on doit prendre un parti, celui que réclamait d'Alembert il y a déjà plus d'un siècle : définir la force mécanique par le mouvement, soit en acte, soit en puissance dans le mobile, et ne pas prétendre expliquer la quantité de l'effet par la quantité de la cause.

II. **Définition de la force par la vitesse et par la masse.** — D'après cela, cette double proposition : les forces sont proportionnelles aux vitesses qu'elles communiquent à la même masse, dans les mêmes circonstances; les forces sont proportionnelles aux masses auxquelles elles communiquent la même vitesse dans les mêmes circonstances, ce double énoncé ne doit avoir pour nous que la valeur d'une convention propre à étendre verbalement la mesure combinée d'un mobile comme tel, et de son déplacement, à la force quelconque suivant laquelle il se déplace. La masse est alors la *quantité mobile*, c'est-à-dire le corps lui-même sous le rap-

port dynamique, abstraction faite en lui de toute propriété autre que le nombre de parties également mobiles qu'on peut y envisager (voy. p. 225); et la vitesse est la *quantité de déplacement* dans un temps donné, estimée pour tel point où l'on suppose la masse réunie. La définition de la quantité de mouvement devient ainsi très claire et se substitue à celle de la force.

Dorénavant j'appliquerai ce seul mot *mouvement*, et au mouvement en général et à tout mouvement donné ou déterminé; il ne saurait en résulter d'équivoque non plus que dans les autres cas de ce genre. Suivant la dernière acception, on entendra donc par ce mot la *quantité de mouvement considérée en tel point et dans telle direction.*

Dans le mouvement uniforme, dont l'équation pour un point mobile est $x = at$, moyennant un choix convenable d'origines, a étant une constante, la force dont le *point matériel* de masse m est animé se mesure, selon la convention, par $m\frac{x}{t}$ ma. C'est un mouvement donné et constant, effet d'une cause quelconque qui a fini d'agir, ou, pour parler plus exactement, un acte invariable et auquel rien ne s'ajoute. On sait que dans ce cas le mobile n'est *soumis à aucune force externe.* Autrement sa vitesse varierait en vertu du *principe d'inertie* (voy. III).

Le mouvement continûment varié, dont l'étude comprend une grande partie de la dynamique, n'est pas caractérisé par la détermination d'une vitesse

limite, $\frac{dx}{dt}$, tirée de l'équation $x = f(t)$, puisque cette valeur change aux différents instants. Mais on s'en forme une idée plus approfondie en prenant le coefficient différentiel du second ordre de la même fonction, car on a : $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\left(\frac{d^2x}{dt}\right)}{dt}$, et ce dernier rapport exprime la limite des rapports de la différence de la vitesse limite à la différence du temps, pour des temps indéfiniment décroissants (p. 211). En introduisant le facteur constant *masse*, on obtient la limite des mouvements acquis dans l'unité de temps, à un instant quelconque. Enfin, la même convention que ci-dessus permet d'étendre à la force, qu'on appelle alors *force motrice*, la mesure du mouvement proposé donnée par l'expression $m\frac{d^2x}{dt^2}$. On se représente la force augmentée ou diminuée avec le temps suivant une certaine loi, et l'on prend pour son intensité à chaque instant la limite des mouvements acquis dans l'unité de temps par le mobile, valeur considérée à cet instant. Si $\frac{d^2x}{dt^2}$ n'est pas une fonction du temps, mais est une constante, on appelle aussi la force *force constante*, et on se la représente comme propre à ajouter ou à retrancher au mouvement du mobile une même quantité dans des temps consécutifs égaux. C'est ainsi que la loi de la chute des graves

étant $x = \frac{1}{2} gt^2$, $\frac{d^2x}{dt^2} = g$, on regarde la *pesanteur* comme une *force accélératrice constante*.

III. **Principe d'inertie.** — On convient généralement qu'il n'existe point de corps inertes. Mais chaque science a besoin d'une certaine abstraction pour poser son objet propre. La dynamique considère les corps comme incapables d'altérer par eux-mêmes leur état de repos ou de mouvement. Cette hypothèse est indispensable dans l'étude des lois abstraites des vitesses et des masses : sans elle il n'y aurait plus à proprement parler de mécanique. On dit que l'expérience vérifie ou tend à vérifier le principe d'inertie. Il serait plus exact de dire que l'expérience permet de regarder les causes de l'altération de l'état de repos ou de mouvement d'un corps inorganisé comme sensiblement réduites à celles qu'on peut définir indépendamment de l'activité de ce même corps. Par exemple, s'il s'agit d'un corps pesant, on pourra fixer dans la masse terrestre la force qui le sollicite, et la masse terrestre à son tour sera passive par rapport au soleil ; cependant la loi de la gravitation exige que l'action se partage. Sans doute, l'abstraction que je signale ici n'est pas indispensable et ne se fait pas toujours. Il n'en est pas moins vrai que si la dynamique avait pour objet le véritable corps physique, elle devrait tenir compte de toutes les actions perturbatrices que la définition de ce corps entraîne, et elle en néglige toujours quelqu'une.

On peut dire encore que la méthode veut, non la nature des choses, que les forces *internes* des corps

soient remplacées par des forces *externes* convenablement choisies. La science, sous sa forme rationnelle, envisage un corps purement géométrique et mécanique; et c'est celui-là qui est inerte. L'utilité de la mécanique rationnelle dans les applications provient de ce que, dans le plus grand nombre des cas, les phénomènes de l'ordre concret ne diffèrent pas sensiblement de ceux que l'abstraction propose et définit. L'expérience en fait foi quand elle vérifie les conséquences de la spéculation mathématique.

IV. **Définition de la force par l'effort. Principe du mouvement en puissance.** — D'après les considérations précédentes sur la mesure de la force, il est clair qu'une force déterminée, détruite par un obstacle fixe, a pour signification positive un certain mouvement qui aurait lieu si l'obstacle était supprimé. Mais la force prend alors aussi le nom d'*effort* ou de *pression*, et il y a deux remarques à faire:

1° La mesure conventionnelle de la force est applicable à l'effort, puisque les données sont les mêmes dans les deux cas, à cela près qu'on envisage tantôt la mesure du mouvement qui a lieu effectivement, et tantôt celle du mouvement qui aurait lieu en vertu de certaines conditions supposées, au moment où certaines autres conditions cesseraient d'être remplies.

2° L'effort se marque par des effets sensibles sans que le mobile qui l'exerce soit déplacé. On pourrait néanmoins le mesurer toujours par le mouvement attendu en cas de suppression de l'obstacle, puisque cette mesure est conventionnelle, et qu'une même



cause, ici, produit un effort, là produirait un mouvement. Mais quand on admet d'ailleurs pour l'effet sensible une mesure propre, il faut prouver que celle-ci est identique avec la première, et non pas simplement le supposer. Tel est le cas où l'effort est un poids, effet produit sur un obstacle actuellement immobile par un corps soumis à la loi de la gravitation; non que le poids puisse être jamais mesuré sous condition entière de repos, ou par une fonction dont la définition n'implique point le déplacement, mais il peut l'être indépendamment du temps, à savoir dans cette rencontre particulière qu'on appelle *équilibre*.

Comme la dynamique fait usage concurremment de ces deux mesures des forces: la limite des mouvements acquis dans l'unité de temps, et l'effort ou pression, assimilé à un poids, la question de l'identité des valeurs numériques obtenues dans l'une et l'autre méthode est d'un grand intérêt. Le nœud de la difficulté se trouve dans le principe de l'équilibre.

J'appelle *puissance de mouvement*, ou simplement *puissance*, un mouvement défini qui n'est point donné actuellement, mais qu'on se représente comme devant se produire sous certaines conditions, et dès l'instant que certaines autres conditions cesseraient d'exister. Cette supposition est un véritable jugement synthétique portant sur l'avenir, et que l'expérience vérifie. Nous savons, par exemple, que si l'obstacle opposé à la chute d'un corps est levé, ce corps commencera à se mouvoir, et que sa vitesse, tant qu'il demeurera libre, croîtra régulièrement, quelle que soit sa

masse, de $9^m,809$ environ par seconde. D'ailleurs, en vertu des lois générales de la représentation, d'accord avec les données des sens, nous considérons un *effort* ou une *pression* comme correspondants à une puissance quelconque.

V. **Équilibre et mouvement d'un point sous deux puissances en ligne droite.** — Deux déplacements définis par des fonctions identiques, envisagés dans un seul et même mobile dont la masse est réduite à un point matériel ou mécanique, et dirigés sur une même droite en sens inverse l'un de l'autre, demeurent nécessairement en puissance. Le mouvement effectif est nul par le principe analytique de la raison suffisante. En effet, si la double donnée du déplacement a et $-a$ pouvait être équivalente à celle d'un déplacement unique autre que zéro, soit sous un angle φ avec la direction de a, il est aisé de voir que les angles $180^\circ - \varphi$, $180^\circ + \varphi$ et $360^\circ - \varphi$, satisferaient de même aux conditions de la question, ce qui est absurde. (Voy. p. 195.)

L'existence d'un tel système de puissances est constatée par l'expérience (dans la mesure possible de ces sortes de vérifications) et fait connaître, pour le cas le plus simple, le principe de l'état d'équilibre qu'on a toujours distingué de l'état de repos.

En général, deux vitesses données sur une même droite et pour la même masse équivalent à une vitesse unique égale à leur somme ou à leur différence, suivant qu'elles sont de même sens ou de sens contraire. Cette proposition résulte immédiatement de ce que

les vitesses sont des quantités linéaires, et, à ce titre, assujetties à la loi de la sommation. Elle est donc analytiquement vraie. Mais si on la conçoit en ce sens que les puissances s'ajoutent ou se retranchent lorsqu'elles sont données extérieurement par la réalisation des circonstances diverses où on les suppose contenues, c'est à l'expérience qu'il faut en demander la confirmation. Aussi les données sont-elles empruntées à l'expérience dans ce cas.

Il résulte de là que la condition d'équilibre énoncée ci-dessus est nécessaire autant que suffisante, puisque le cas des vitesses égales et de sens opposés est le seul où la vitesse résultante soit nulle.

Les mouvements d'une masse unique s'ajoutent et se retranchent sur une même droite, comme les vitesses, puisqu'on peut toujours multiplier par le facteur commun de la masse les termes de l'équation $V \pm V' = V''$. Ce n'est point ici une proposition à démontrer, ou un postulat, comme dans les théories fondées sur la considération directe des forces. Mais c'est un fait double, et d'analyse, et d'expérience.

On voit aussi, indépendamment de tout postulat, que telle masse peut être en équilibre, en tant que l'on y considère certaines puissances égales et opposées, et à la fois en mouvement, parce que l'on y place encore d'autres puissances qui ne sont pas contrariées. La coexistence de ces divers rapports est un fait de spéculation parfaitement libre, et que l'expérience vient ensuite vérifier.

Les mouvements dont il vient d'être question sont

déterminés par des fonctions que nous supposons identiques. Mais il suffit évidemment de considérer ces fonctions comme égales, à la limite de leurs accroissements, ou pour un temps indéfiniment décroissant. Le raisonnement porte sur le déplacement de la masse au premier moment quelconque d'une durée, et non sur les effets postérieurs. L'équilibre a donc lieu lorsque des déplacements indéfiniment petits en puissance et de sens contraires sont égaux.

L'hypothèse des points matériels, ou mieux mécaniques, c'est-à-dire de certaines masses impénétrables, sans étendue sensible, ou dont le volume est aussi petit qu'on voudra, est une abstraction qui facilite l'application de la géométrie aux lois de l'équilibre et du mouvement. Elle est d'ailleurs justifiée par l'existence des centres de masse et de gravité, et ne nuit point à la vérification des résultats de la mécanique rationnelle.

VI. **Expression de la force par le poids.** — Soit un ressort tendu par l'application d'un corps assujetti à la loi de la pesanteur. Tout autre corps qui, substitué au premier, donne la même position d'équilibre du ressort est dit avoir un *poids égal;* et un corps qui donne le même équilibre que deux poids égaux est dit avoir un *poids double* de chacun de ceux-ci. On peut donc mesurer les poids des corps en prenant pour unité le poids d'un corps fixe parfaitement défini, soit celui d'un centimètre cube d'eau au *maximum* de condensation.

Cela posé, deux corps dont les poids sont égaux

tiennent par définition un même point en équilibre avec le ressort, soit le point auquel on peut les regarder comme appliqués immédiatement. Nommons m et m' les masses de ces corps. Le point étant invariablement lié à la masse m dans un cas, et à la masse m dans l'autre, doit être considéré comme une masse à transporter, égale tantôt à $\mu + m$ et tantôt à $\mu + m'$. Les puissances correspondantes dans le sens de la pesanteur sont $(\mu + m)g$ et $(\mu + m')g$, g étant une constante en vertu de l'expérience. Or, ces deux puissances sont égales à celles qui existent en même temps dans le sens contraire à la pesanteur, puisque le point est en équilibre; et comme celles-ci sont égales entre elles, le ressort étant également tendu, et toutes choses égales d'ailleurs, il faut nécessairement que l'on ait $(\mu + m)\ g = (\mu + m')\ g$; d'où $m = m'$. Donc enfin les poids et les masses sont des quantités proportionnelles.

D'après cela, si nous désignons par m la masse d'un corps, par P son poids, par g la vitesse due à la pesanteur au bout de l'unité de temps, quantité constante au même lieu, nous pourrons poser l'équation $P = mg$, pourvu que nous établissions un rapport convenable entre l'unité de masse et l'unité de poids. Il suffira de prendre pour unité de masse la masse d'un corps dont le poids soit donné par le nombre g (c'est-à-dire égal à 9 grammes 808...., si déjà l'on a pris pour unités de longueur, de temps et de poids, le mètre, la seconde sexagésimale et le gramme).

Cette égalité numérique des poids et des mouvements acquis par les graves après l'unité de temps est

applicable à tous les cas d'accélération constante, car les pressions ou tensions se mesurent alors par les mêmes effets que les poids, et s'expriment numériquement par les poids qui leur équivalent dans la production de ces effets.

Enfin, lorsque la vitesse suit une loi quelconque, nous avons vu que la fonction $m\frac{d^2x}{dt^2}$ représentait le mouvement acquis par le mobile dans l'unité de temps, pour un temps indéfiniment petit. Si donc on imagine une pression que ce mobile serait capable d'exercer à un instant quelconque, soit la pression X au bout du temps t, cette pression, évaluée en unités de poids, sera toujours égale à cette limite, c'est-à-dire au mouvement considéré en cet instant, aussi bien que si l'accélération était constante. Ainsi l'équation

$$X = m\frac{d^2x}{dt^2},$$

relation numérique entre des unités de poids, de masse, de longueur et de temps, est toujours donnée pour le mouvement quelconque d'un mobile supposé concentré en un point. (On voit qu'un même nombre fait connaître à chaque instant la pression et l'accélération rapportées à leurs unités respectives lorsque la masse mue est l'unité de masse.)

Les auteurs ont coutume de justifier cette équation en alléguant que les valeurs de la force, comme pression et comme mouvement, ne sauraient différer, attendu que c'est bien la *même force* qui presse un corps contre l'obstacle, et qui entraînerait ce corps si l'ob-

stacle était supprimé. Ils ne font pas attention que, ne concevant point une mesure propre et directe de la force, mais la mesurant conventionnellement et indirectement, par ses effets, de deux manières, on est tenu de prouver que les deux mesures conduisent aux mêmes valeurs numériques. Si donc, afin de mesurer les forces on les définit par les mouvements correspondants en un temps donné, il faut ensuite démontrer que ceux-ci équivalent numériquement aux pressions ou aux poids dont les nombres se déterminent par des procédés spéciaux. C'est ce que j'ai tenté de faire. L'obligation est réciproquement la même quand on définit les forces à la manière des poids par une condition d'équilibre. Au surplus, cette dernière méthode me paraît la moins satisfaisante, parce que l'équilibre est un cas particulier du mouvement, que deux forces en équilibre ne se conçoivent clairement que par la supposition de deux mouvements égaux et de sens contraire en puissance au même point, et qu'enfin la condition générale d'équilibre d'un système dépend de la considération des déplacements possibles.

VII. **Composition analytique des vitesses.** — Lorsque la vitesse d'un point dans l'espace est donnée, les vitesses de ses projections sur trois axes rectangulaires sont données par là même, et réciproquement. A un déplacement ds du point, correspondent les déplacements projetés : $dx = ds \cos\alpha$, $dy = ds \cos\beta$, $dz = ds \cos\gamma$, en désignant par α, β, γ, les angles que la direction de ds forme avec celle des trois axes.

Ainsi, trois équations,

$$x = f(t), \quad y = \varphi(t), \quad z = \psi(t),$$

déterminent le mouvement du point. Leurs coefficients différentiels font connaître sa vitesse estimée dans trois directions fixes, et l'on a :

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{\frac{dx^2}{dt^2} + \frac{dy^2}{dt^2} + \frac{dz^2}{dt^2}}.$$

Enfin, le mouvement acquis dans l'unité de temps correspond aussi à des mouvements acquis respectivement dans le sens des axes, et l'on peut poser l'équation

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = m\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2}.$$

Ces notions sont purement analytiques et n'impliquent aucune propriété des forces. L'analyse géométrique permet ainsi de *composer* et de *décomposer* les mouvements dont on veut découvrir les lois ; et il ne faut entendre ici par ces mots que la substitution faite aux mouvements proposés de certains points, de ceux de certains autres points fictifs régulièrement liés avec les premiers. Par là seulement l'usage d'un système de repères devient possible en mécanique, et il s'en suit, comme en géométrie, une grande facilité pour mettre en équation les problèmes et pour les traiter généralement.

VIII. **Composition des mouvements concourant en un point.** — Mais cette convention n'a toute son étendue et sa grande importance qu'autant qu'il est permis de faire correspondre à la composition des vitesses la *composition des forces*. On veut pouvoir

considérer la force qui agit sur un point quelconque comme la *résultante* de plusieurs autres forces appliquées dans d'autres directions, et par exemple dans le sens des axes. On se propose réciproquement de déterminer la résultante de forces données. Ce problème est difficile et obscur quand on s'attache à la comparaison directe des forces ; et cela doit être, puisque n'étant composées, après tout, que quant à leurs effets, c'est exclusivement dans ceux-ci que la *composition* doit être étudiée pour être comprise. Si d'ailleurs on demande à l'expérience de faire connaître le principe ou la loi fondamentale de cet ordre de phénomènes, l'expérience montre, dans le fameux *parallélogramme*, des mouvements composés, non des forces. La question paraît tout à fait claire quand on se borne à envisager des mouvements ; et les lois de la représentation, convenablement analysées, en font connaître la solution concurremment avec l'expérience.

Il faut remarquer d'abord que tout déplacement est relatif. Les points de repère au moyen desquels on juge de la position de divers points et des changements intervenus dans cette position, peuvent participer avec les mobiles eux-mêmes à quelque déplacement commun qui ne modifie en rien celui que l'on considère, mais dont on se rendrait compte en déterminant certains autres repères. Ce n'est pas un postulat que j'énonce, c'est une conséquence immédiate de la représentation du mouvement. En effet, cette représentation porte sur de certains rapports de position, et la

définition de ces rapports dans le temps n'implique ni n'exclut celle d'un rapport commun du même genre entre toutes les positions mentionnées, prises ensemble, et quelque autre position dont il n'était pas question d'abord. Par exemple, si les points A, B, C, etc., subissent des déplacements estimés dans la direction X, on peut à volonté supposer que, dans le même temps, A, B, C, etc., et les points de X ont ou n'ont pas dans la direction Y quelque autre mouvement qui les déplace tous ensemble. La possibilité quant à la figure est une pure loi de géométrie, et tout à fait élémentaire.

Maintenant, considérons deux différents mouvements d'un même point mécanique de masse m, dans l'unité de temps, suivant deux directions qui divergent sur un plan à partir du point où se trouve d'abord ce mobile. Soient x et y les déplacements correspondants proposés ; il est visible qu'ils ne peuvent avoir lieu simultanément sur les axes donnés par la position de la question. Mais ces axes ne se présentent pas ici comme des systèmes de repères fixes, ou comme des droites de position invariable que le point doit parcourir. Ils marquent seulement deux directions relatives, et l'un peut glisser sur l'autre, parallèlement à lui-même, sans que ces directions soient changées. Dans cette dernière hypothèse, les conditions de l'énoncé sont satisfaites, et les deux quantités de mouvement voulues dans l'unité de temps se concilient : il suffit, en effet, que le mobile ait parcouru sur l'axe X la longueur x, tandis que cet axe, au bout du même temps, s'est déplacé de la longueur y sur l'axe Y,

sans cesser de faire avec lui le même angle. On voit que la donnée du double mouvement est claire, positive et identique avec celle d'un mouvement unique qui aurait lieu pendant l'unité de temps, suivant la diagonale du parallélogramme xy.

On a donc, en désignant par s cette diagonale, et par α et β les angles qu'elle forme avec les deux axes, rectangulaires, par exemple :

$$x = s\cos\alpha, \quad y = s\cos\beta, \quad s = \sqrt{x^2 + y^2};$$

puis multipliant par m les deux termes de chacune de ces équations, on voit quelle relation existe entre un mouvement, dans une direction quelconque, et deux autres mouvements divergents du même point, dans d'autres directions qui sont quelconques aussi pourvu que les formules soient convenablement modifiées. Ces derniers étant assignés, le premier s'ensuit; et, réciproquement, au premier assigné, correspondent tant de systèmes qu'on veut des deux autres.

Cette composition et cette décomposition s'étendent à des mouvements donnés en nombre quelconque et dans des plans différents, pour un même point. La même loi s'applique aux déplacements indéfiniment petits et à leurs relations, et la diagonale s devient alors l'élément d'une trajectoire.

Conformément à notre méthode et à nos définitions, les forces paraissent dans l'analyse définies par la limite des mouvements qu'un mobile acquiert dans l'unité de temps, à un instant donné. D'ailleurs, partout où l'on suppose une force, on suppose une quantité de

ce genre, ou effective, ou en puissance, et réciproquement. Donc la composition des mouvements équivaut à la composition des forces. Ajoutons que celle-ci n'est rigoureusement intelligible qu'au moyen de la première, car l'idée d'une force résultante réelle que l'on regarderait comme se substituant à des forces données seules, et qui ne peuvent obtenir leurs effets propres, cette idée n'a point un caractère positif.

IX. **Équations générales du mouvement d'un point.** — Un effort, ou une pression, correspondent à tout mouvement défini, et sont en puissance dans la même direction. Or, nous avons vu qu'un même nombre pouvait représenter et le mouvement et l'effort estimé en unités de poids ; les mouvements acquis dans l'unité de temps pour un temps indéfiniment petit, dans le sens d'un même axe, peuvent s'égaler aux efforts estimés dans ce même sens ; on a donc, pour les équations générales du mouvement d'un point mécanique libre, suivant les notations convenues :

$$X = m\frac{d^2x}{dt^2},\ Y = m\frac{d^2y}{dt^2},\ Z = m\frac{d^2z}{dt^2}.$$

X. **Équilibre d'un nombre quelconque de puissances en un point.** — Des mouvements quelconques donnés dans un point se composent en un mouvement unique dans une direction déterminée, soit par la loi du parallélogramme, soit par l'addition ou la soustraction sur une droite à compter de ce point. Dans le cas de l'équilibre, la résultante est nulle, et l'un quelconque des mouvements donnés est égal et opposé à

la résultante de toutes les autres. Les puissances sont alors réductibles à deux de diverses manières.

En rapportant les mouvements donnés, tels que Q, à trois axes rectangulaires, on reconnaît que leur somme, estimée dans le sens de chacun d'eux, doit être nulle pour l'équilibre; car on a

$$R = \sqrt{(SQ\cos\alpha)^2 + (SQ\cos6)^2 + (SQ\cos\gamma)^2};$$

d'où, si $R = 0$, nécessairement :

$$SQ\cos\alpha = 0,\quad SQ\cos6 = 0,\quad SQ\cos\gamma = 0.$$

(α, 6, γ, sont les angles de Q avec les trois axes.)

Soit δs un déplacement quelconque arbitraire du point mobile que nous supposons entièrement libre; δx, δy, δz les projections de ce déplacement sur les axes. On peut déduire des trois équations précédentes celle-ci :

$$SQ\cos\alpha.\delta x + SQ\cos6.\delta y + SQ\cos\gamma.\delta z = 0.$$

Réciproquement cette équation implique les trois autres, parce que δx, δy, δz sont arbitraires; elle exprime donc une condition nécessaire et suffisante de l'équilibre. Or, les quantités $\cos\alpha.\delta x$, $\cos6.\delta y$, $\cos\gamma.\delta z$ sont les projections de δx, δy et δz sur la direction de Q, et leur somme est la projection de δs sur la même direction. Ainsi, désignant par δq cette dernière, on peut écrire simplement :

$$SQ\delta q = 0.$$

Cette équation signifie que *la somme des moments virtuels est nulle dans l'équilibre du point*. Il faut entendre par moment virtuel le *produit d'un mouvement donné en*

puissance dans un point, par le déplacement indéfiniment petit que ce point subit dans le sens proposé de ce mouvement, à la suite d'une variation arbitraire de sa position. Lorsque la somme de ces produits est nulle, les mouvements demeurent en puissance. Il y a équilibre.

On étend ce principe au cas où le point n'est pas libre, mais est assujetti à se mouvoir sur une ligne ou sur une surface. Seulement les variations δx, δy, δz ne sont plus alors complétement arbitraires ; le déplacement du point reste quelconque dans la limite des positions que l'hypothèse permet, c'est-à-dire que ses coordonnées doivent satisfaire à des équations de condition.

XI. **Définition d'un système mécanique.** — Passons de la considération du point mécanique à celle d'un système de points. Donner un tel système, c'est assigner les conditions de figure auxquelles les points sont assujettis dans le cours de leurs mouvements, qui dès lors ne sont plus indépendants les uns des autres. Lorsque toutes les distances sont invariables, le système est un *solide*.

Il faut poser ici deux principes indispensables.

1° Un mouvement étant donné dans l'un des points d'un solide, et suivant une certaine direction, on peut, sans modifier l'état d'équilibre ou de mouvement de ce corps, le rapporter à l'un quelconque des points situés sur cette direction, pourvu que ce point fasse partie du système invariablement lié. Cette proposition est analytiquement évidente, parce que les points

du solide qui demeurent constamment placés en ligne droite sont solidaires dans tout mouvement que les puissances données comportent dans le sens de cette ligne.

2° Lorsqu'un point ou deux points d'un système sont fixes relativement aux points de repère auxquels l'ensemble du système est rapporté dans toutes ses positions, un mouvement donné en puissance, dans une direction qui ne rencontre pas ce point, ou l'axe de ces points, tend à faire tourner le solide autour de ce point ou autour de cet axe, et dans le sens où ce mouvement est donné. Il y a lieu de chercher la mesure d'un effort de ce genre en le comparant à ceux qui lui font équilibre. Ici le principe est synthétique, attendu qu'on ne voit point *à priori* la raison de cette transformation d'une puissance donnée dont l'effet propre est impossible. C'est donc à l'expérience qu'il faut en demander la confirmation. Toutefois si l'on considère la puissance dans des temps indéfiniment décroissants, on reconnaît que le premier effet qui lui appartiendrait en elle-même diffère de moins en moins de celui que l'expérience fait connaître, parce que la tangente et l'arc tendent à se confondre. On peut donc se rendre compte du résultat jusqu'à un certain point, par la division indéfinie des moments du mouvement, surtout si l'on entend qu'il s'agit d'effets sensibles plutôt que rigoureusement abstraits.

XII. **Composition et équilibre des mouvements parallèles envisagés en divers points d'un solide.** — En s'appuyant sur le premier principe et sur la loi

des mouvements concourants, on peut prouver que deux mouvements de directions parallèles, donnés dans deux points d'un solide, équivalent à un mouvement égal à leur somme, s'ils sont de même sens, et considéré parallèlement aux premiers, dans ce sens, au point où l'intervalle des directions est partagé en parties réciproquement proportionnelles aux quantités données. Si les directions sont de sens contraires et les mouvements inégaux, on assigne encore une résultante parallèle : elle est égale à la différence des quantités données, et son point d'application se détermine par la même loi, sur la même ligne, mais en dehors de l'intervalle, et du côté de la plus grande puissance, dont elle suit le sens. Enfin, si les directions sont contraires et les mouvements égaux, le cas est irréductible. On peut dès lors composer un nombre quelconque de mouvements parallèles et les réduire soit à un seul, soit du moins à deux, égaux parallèles et de sens contraires, en deux points différents. On obtient les conditions d'équilibre en exprimant analytiquement la réduction de tous les mouvements à deux mouvements égaux et de sens contraires au même point, ce qui implique trois équations en général.

XIII. **Composition et équilibre des forces quelconques dans le même cas.**—En introduisant dans le système donné des systèmes accessoires de puissances qui soient séparément en équilibre, et en vertu des mêmes principes d'ailleurs, on considère, au lieu d'un nombre quelconque de mouvements de directions quelconques en divers points d'un solide, le système

suivant : toutes les puissances s'appliquent, sans changer de direction, à un seul point (soit l'origine des coordonnées, invariablement liée au système), et elles y représentent un mouvement déterminé unique, que l'on peut décomposer dans le sens des trois axes; il s'y joint des couples de mouvements égaux parallèles et de sens contraires en nombre égal à celui des puissances données ; ces couples se réduisent, par le même procédé, à un couple unique du même genre, et l'on peut substituer à ce dernier trois couples situés dans les plans coordonnés. De l'expression analytique de ces résultats, on déduit les conditions générales d'équilibre au nombre de six équations. Quant à la nature du mouvement résultant, lorsqu'il n'y a pas équilibre, on ne s'en rend compte en général qu'autant que l'un des points du plan où sont situées les directions des deux mouvements égaux et parallèles finalement obtenus est regardé comme fixe par rapport aux autres points du solide, quoique entraîné avec ceux-ci dans un mouvement commun.

Les conditions d'équilibre elles-mêmes ne s'interprètent, et leur sens concret ne paraît clairement qu'au moyen du principe de rotation énoncé ci-dessus, un ou deux points du solide étant supposés fixes. De fait, dans les applications, tantôt on a à considérer des points matériellement fixés, comme dans les machines, tantôt il s'en établit de relativement tels. Les grands mouvements de la nature offrent à l'observation deux phénomènes distincts, l'un de translation, estimé par le déplacement du centre de masse par

exemple, l'autre de rotation autour d'un axe passant par ce centre. Ce double mouvement des corps est le plus ordinaire dans tous les cas.

Les équations de l'équilibre d'un solide établissent d'abord que le mouvement de translation est nul, et on en a trois de ce chef, par l'emploi des axes coordonnés. Les trois autres expriment que *la somme des moments est nulle séparément pour chacun des axes*, ou que *la somme des moments qui tendent à faire tourner en un sens quelconque est égale à la somme de ceux qui tendent à faire tourner en sens contraire*. Un *moment*, par rapport à un axe, est le produit d'une puissance par la plus courte distance de sa direction à cet axe. Cette définition est purement nominale eu égard au premier énoncé. Dans le second, elle implique une proposition. On voit bien que les mouvements considérés à l'origine des coordonnés, et qui doivent se détruire pour l'équilibre, sont relatifs à la translation possible de ce point. Il s'agit de reconnaître de même que les produits appelés moments servent de mesure à des puissances de rotation.

XIV. **Cas du levier; mesure de la rotation.** — Considérons la loi de composition de deux puissances sur un solide où nous supposerons maintenant un point fixe: c'est le levier. Attachons-nous au cas le plus simple, celui d'une base rigide, inextensible et sans masse, dont l'un des points est fixe, et aux extrémités de laquelle nous envisageons deux masses avec des vitesses en puissance, soient deux mouvements Q et Q'; les distances de leurs directions au point fixe

sont a et a'. Il faut et il suffit pour l'équilibre : 1° que les directions des mouvements soient planes et de même sens par rapport à un axe mené dans leur plan par le point fixe ; 2° que les deux mouvements soient inversement proportionnels aux deux bras de levier, d'où $aQ = a'Q'$. Ces conditions se déduisent aisément des principes et de la méthode indiqués ci-dessus pour l'établissement des équations générales de l'équilibre (nos 11-13).

Les produits égaux, aQ, $a'Q'$, sont les *moments* par rapport au point fixe, ou encore par rapport à un axe perpendiculaire au plan des deux directions et mené par le point fixe. Or, nous admettons que Q et Q' représentent, en partie du moins, des puissances de rotation (voy. n° 11) ; en tant que ces quantités données ont trait à la translation, c'est dans le point fixe qu'on les envisagera, par suite de la transformation du système des puissances, nécessaire à l'établissement des conditions d'équilibre (n° 13), et elles y demeureront sans effet. Il est donc permis de voir dans l'équation $aQ = a'Q'$ une condition exclusivement relative à l'impossibilité de la rotation. Mais les directions de Q et de Q' sont de même sens, et par conséquent de sens contraires, eu égard à la rotation qui pourrait se produire dans le levier. Les puissances de rotation en sens contraires doivent être supposées égales puisque l'équilibre est donné ; donc enfin les moments égaux qui correspondent à ces puissances égales peuvent servir à les mesurer, et cette mesure s'étend conventionnellement aux forces mêmes pour une partie de leurs effets.

L'équation $aQ = a'Q'$ est d'ailleurs applicable au cas d'un levier quelconque. Si maintenant nous remarquons que les distances a et a' sont proportionnelles aux déplacements indéfiniment petits δq, $\delta q'$, que subiraient les points d'application des puissances Q et Q' dans les directions respectives de ces mêmes puissances, à la suite d'un déplacement arbitraire compatible avec la condition du levier, nous pouvons prendre pour condition d'équilibre cette nouvelle équation : $Q\delta q = Q'\delta q'$. C'est une extension du principe des *moments virtuels*, établi ci-dessus pour l'équilibre d'un point.

XV. **Condition générale d'équilibre d'un système quelconque.** — Sans recourir à d'autres principes, et seulement en substituant aux puissances quelconques de mouvement, dans un système donné, des poids qu'on applique à un levier et dont on détermine convenablement les déplacements virtuels par rapport au point fixe de ce dernier, on démontre l'entière généralité du principe des moments virtuels. La condition nécessaire et suffisante de l'équilibre d'un système quelconque est donc l'équation $SQ\delta q = 0$, qui exprime la réduction à zéro de la *somme des mouvements donnés dans les divers points, multipliés par les déplacements indéfiniment petits que ces points subiraient dans les directions respectives de ces mêmes mouvements, à la suite d'un déplacement arbitraire introduit dans le système*. Il faut toutefois que le déplacement soit compatible avec la nature du système proposé, en sorte que les équations qui déterminent ce dernier doivent se joindre à la condition fondamen-

tale. Celle-ci, en rapportant à trois axes coordonnés les mouvements situés dans les divers points, ainsi que les déplacements indéfiniment petits arbitraires qui leur correspondent, devient :

$$SX\delta x + SY\delta y + SZ\delta z = 0.$$

XVI. **Condition générale du mouvement.** — Enfin, le *principe de d'Alembert* permet de subordonner à une condition d'équilibre un système quelconque de mouvement. Il se fonde sur la distinction du mouvement en puissance, en chaque point du système considéré séparément, à un instant donné, et de celui qui au même instant va effectivement passer à l'acte dans ce point, non plus libre, mais assujetti à de certains liens avec les autres. Cette dernière puissance a pour expression $m\frac{d^2s}{dt^2}$, s étant la trajectoire effective du point mobile. L'autre, soit sous forme d'une pression donnée, sera désignée par P. Or, celle-ci est détruite en partie, comme le prouve le fait même du mouvement, où son effet ne se retrouve pas tout entier. Il y a donc, pour chaque point, une *puissance perdue*, égale à $P - m\frac{d^2s}{dt^2}$; et nécessairement toutes les quantités de même forme doivent se faire équilibre entre elles dans le système proposé. La somme de leurs moments virtuels est donc nulle. Mais l'expression de cette condition implique les coordonnées des trajectoires des divers points, d'où il suit qu'on obtiendra, en l'écrivant, une équation à laquelle le mouvement doit satisfaire, et qui est propre à le déterminer, si l'on y joint

les équations de condition du système. On a donc:

$$S\left(X - m\frac{d^2x}{dt^2}\right)\delta x + S\left(Y - m\frac{d^2y}{dt^2}\right)\delta y$$
$$+ S\left(Z - m\frac{d^2z}{dt^2}\right)\delta z = 0.$$

XVII. **Loi de la conservation des mouvements dans le choc.** — Soient deux points mécaniques que nous supposerons parvenus au contact avec des mouvements, mV, $m'V'$, donnés en eux dans la direction d'un même axe, et dans le même sens, ou en sens opposés, mais se croisant. (On peut considérer, au lieu de ces points, des solides de révolution homogènes, dont ils représentent alors les centres de masse et dont les axes coïncident avec l'axe du mouvement.)

Pendant que les mobiles demeurent en contact, les pressions qu'ils exercent l'un sur l'autre sont égales et de signes contraires. Le principe de l'*égalité de l'action et de la réaction,* qui se présente ici, est un jugement fondé sur l'expérience, comme l'existence même des *pressions,* ou encore des *efforts* ou des *tensions,* phénomènes de même sorte dont il énonce la loi fondamentale.

Le contact dont il est question peut n'être pas un contact géométrique, et nous ignorons ce qu'il est. Ce mot n'exprime que l'état des masses en tant qu'elles exercent des pressions mutuelles. Et la durée du choc est le temps pendant lequel existent ces pressions.

Soient x et x' les coordonnées des points comptées sur l'axe unique du mouvement. A un instant quelconque du choc, les deux mobiles auront acquis cer-

tains mouvements dans l'unité de temps $m\frac{d^2x}{dt^2}$, $m'\frac{d^2x'}{dt^2}$, dont les valeurs, dues aux pressions mutuelles, seront égales respectivement à P et à — P. En effet, le point m, par exemple, est un point libre, uniformément mû d'abord, puis soumis à une pression en sens contraire de son mouvement, et c'est en cela que consiste tout le système du choc. Il s'ensuit que les mouvements acquis dans l'unité de temps forment une somme nulle à chaque instant :

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+m'\frac{d^2x'}{dt^2}=0; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

d'où, en intégrant :

$$m\frac{dx}{dt}+m'\frac{dx'}{dt}=\text{const.}=mV+m'V'; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (b)$$

et l'on voit que la somme des mouvements se conserve et demeure constante durant le choc.

Cette loi entraîne ce fait que, quelque modification qu'il survienne dans les vitesses par l'effet du choc, elles ne sont pas détruites en général pendant que dure le contact, ni par conséquent après qu'il a pris fin : expression mathématique de ce qu'on entend vulgairement par la *communication du mouvement* dans le cas particulier où l'une des masses est supposée en repos au moment du choc. Mais le calcul n'a pas la portée qu'on serait tenté de lui reconnaître ici pour l'établissement des lois de la nature. En revenant sur les conditions de l'équation du problème, on s'assure aisément que l'on a supposé que le mouvement persévère en général dans les mobiles qui se rencontrent.

Le calcul donne seulement plus de précision à une loi dont l'expérience fournit les premiers éléments.

Puisqu'il en est ainsi, il serait plus simple peut-être de poser en principe la *conservation des mouvements*. Logiquement, un tel principe n'exprimerait rien de plus que la constance des données une fois données, et tout se réduirait à cet énoncé parfaitement analytique : *Si, un mouvement* mV *étant donné, la masse* m *devient* $m+m'$, *la vitesse* V *devient* $\frac{m}{m+m'}V$; c'est un produit constant dont on modifie l'un des facteurs en raison inverse de la modification subie par l'autre. Physiquement, on demanderait à l'expérience d'établir que cette invariabilité des mouvements donnés a lieu pendant le choc, dont l'effet est de réunir des masses d'abord séparées. L'erreur des philosophes qui ont procédé *à priori* dans cette question est d'avoir établi des corps de convention et regardé l'expérience comme accessoire.

Alors l'équation (b) serait posée en principe. L'équation (a) s'en déduirait par la différentiation; et de celle-ci, en regardant la quantité de mouvement acquise dans l'unité de temps par chaque mobile comme égale à la pression qu'il subit de la part de l'autre, à un instant donné, on conclurait que les deux pressions sont égales et de sens contraires. L'égalité de l'action et de la réaction serait démontrée pour le cas du choc; toute la théorie dépendrait d'un principe unique, et il n'y en aurait aucun de dissimulé.

Si maintenant nous nous proposons de déterminer

les vitesses impliquées dans l'équation (b), à l'instant où les mobiles se séparent, il faut pour y parvenir introduire quelque hypothèse sur la constitution des corps relativement au choc, ou sur le résultat final qu'on doit en attendre : d'où la seconde équation que le problème exige.

Supposons des corps tels que le choc ait pour effet l'établissement d'une vitesse commune aux deux mobiles (nulle dans certains cas); l'équation (b) donne, en posant $dx = dx' = vdt$, la valeur de v à la fin du choc. Cette condition peut convenir au cas abstrait des corps durs et inflexibles, en admettant qu'ils ne se séparent point après leur rencontre; mais cette dernière hypothèse est arbitraire, et l'on s'en est quelquefois permis d'autres. Elle convient aux corps mous qui demeurent joints après avoir subi certaines déformations qui ne s'effacent plus.

Au contraire, supposons des corps rigoureusement élastiques ; en tenant compte des différences entre x et x' qui résultent des déformations pendant le choc, lesquelles se distribuent en deux séries de valeurs croissantes et décroissantes de 0 à 0, et correspondantes à certaines mêmes valeurs de la pression dans les deux périodes, on parvient à une équation qui exprime une propriété du choc des corps élastiques, et qui, jointe à l'équation (b), permet de déterminer les vitesses finales.

XVIII. Les développements qui précèdent sont insuffisants pour donner une idée exacte des procédés de la mécanique rationnelle. Cependant je crois avoir

dépassé mon but qui ne pouvait être ici que de fixer la place des lois fondamentales de cette science dans les catégories telles que je les entends. L'enchaînement des principes que j'avais à parcourir et la précision voulue en pareille matière, m'ont engagé, de même que dans celles de ces notes qui concernent l'analyse mathématique, à rappeler des formules dont je ne me proposais pas d'enseigner l'usage.

Si maintenant je récapitule les principes invoqués dans cette exposition, je trouve :

1° Le *principe de la mesure du temps;* d'où la notion de *vitesse*, que le calcul de l'indéfini permet d'étendre au mouvement continûment varié (p. 208, et n° 2 ci-dessus).

2° Le *principe de masse* (p. 225), jugement synthétique procédant de l'expérience ; d'où la notion de la quantité de mouvement, dont la mesure supplée à la mesure impossible de la force (n° 2).

3° Le *principe d'inertie*, qui n'est qu'un jugement d'abstraction, propre à préciser et à délimiter l'objet de la mécanique rationnelle (n° 3).

4° Le *principe de puissance*, d'où celui d'*équilibre* par lequel on pose l'existence de certaines quantités de mouvement pour ainsi dire latentes, dont l'opposition constitue une espèce de repos et le seul probablement qui soit donné dans la nature.

5° Le *principe de l'effort*, consistant dans la donnée expérimentale d'un effet sensible dû au mouvement en puissance, et que l'équilibre sert à mesurer (n° 4) ; de cette considération proviennent de nouveaux nom-

bres, qu'il faut prouver être égaux (moyennant un choix d'unités) à ceux qui donnent la mesure des quantités du mouvement (n° 6).

6° Le *principe de relativité des états de repos ou de mouvement :* la composition des quantités de mouvement s'en déduit pour un point mécanique, et de celle-ci se déduit la composition des puissances (n° 8). Ajoutons ici le principe de l'addition et de la soustraction des quantités de mouvement d'un même point sur une même droite (n° 5). On peut citer encore comme une dépendance de la relativité des états statiques ou dynamiques, la possibilité de compliquer un système donné sans l'altérer, par l'introduction de puissances qui soient d'elles-mêmes en équilibre. Ces notions sont analytiques, mais la confirmation de l'expérience est nécessaire quand on entend les appliquer aux mouvements qui résultent de puissances données dans l'ordre physique : l'observation seule constate pour nous l'existence de ces dernières comme assujetties aux lois de composition des quantités de mouvement considérées *à priori.*

7° Le *principe de rotation,* relatif à l'effet des puissances dans les systèmes qui renferment un ou deux points fixes (n°s 11 et 14).

8° Le *principe de la conservation des mouvements dans le choc,* auquel il faut joindre les hypothèses plus ou moins conformes à l'expérience, qui permettent de calculer les lois des mouvements communiqués (n° 17).

L'arithmétique est entièrement fondée sur des

principes analytiques. La géométrie exige certaines synthèses primitives qui font partie des lois générales de la représentation. La mécanique découle de ses principes propres et de ceux des deux autres sciences. Parmi ceux-là, les uns sont analytiques, les autres synthétiques; mais les synthèses que la mécanique invoque ne sont pas toutes *à priori*, le principe de l'effort étant d'origine expérimentale, et la composition des mouvements dus à des forces physiques ne devant pas être confondue avec une composition purement analytique. Cette science se place donc comme intermédiaire entre les spéculations mathématiques abstraites et l'étude des lois naturelles.

APPENDICE IX.

(Renvoi de la page 247.)

Du principe du calcul des probabilités.

Le géomètre Laplace pose les préliminaires suivants à son *Essai philosophique sur les probabilités*.

« Tous les événements, ceux mêmes qui par leur petitesse semblent ne pas tenir aux grandes lois de la nature, en sont une suite aussi nécessaire que les révolutions du soleil. Dans l'ignorance des liens qui les unissent au système entier de l'univers, on les a fait dépendre des causes finales, ou du hasard, suivant qu'ils arrivaient et se succédaient avec régularité, ou sans ordre apparent ; mais ces causes imaginaires ont été successivement reculées avec les bornes de nos connaissances, et disparaissent entièrement devant la saine philosophie, qui ne voit en elles que l'expression de l'ignorance où nous sommes des véritables causes.

» Les événements actuels ont avec les précédents une liaison fondée sur le principe évident qu'une chose ne peut pas commencer d'être sans une cause qui la produise. Cet axiome, connu sous le nom de *principe de la raison suffisante*, s'étend aux actions mêmes que l'on juge indifférentes.....

» Nous devons donc envisager l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur, et comme

la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome: rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux.....

» La courbe décrite par une simple molécule d'air ou de vapeur est réglée d'une manière aussi certaine que les orbites planétaires : il n'y a de différence entre elles que celle qu'y met notre ignorance.

» La probabilité est relative en partie à cette ignorance, en partie à nos connaissances. Nous savons que sur trois ou un plus grand nombre d'événements un seul doit arriver; mais rien ne nous porte à croire que l'un d'eux arrivera plutôt que les autres. Dans cet état d'indécision, il nous est impossible de prononcer avec certitude sur leur arrivée. Il est cependant probable qu'un de ces événements, pris à volonté, n'arrivera pas, parce que nous voyons plusieurs cas également possibles qui excluent son existence, tandis qu'un seul la favorise.

» La théorie des hasards consiste à réduire tous les événements du même genre à un certain nombre de cas également possibles, c'est-à-dire tels que nous soyons également indécis sur leur existence, et à déterminer le nombre de cas favorables à l'événement dont on cherche la probabilité. Le rapport de ce nombre

à celui de tous les cas possibles est la mesure de cette probabilité qui n'est ainsi qu'une fraction dont le numérateur est le nombre des cas favorables, et dont le dénominateur est le nombre de tous les cas possibles. »

Cette exposition de principes est de tout point conforme à l'esprit des sciences, ou plutôt des savants, qui tous ou presque tous sont prêts à l'avouer et à la reproduire. On y trouve une notion claire et concise de la probabilité (celle-là même que je développe dans mes catégories), mais défigurée par une profession de foi dans la nécessité, qui me semble au moins inutile, et par conséquent arbitraire.

J'accorde sans peine au géomètre que le hasard recule avec les bornes de nos connaissances; je lui accorde que les causes finales ne sont pas l'objet positif de l'étude de la nature; mais je demande si le hasard ne peut pas reculer dans plusieurs directions et se maintenir imperturbablement dans une; si, de cela que les causes finales sont éliminées de la physique où elles font place aux *véritables causes*, il est prouvé qu'elles *disparaissent entièrement* du système complet de l'univers. J'ignore aussi ce qu'on peut appeler ici une véritable cause : la cause efficiente des théologiens est encore plus étrangère que la cause finale à l'ordre des rapports positifs.

Citer en preuve de l'enchaînement nécessaire de toutes choses le *principe évident* de la raison suffisante, c'est abuser du mot *évidence*. Jamais le peuple, jamais les philosophes n'ont universellement admis

ce principe. Le rapport de causalité qui en fait toute la définition ne s'étend ni à l'existence elle-même prise en totalité, ni au devenir en général, car, en général, pourquoi quelque chose devient-il? Enfin quoi de plus caché que la *cause?* De bons esprits l'ont niée et l'analyse de cette notion est des plus difficiles.

La conception d'une loi générale des mouvements est belle et bien exprimée, et s'étend fort légitimement aux trajectoires des moindres molécules : la grandeur ne fait rien à l'affaire; toute la question est de savoir si le domaine de cette loi qui est véritablement l'idéal de la science, embrasse le passé, l'avenir, tous les ordres de faits et tous les possibles. Ce n'est point le calcul des probabilités qui nous démontrera cette thèse; tout au contraire; car les possibles qu'il envisage sont pris pour égaux quoique exclusifs les uns des autres, et nous les attendons également, quoique, au fond, s'ils n'arrivent que prédéterminés, il soit juste d'attendre les uns et absurde d'attendre les autres.

Laplace constate ce point capital en disant que la théorie des hasards consiste à réduire tous les événements du même genre, à un certain nombre de *cas également possibles*, c'est-à-dire *tels que nous soyons également indécis sur leur existence*. Dès lors, comment peut-il affirmer qu'*il est probable qu'un de ces événements, pris à volonté, n'arrivera pas parce que nous voyons plusieurs cas également possibles qui excluent son existence, tandis qu'un seul la favorise?* Il

y a là une confusion singulière entre le possible réel et le possible d'imagination ; ce dernier, sur lequel seul se fonde le calcul, a beau se multiplier, si en soi il est impossible ; l'autre, unique entre mille, existe, et il sera toujours absurde de ne l'avoir pas attendu. Ainsi le probabilisme mathématique, aux yeux du nécessitaire, ne peut être que le calcul des illusions, et pour lui la probabilité ne saurait être *relative en partie à notre ignorance, en partie à nos connaissances*, alors que nos connaissances n'ont rien de positif : il importe peu que nous sachions que tel événement fait partie de mille autres, et que l'événement contraire est unique, si nous n'avons aucune raison de penser que celui-ci n'est pas le seul compatible avec l'ordre de la nature.

On voit qu'il est difficile d'accorder la doctrine de la nécessité avancée par Laplace avec la définition qu'il donne lui-même de la probabilité, à moins qu'on ne se borne à spéculer sur un probable illusoire, en rejetant tout probable en soi.

Considérons donc la probabilité comme une simple mesure de l'attente, que Laplace a si bien définie en ce sens. Il nous restera à nous rendre compte de sa vérification par l'expérience, c'est-à-dire de la loi des grands nombres. Je continue à citer.

« Au milieu des causes variables et inconnues que nous comprenons sous le nom de hasard, et qui rendent incertaine et irrégulière la marche des événements, on voit naître, à mesure qu'ils se multiplient, une régularité frappante qui semble tenir à un des-

sein, et que l'on a considérée comme une preuve de la providence. Mais en y réfléchissant, on reconnaît bientôt que cette régularité n'est que le développement des possibilités respectives des événements simples qui doivent se présenter plus souvent lorsqu'ils sont plus probables. Concevons, par exemple, une urne qui renferme des boules blanches et des boules noires, et supposons qu'à chaque fois qu'on en tire une boule on la remette dans l'urne pour procéder à un nouveau tirage; le rapport du nombre de boules blanches extraites au nombre des boules noires extraites sera le plus souvent très irrégulier dans les premiers tirages; mais les causes variables de cette irrégularité produisent des effets alternativement favorables et contraires à la marche régulière des événements, et qui, se détruisant mutuellement dans l'ensemble d'un grand nombre de tirages, laissent de plus en plus apercevoir le rapport des boules blanches aux boules noires contenues dans l'urne, ou les possibilités respectives d'en extraire une boule blanche ou une boule noire à chaque tirage. De là résulte le théorème suivant (*vient l'énoncé rigoureux de la loi*)...

» On peut tirer du théorème précédent cette conséquence qui doit être regardée comme une loi générale, savoir, que les rapports des effets de la nature sont à fort peu près constants quand ces effets sont considérés en grand nombre.....

» Il suit encore de ce théorème que, dans une série d'événements indéfiniment prolongée, l'action des causes régulières et constantes doit l'emporter à la

longue sur celle des causes irrégulières. C'est ce qui rend les gains de la loterie aussi certains que les produits de l'agriculture. »

Laplace trouve tout naturel que *les possibilités respectives des événements se développent.* Pourtant il y a lieu de s'étonner de ce fait quand on regarde les possibilités comme des rapports qui tiennent à notre ignorance d'une part, de l'autre à des connaissances étrangères à la raison des événements. Les événements *doivent,* dit-il, *se présenter plus souvent lorsqu'ils sont plus probables.* Pourquoi cela, si la probabilité n'est qu'un point de vue qui n'implique en rien l'existence des véritables causes, lesquelles, suivant qu'elles sont ou ne sont pas dès à présent (et nous les ignorons), font que tel événement sera ou ne sera pas, c'est-à-dire est réellement possible ou impossible? La vanité de nos spéculations sur le probable est manifeste dès qu'on pense qu'elles roulent entièrement sur la supposition de l'impossible comme possible, et du réel comme incertain. Comment se peut-il que l'expérience les confirme?

Laplace ne paraît pas avoir senti ce qu'une telle vérification a de singulier dans le système de la prédétermination des événements. Ce n'est pas qu'il ne cherche aussitôt à nous en donner la raison, mais cette raison est arbitraire et consiste en une hypothèse qu'il nous présente comme un fait. A l'en croire, *les causes variables qui produisent des effets alternativement favorables et contraires à la marche régulière des événements, se détruisent dans l'ensemble d'un grand*

nombre de tirages, en sorte que le rapport des possibilités respectives se manifeste. On dirait, à ce langage, que la probabilité est par elle-même une cause, et que les événements ne peuvent marcher régulièrement qu'autant qu'ils s'y conforment; mais sans nous arrêter à cette bizarrerie, avouons qu'en un certain sens les causes variables devraient se balancer de manière à permettre une vérification des rapports attendus. Quel est ce sens?

Si les causes ne sont point liées les unes aux autres, si elles ne dépendent point d'une loi commune, il est clair que le calculateur aura le droit de les prendre pour indéterminées, et comme fortuites, tout aussi bien que si elles n'existaient nullement avant d'agir. Dans cette supposition, les événements, quoique nécessaires, se répartiront suivant la même loi que feraient les accidents s'il y avait des accidents; le hasard ne sera point, si l'on veut, dans les effets, mais il sera dans les causes en tant qu'étrangères entre elles; on aura le droit d'assimiler celles-ci à des *variables* quelconques, susceptibles de deux sens, et de compter qu'elles tendront à se neutraliser quand on les considérera en très grand nombre. C'est bien là l'esprit du calcul des probabilités.

Mais le système de la nécessité exige la conception d'une loi unique par laquelle toutes les causes sont liées. Autrement la multiplication des phénomènes qu'on poserait comme sans rapport mutuel, rétablirait dans le monde ce principe des accidents qu'on a voulu en bannir. On ne voit donc pas la raison qui

autorise à traiter de variables, indéterminées de sens, telles d'entre des causes qui se tiennent toutes et s'enchaînent rigoureusement; on ne voit pas pourquoi les causes prochaines qui décident des effets d'un tirage se distribuent comme feraient ces mêmes effets dans le cas où chacune d'elles comporterait une parfaite ambiguïté d'action. A *priori*, je dois ignorer (pour ne rien dire de plus) si les résultats du sort ne révéleront pas une loi des événements, suite de la loi qui unit toutes les causes, au lieu de se prêter à la vérification d'un calcul basé sur mon ignorance, et comme sur l'indétermination des causes elles-mêmes.

Il ne reste au partisan de la prédétermination qu'une ressource, c'est de poser par hypothèse un agencement des causes de certains événements dits de hasard, agencement tel que ces événements se distribuent suivant la même loi que s'ils étaient vraiment fortuits, ou pouvaient indifféremment se produire dans un sens ou dans un autre. Je ne regarde pas cette hypothèse comme absurde précisément; aussi n'ai-je conclu qu'à une sorte de parité logique et expérimentale entre la thèse du *nécessaire* et l'antithèse du *contingent*, dans la catégorie de *causalité*. Il y aurait encore à scruter l'instinct de la conscience, à étudier le développement des croyances humaines, question difficile, mais pour laquelle on dispose d'éléments nouveaux.

APPENDICE X

(Renvoi de la page 284.)

Réfutation des antinomies kantiennes.

Kant admet quatre *idées cosmologiques* correspondantes à ses quatre catégories. Parmi les subdivisions de celles ci, il prend pour matière à antinomies celles qui présentent une *synthèse de diversité* développable en *série* (infinie); de sorte que le thème de l'argumentation est essentiellement le même pour les quatre cas. Mais il ne se demande point s'il n'y aurait pas à signaler une antinomie très générale qui, étant reçue, affirme et nie toutes les autres, et supprimée les supprime, celle ci par exemple : Tout phénomène est inhérent à quelque chose en soi, et toutes les catégories supposent l'absolu et la substance : d'où se déduisent à volonté l'infinité ou le nombre fini des phénomènes donnés (antinomies vulgaires) ; — Tout phénomène est relatif à d'autres relatifs, et toute série de rapports donnés se termine dans la représentation quelconque, sans qu'il existe aucune chose en soi : d'où la réfutation des antinomies.

Je commencerai par exposer brièvement, mais avec toute la correction et la fidélité possibles, le système fameux où s'arrête la critique de Kant. Ensuite, je montrerai que, devant une critique plus radicale, il s'évanouit.

I. **QUANTITÉ.**— « Intégralité absolue de la *composition* de la totalité donnée de tous les phénomènes. »

Thèse. — « Le monde a un commencement dans le temps; il est borné dans l'espace. » La preuve se tire de la contradiction logique de l'idée d'une série *infinie* et cependant donnée : donnée, c'est-à dire, quant au temps, écoulée, et quant à l'espace, nombrable.

Antithèse. — « Le monde n'a ni commencement ni borne; il est infini quant au temps et à l'espace. » La preuve se tire de la considération d'un *temps vide* et d'un *espace vide* qui envelopperaient le temps et l'espace du monde s'ils n'étaient infinis : or, un temps vide ne renferme pas plutôt la condition de commencement d'être que celle de non-existence; et le monde ne peut être limité par un espace vide, car alors il serait limité par rien.

[Remarque : J'admets la thèse en vertu du principe de contradiction; je repousse l'antithèse parce qu'on ne m'oblige pas à reconnaître un rapport du monde à un espace hors de lui et à un temps avant lui, l'espace et le temps ne se comprenant clairement que comme rapports dans le monde (v. p. 290, sqq.).]

II. **QUALITÉ.**— « Intégralité absolue de la *division* d'un tout donné dans le phénomène »

Thèse. — « Toute substance composée dans le monde se forme de parties simples, et nulle part il n'existe rien que le simple et le composé du simple. » Preuve par la disparition de l'idée même du composé avec l'idée du simple : si le composé devait persister toujours pour la pensée, le composé ne serait donc pas

formé de substances, la composition n'étant pour celles-ci qu'une relation accidentelle.

Antithèse. — « Aucune chose composée dans le monde ne se forme de parties simples, et nulle part il n'existe en lui rien de simple. » Preuve par le rapport constant de la composition des substances à celle de l'espace qui se divise sans jamais conduire à des parties simples : les simples qu'on obtiendrait par décomposition occuperaient des espaces divisibles et par conséquent seraient composés, et le seraient de substances, rien ne pouvant être sans substance. Ensuite s'il peut exister quelque chose de simple absolument, ce quelque chose n'est pas dans le monde comme objet d'une expérience possible.

[Remarque : La thèse et l'antithèse sont aussi mal fondées l'une que l'autre, car elles supposent la substance, c'est-à-dire la chose indépendante de toute relation à autre chose, tandis qu'il n'est donné dans la représentation que des rapports. Un phénomène représenté se pose par là même composé, et se pose simple, selon qu'on envisage en lui un tout ou une partie, le rapport même ou un terme du rapport ; et il n'y a pas plus de termes sans rapports que de rapports sans termes. En ce sens, l'existence du composé implique celle du simple, mais non du simple absolu, comme dans la thèse de Kant (voy. p. 50). Pour ce qui est de la composition dans l'espace, il faut se rappeler qu'on rejette l'infini, et que la division sans terme n'est qu'une puissance arbitraire de la représentation, et enfin que l'espace n'est point une chose en soi.]

III. **RELATION.** — « Intégralité absolue de l'*origine* d'un phénomène en général. »

Thèse. — « La production des causes, d'après les lois de la nature, n'est pas telle que nous puissions dériver d'elle seule tous les phénomènes du monde; il est nécessaire d'admettre encore une production des causes par liberté pour l'explication de ces phénomènes. » Preuve par l'impossibilité qu'une série intégrale des phénomènes soit donnée si on ne suppose au commencement une spontanéité absolue. On ne peut donc pas dire avec une généralité sans limites que toute causalité n'est possible que d'après des lois physiques.

Antithèse. — «Il n'y a pas de liberté, mais tout dans le monde arrive suivant les lois de la nature. » Preuve par l'impossibilité d'une faculté de commencer absolument un état ; la spontanéité implique une détermination de soi-même, et cette détermination un rapport au passé, et ce rapport une loi de causalité, sans quoi nulle expérience n'est possible.

[Remarque : La thèse est vraie, puisque le progrès à l'infini est contradictoire ; mais on n'est point autorisé ici à entendre le mot *liberté* dans un sens autre que celui de premier commencement ou état sans précédents. L'antithèse n'est pas prouvée, attendu qu'on invoque l'expérience possible pour juger une question qui de sa nature est posée hors de toute expérience (voy. p. 311).]

IV. **MODALITÉ.** — « Intégralité absolue de la *dé-*

pendance de *l'existence* du variable dans le phénomène. »

Thèse. — « Au monde sensible se rapporte quelque chose qui, comme certaine partie de ce monde, et comme certaine cause, est d'une nature absolument nécessaire. » Preuve tirée de la série du temps, qui implique pour nous la série des changements, lesquels ont tous successivement leurs conditions et réclament finalement l'existence d'un inconditionné absolu ou absolument nécessaire qui se rapporte au monde sensible ; car s'il était situé hors du temps et des phénomènes, il ne saurait commencer la série des changements, ou s'il la commençait, en cela il appartiendrait au temps et aux phénomènes, attendu que tout commencement suppose un temps où ce qui commence n'était pas, mais où était la condition suprême de ce commencement. Maintenant cet inconditionné ou nécessaire est donc la série cosmique ou une de ses parties.

Antithèse. — « Il n'existe nulle part de nature absolument nécessaire, ni dans le monde, ni hors du monde, qui en soit la cause ; » 1° *dans le monde :* il faudrait que le commencement de la série des changements fût absolument nécessaire, c'est-à-dire sans cause, ce qui est contraire à la loi de causalité ; ou que la série n'eût pas de commencement, et qu'alors elle fût nécessaire et inconditionnée dans le tout, tandis qu'elle serait contingente et conditionnée dans toutes ses parties, ce qui est contradictoire ; 2° *hors du monde :* par son action première, la cause se place-

rait dans le temps et paraîtrait comme premier terme de la série des causes et des phénomènes, et par conséquent dans le monde, ce qui contredit l'hypothèse.

[Remarque : Cette antinomie est obscure et, autant qu'on la comprend, attaquable sur tous les points. *Inconditionné* et *nécessaire* ne sont point synonymes, car le conditionné peut bien être nécessaire; l'*absolument nécessaire* peut aussi être conditionné en soi et par rapport à ses développements ; l'*inconditionné absolu* ne représente rien et n'a aucune espèce de sens. La thèse est vraie, mais seulement tout autant qu'on en réduit la signification à celle de la troisième antinomie relative à un premier commencement. L'antithèse est fausse, au même point de vue, en ce qu'elle étend les lois données de l'expérience à cela qui, par hypothèse, commence l'expérience et rend ses lois possibles, Kant ne paraît pas avoir suffisamment distingué entre les diverses hypothèses qui prétendent à l'explication du monde (voy. p. 315).]

Toutes ces antinomies roulent sur l'opposition fondamentale de l'absolu et du relatif, de l'inconditionné et du conditionné. Il suffit donc pour les résoudre de constater que l'absolu n'appartient pas à la représentation, ou du moins ne s'y trouve que comme négation pure et qui n'établit rien. Avec l'absolu disparaissent l'infini et la substance, autres noms de la même chimère. On reconnaît alors que des deux propositions antinomiques convenablement énoncées, l'une se prouve par le principe de contradiction et est vraie, l'autre prétend se prouver par les lois de l'expérience éten-

dues au delà de l'expérience possible, et est fausse. L'argumentation de Kant met en balance une proposition *contradictoire* avec une proposition simplement *incompréhensible*, et dont le contraire est contradictoire.

Ainsi la question des limites de temps et d'espace du monde est résolue dès que l'on se refuse à appliquer la durée et l'étendue effectives autrement que comme rapports intérieurs des phénomènes donnés : il n'y a point alors absurdité, mais bien nécessité logique d'affirmer que la somme de ces rapports est donnée et déterminée avec eux.

La question de la composition est au fond la même que la précédente. Seulement on passe du *sens progressif* au *sens regressif* de la sommation. Or la division des phénomènes est indéfinie dans la représentation en puissance, limitée dans la représentation de fait. Que cette division porte sur autre chose que des rapports, s'applique à ce qui n'est point phénomène, c'est d'ailleurs ce qu'il est impossible de concevoir.

La question du premier commencement est résolue avec celle de la limite de temps, et par l'exclusion de l'infini. Il faut la poser d'abord sur le devenir et non sur la causalité. On voit ensuite aisément que la cause étant un rapport de deux termes successifs, il y a contradiction à demander la cause du terme qui n'a point de précédents.

La question du terme nécessaire n'existe pas même, après ce qui précède : dire d'un premier terme qui est ou a été, qu'il est ou fut nécessaire, ce n'est rien de

plus que répéter en appuyant qu'il est ou a été; car on n'a ni une cause à invoquer ni une condition extérieure à fixer pour la détermination de son existence. Mais une fonction logique de la représentation le pose, quel qu'il soit ou qu'il ait été.

Nous devons nous rappeler maintenant que le système des antinomies de Kant, tout réglé qu'il est par sa méthode, n'a d'autre objet que de nous montrer le dogmatisme *transcendant* aux prises avec lui-même. Ce n'est pas Kant qui parle, c'est la raison pure de vingt-quatre siècles de philosophie. Que dit à son tour la raison critique sous forme d'idéalisme *transcendantal?*

« Les deux partis se disputent pour rien; une certaine apparence transcendantale leur a figuré une réalité où il n'y en a aucune.... L'opposition est purement dialectique. Comme le monde n'existe point du tout en soi, alors il n'existe ni comme un *tout infini en soi,* ni comme un *tout fini en soi....* On a appliqué l'idée de la totalité absolue, qui ne vaut que comme une condition des choses en elles-mêmes, à des phénomènes qui n'existent absolument que dans la représentation.... Cette antinomie peut servir à démontrer l'idéalité transcendantale des phénomènes par le dilemme suivant : Si le monde est un tout existant en soi, il est ou fini ou infini; or il n'est ni infini (*thèse*), ni fini (*antithèse*); donc le monde ou ensemble des phénomènes n'existe pas en soi. »

Telle est la conclusion de Kant. En quoi l'idéalisme transcendantal diffère-t-il de l'autre idéalisme? Il se-

rait difficile de le dire, et des gens très clairvoyants ne l'ont pas vu. Examinons cependant cette étrange solution, étrange surtout dans la bouche de celui qui se dispose à restaurer tout à l'heure au nom de la *raison pratique* les mêmes entités transcendantes qu'il vient de pulvériser au nom de la *raison théorétique*, et qui ne sont pour lui que des apparences contradictoires.

Le monde n'existe point du tout en soi, dit-il. Il est vrai que nous ne connaissons rien en soi, que rien n'est *en soi* de ce qui est *dans la représentation*; mais alors c'est précisément sur la représentation que nous avons à prononcer; c'est sur le monde tel qu'il est dans la représentation, et sur les questions qui s'y rattachent, et sont en elle aussi, que nous devons porter un jugement. Procéder autrement, c'est au contraire admettre la chimère d'une chose en soi, laquelle n'aurait nul rapport au monde qui nous est représenté, et ne voir en celui-ci que matière à illusions. Or tel est bien le caractère de l'idéalisme. Une *chose en soi*, affirmée ou niée, et dont on ne peut rien dire quand on ne la nie pas, ne change rien à ce résultat : le réaliste, en parlant du monde représenté, parle du monde qu'il connaît et qui le touche; mais l'idéaliste distingue entre la réalité et l'apparence de ce monde; il nie la première, ou la cherche ailleurs et ne la trouve pas.

« Le monde n'existe ni comme un tout infini en soi, ni comme un tout fini en soi. » La question est de savoir s'il existe comme un tout infini représenté ou comme un tout fini représenté. « On applique l'idée de la totalité

absolue, qui ne vaut que comme une condition des choses en elles-mêmes, à des phénomènes qui n'existent absolument que dans la représentation. » Mais cette idée de totalité, si elle ne s'applique pas dans la représentation, qu'est-elle et d'où vient-elle? Et comment savons-nous qu'elle vaut comme une condition de ces choses en elles-mêmes dont il est impossible de rien savoir? Cette idée est dans la représentation tout comme celle du monde auquel elle s'applique. Et si une contradiction en résulte, serons-nous bien avancés parce que nous dirons que cette contradiction porte sur le monde représenté, à la vérité nécessaire et unique pour nous, non sur le monde en soi qui répugne à toute attribution et à la connaissance quelconque.

Je crois avoir démontré que l'intégralité du monde n'implique pas contradiction, et que toutes les fonctions logiques sont d'accord quand on les dirige avec exactitude et rigueur, sans s'arrêter aux idoles métaphysiques et aux divisions de l'ancienne psychologie.

La conclusion de Kant doit se corriger ainsi :

Du monde en soi, qui ne serait point ou n'aurait pas été dans la représentation quelconque, il n'y a rien à dire; or le monde qui est ou fut donné par des rapports, dans la représentation quelconque, n'est pas un tout infini, parce qu'il y a contradiction à ce qu'un infini soit donné, et forme un tout; ce monde est donc un tout fini; et, en soutenant le contraire, on applique aux phénomènes, comme donnés, l'idée d'une multiplication indéfinie, qui ne vaut que comme condition des phénomènes possibles, posés tels et en général dans la représentation actuelle.

Deux philosophes se sont particulièrement attachés à réformer ou à compléter la série des antinomies kantiennes : Hegel et Herbart. Le premier les a fondues dans le vaste organisme de sa logique, où elles sont défigurées plutôt que résolues : car il ne faut pas confondre une synthèse de deux termes contraires avec le système de deux propositions contradictoires. La *synthèse du fini et de l'infini* d'Hegel, peu intelligible en elle-même, n'est nullement propre à faire disparaître ces sortes de propositions. Herbart, au contraire, a développé les antinomies dans le vrai sens et avec une grande lucidité; peu s'en faut qu'il n'en aperçoive la solution générale, mais enfin la force de l'exemple et des traditions l'arrête court, et il rétablit péniblement la chimère des philosophes, le foyer de toutes les contradictions, la substance, une, simple et absolue.

Kant n'a point eu de successeurs. En accordant une attention toute spéciale à son système d'antinomies qui est le premier de tous et le plus connu, encore debout, j'ai payé ma dette à l'initiateur de la philosophie critique, et saisi l'occasion d'exposer une fois de plus, sur un grand exemple, la seule méthode exacte et la seule possible désormais.

TABLE DES MATIÈRES.

TROISIÈME PARTIE. ANALYSE DES LOIS FONDAMENTALES. *Catégories. Logique.*

QUATRIÈME PARTIE. DE LA LIMITE EXTRÊME DE LA CONNAISSANCE.

[*Une synthèse unique et totale des phénomènes est-elle possible?*]

APPENDICE.

ERRATA.

Page 369, *ligne* 1, transformé, *lisez :* reparaît transformé.
— 539, *note*, végétal, chêne, arbre, *lisez : végétal, chêne, arbre.*

Paris. — Imprimerie de L. MARTINET, rue Mignon, 2.

